L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION,

MISE EN PRATIQUE SELON L'USAGE DES FINANCIERS, GENS DE PRATIQUE, BANQUIERS ET MARCHANDS,

CONTENANT

Une ample et familière explication de ses Principes, tant en nombres entiers qu'en fractions.

Un Traité de Géométrie - Pratique appliquée à l'Arpentage et au Toisé, tant des Superficies que des Corps solides.

Un Abrégé d'Algèbre, suivi de quantité de Questions curieuses.

Et un Traité d'Arithmétique aux Jetons.

Par F. LE GENDRE, *Arithméticien.*

Dernière Edition, corrigée et augmentée d'une nouvelle Règle d'Alliage, et du Calcul décimal.

A LONS-LE-SAUNIER,
Chez les FRÈRES GAUTHIER, Libraires.

De l'Imprimerie de BALLANCHE, à Lyon.

1812.



AVERTISSEMENT.

J'AURAIS cru passer pour ingrat envers le Public, si la dernière impression de ce Livre étant finie, je n'avais pris le soin d'en mettre sous presse une autre, dans laquelle vous verrez la netteté que l'Auteur s'est efforcé d'apporter, pour rendre faciles les principes de l'Arithmétique, qu'il a accommodés à l'usage des Financiers, Gens de Pratique, des Banquiers et des Marchands, par une application convenable à toutes sortes de sujets, comme on le peut facilement voir dans la Table des Matières qu'il en a dressée ; c'est pourquoi la pluralité des Traités qui sont renfermés dans le corps de cet Ouvrage, ne surprendra pas ceux qui savent la dépendance et la subordination que les Sciences ont les unes des autres, en ce qu'ils reconnaîtront aisément que toutes les parties qui sont insérées dans ce Volume répondent à la fin qu'un Arithméticien véritablement habile doit avoir

L'Arithmétique dans son origine étant la première partie des Mathématiques, l'Auteur a jugé à propos, pour la rendre pratique, de l'accompagner de plusieurs Traités qui y ont du rapport : l'intelligence de celui des Fractions, qu'il a fait fort ample, est absolument nécessaire à ceux qui aspirent aux Sciences Mathématiques, comme à l'Arpentage, au Toisé tant de Maçonnerie que de Charpente, à l'Algèbre, et autres parties qui en dépendent : c'est pourquoi la connaissance parfaite de l'Abrégé de Géométrie, de l'Arpentage, du Toisé ou de la mesure des quantités quarrées ou solides, de l'algèbre, et des Questions utiles et curieuses sur divers sujets, suppose celle de tout ce qu'il a amplement expliqué dans cette dernière Edition, à laquelle on a ajouté une nouvelle Règle d'Alliage. La longue expérience qu'il avait de tout ces Traités, lui a donné lieu de les rendre méthodiques; faciles et d'usage, comme on le pourra voir par l'inspection seule des Propositions différentes, et des Questions curieuses et divertissantes, utiles et nécessaires à toutes sortes d'Arts et de professions.

TABLE

DES MATIÈRES.

ARITHMÉTIQUE DÉCIMALE.

Fin de la Table des Matières.

L'ARITMÉTIQUE



L'ARITHMÉTIQUE EN SA PERFECTION.

DÉFINITION.

L'ARITHMÉTIQUE est la *Science des Nombres;* et le nombre est une multitude d'unités mises ensemble.

L'usage de l'Arithmétique est de représenter par écrit toutes sortes de nombres proposés, à en connaître la valeur, les ajouter ensemble, les soustraire les uns des autres, les multiplier les uns par les autres, les diviser ou partager : enfin, l'Arithmétique sert pour mettre en pratique toutes les Règles de proportion, vulgairement appelées *Règles de Trois*, dont l'utilité est très-grande en toutes les affaires et négociations de la vie humaine, et de telle sorte qu'il n'y a point de condition ni profession qui n'en ait besoin.

L'Arithmétique se pratique par le moyen de quatre préceptes ou opérations, qui sont, Addition, Soustraction, Multiplication et Division, tant en nombres

entiers, qu'en fractions; lesquelles étant bien entendues, on peut résoudre par elles toutes questions de solution possible, proposées sur les nombres.

L'Arithmétique se divise en deux parties, savoir : en Arithmétique vulgaire, de laquelle je me propose d'expliquer amplement et familièrement les préceptes nécessaires pour résoudre les questions proposées en icelle ; et en Arithmétique d'Algèbre, de laquelle j'expliquerai les quatre préceptes ou opérations, d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division, au commencement d'un Questionnaire que je donnerai ensuite de mon Traité de Grométrie.

L'Arithmétique est double ; l'une Théorique, et l'autre Pratique.

L'Arithmétique Théorique est celle qui considère les propriétés des nombres, en tant qu'ils sont composés de plusieurs unités.

L'Arithmétique Pratique est celle qui joint le nombre avec la matière, et qui emploie son office dans le commerce des hommes, soit pour la Géométrie, Astronomie, Fortifications, Finances, et Marchandises, etc. Et pour cette utilité, il est nécessaire que les raisons de la Théorique soient jointes à la Pratique, d'autant qu'en l'Arithmétique conçue purement, il n'y a que l'Addition d'un nombre avec un autre, et au contraire, la Soustraction d'un nombre de l'autre : tout le reste, comme la Multiplication qui est un abrégé de l'Addition, et la Division un abrégé de la Soustraction, comme aussi les autres Règles qui suivent, dépendent de la Géométrie pour le raisonnement, et empruntent seulement de l'Arithmétique les caractères, lesquelles y servent, comme aussi de l'Addition, et de la Soustraction, qui sont propres à la même Arithmétique.

L'Arithmétique Pratique, outre qu'elle emprunte l'utilité et le nombre de la Théorique, elle sous-

entend que l'unité est divisible à l'infini, en diminuant, de même qu'elle va augmentant le nombre à l'infini par son Addition, quoique la spéculative la considère indivisible.

Or, ce n'est pas qu'à proprement parler le nombre, comme il vient d'être dit, soit joint avec la matière en la pratique de l'Arithmétique; mais c'est que l'on lui approprie pour déterminer les choses matérielles, lesquelles on veut exprimer : et c'est pourquoi le nombre est distingué en deux façons, savoir, en nombre nombrant, et en nombre nombré.

Le nombre nombrant est celui qui donne à connaître par les unités qu'il contient, combien il y a de choses nombrées. Et le nombre nombré sont les choses nombrées; comme quand on dit : Il y a 24 hommes, livres, écus, etc.; ce nombre 24; soit qu'il soit écrit ou énoncé par la voix, est appelé nombrant; et les hommes, livres, écus, etc. nombre nombré.

Il y a deux sortes de nombres : la première est des nombres entiers; la seconde des nombres rompus, vulgairement appelés parties ou fractions de quelque entier.

Le nombre entier est une multitude d'unités toutes entières, comme trois aunes, sept écus, cent livres, etc.

Le nombre rompu ou en fraction est de deux sortes.

La première est des fractions simples; la seconde des fractions composées.

La fraction simple contient une ou plusieurs parties de quelque entier, comme un tiers d'aune, trois quarts de livre, cinq sixièmes d'un écu.

La fraction composée est celle que l'on appelle vulgairement fraction de fraction, comme quand on dit : Les deux tiers des trois quarts de vingt sols,

qui est autant que de dire : Les deux tiers de quinze sols, c'est-à-dire, dix sols. Voyez sur ce sujet le Traité des Fractions.

Le nombre, outre ce que je viens de dire, est divisé en nombre simple articulé ou composé.

On appelle nombre simple, tout nombre qui est au-dessous de 10, et qui s'exprime par une seule figure, comme 4, 6, 8, etc.

Le nombre articulé est celui qui se sépare également en dixaines, c'est-à-dire, tout nombre qui est fait de deux figures ou plus, desquelles la première à main droite est zéro, comme 10, 20, 30, 100, 200, 300, etc.

Le nombre composé est celui qui provient du simple et de l'articulé; tels sont les nombres qui s'expriment par plusieurs figures, dont la première à la droite n'est pas zéro : par exemple, 24, 91, 102, 138, etc.

Le nombre est encore divisé en nombre parfait et imparfait.

Le nombre parfait est celui duquel les parties aliquotes, étant ajoutées, produisent précisément leur tout, comme 6, 28, 496.

Les parties aliquotes de 6 sont, 3, 2, 1, lesquelles jointes ensemble font 6. Les parties aliquotes de 28 font 14, 7, 4, 2, 1, lesquelles jointes ensemble font 28, etc.

Le nombre imparfait est celui duquel les parties aliquotes étant jointes, font plus ou moins que leur tout dont elles font parties.

Les nombres imparfaits sont de deux espèces, savoir, défectueux, ou abondans.

Les nombres défectueux sont ceux desquels les parties aliquotes ajoutées ensemble, font moins que le nombre duquel elles font parties, comme 16, dont les parties aliquotes, 8, 4, 2, 1, étant ajoutées, font seulement 15, qui sont moins que 16.

Les abondans sont ceux desquels les parties ajoutées ensemble font plus que le nombre duquel elles font parties, comme 12, dont les parties aliquotes, 6, 4, 3, 2, 1, étant ajoutées, font 16, qui sont plus que 12, etc.

De plus, le nombre est divisé en nombre pair et nombre impair.

Le nombre pair est celui qui se peut diviser en deux parties égales sans reste, comme 24, 12, 10, 6, etc.

Le nombre impair est celui qui ne se peut diviser en deux parties égales sans reste, comme 3, 5, 7, 9, etc.

Enfin, le nombre est divisé en quarré, cube et sourd.

Après avoir défini l'Arithmétique et le nombre, et donné leurs divisions, il en faut faire voir l'usage, qui est le dessein que j'ai pris pour toute mon Arithmétique, dans laquelle je donnerai une ample explication de tous les préceptes et règles d'icelle, non-seulement en nombres entiers, mais aussi en fractions, sur lesquelles je proposerai quantité de questions curieuses, accompagnées de leur construction pour la résolution d'icelles, lesquelles se verront au Traité des Fractions, et dans mon Questionnaire.

Afin donc de commencer cet Ouvrage, et entrer en matière, je dirai qu'en Arithmétique on se sert de dix caractères différens, qui sont : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0 ou zéro, qui signifient, un deux trois quatre cinq six sept huit neuf zéro, 1 2 3 4 5 6 7 8 9 0, desquels caractères, neuf sont appelés figures significatives, dont le zéro ne signifie rien, sinon en tant qu'il est posé au-devant de quelqu'autre figure. Et par le moyen de ces dix figures, on peut représenter toutes sortes de nombres proposés, soit qu'ils

soient énoncés par la voix ou par écrit ; comme, par exemple, si on voulait exprimer quatre cent vingt-cinq, on posera 425, ainsi des autres.

Il faut noter qu'une seule figure ne vaut que sa valeur, comme 4 simplement ne vaut que quatre; mais si on met un zéro au-devant de ce même 4, alors il sera augmenté de dix fois sa valeur, c'est-à-dire, qu'il vaudra 40 ou quarante; si on y met deux zéros ou 00, il sera augmenté de cent fois sa valeur, et vaudra 400 ou quatre cents; si on y met trois zéros, on l'augmentera de mille fois; ainsi des autres, comme il se voit:

4	40	400	4000
quatre	quarante	quatre cents	quatre mille

Et si au lieu des zéros il y a des caractères significatifs, ils conservent leur valeur selon leur ordre, comme 4557, qui signifient 4000, 500, 50, 7.

Voyez sur ce sujet la numération ci-après.

Mais auparavant que de l'expliquer, je donnerai la Table suivante, pour faire voir la fabrique des chiffres qui servent ordinairement, tant aux Financiers qu'aux Marchands; comme aussi l'usage de certaines notes ou lettres alphabétiques qui sont numérales, et dont on peut se servir pour dénoter quelque multitude ou quantité que ce soit, comme les siècles, les ans, les mois, les jours, les heures, les hommes, les poids, les mesures, etc. lesquelles notes ou lettres sont appelées élémens de l'Arithmétique.

Tables des Notes ou Caractères, tant antiques que modernes.

un	1	I
deux	2	I I
trois	3	I I I
quatre	4	I V
cinq	5	V
six	6	V I
sept	7	V I I
huit	8	V I I I
neuf	9	I X
dix	10	X
vingt	20	X X
trente	30	X X X
quarante	40	X L
cinquante	50	L
soixante	60	L X
soixante-dix	70	L X X
quatre-vingts	80	I I I I x x *ou* L X X X
quatre-vingt-dix	90	I I I I x x X *ou* X C
cent	100	C
deux cents	200	C C *ou* I I c
trois cents	300	C C C *ou* I I I c
quatre cents	400	C C C C *ou* I V c
cinq cents	500	V c *ou* D *ou* V ɔ
six cents	600	V I c *ou* D C *ou* I ɔ c
sept cents	700	V I I c *ou* D C C *ou* I ɔ c c
huit cents	800	V I I I c *ou* D C C C *ou* Iɔccc
neuf cents	900	I X c *ou* DCCCC *ou* Iɔcccc
mille	1000	M *ou* c I ɔ

1	I
10	X
100	C

1000	M *ou* CIↃ *ou* I
10000	X M *ou* X
100000	C M *ou* C
1000000	M M
10000000	X M M
100000000	C M M

Vous voyez par la Table ci-dessus, qu'il y a sept lettres en l'Alphabet qui sont numérales, par lesquelles on peut exprimer tous nombres entiers. Ces lettres sont :

C. D. I. L. M. V. X.

Anciennement, chacune d'icelles signifiait mille fois sa valeur, ayant un trait au-dessus, comme il se voit ci-dessous.

$\overline{C}$. $\overline{D}$. $\overline{I}$. $\overline{L}$. $\overline{M}$. $\overline{V}$. $\overline{X}$.

De la Numération.

Nombrer est exprimer la valeur d'un ou plusieurs caractères d'Arithmétique mis d'ordre, comme :

1
10
100

1000
10000
100000

Les zéros étant changés en d'autres caractères, le nom et la signification ne change point ; comme si au lieu de 1000 on trouve 1574, cela ferait toujours 1000, et encore 500, 70, et 4, et ainsi des autres. Et si on veut exprimer le nombre suivant, qui est 567, 456, 789, 346, on considérera l'ordre de

la numération pour avoir la valeur de chaque caractère tant selon ses unités que selon son ordre.

Echelle de Numération.

centaine de milliar	dixaine de milliar	milliar	centaine de million	dixaine de million	million	centaine de mille	dixaine de mille	mille	centaine	dixaine	nombre
5	6	7	4	5	6	7	8	9	3	4	6

Maintenant si on veut savoir à combien se monte la somme ci-dessus, on séparera le nombre de trois en trois figures, comme il se voit, commençant à la main droite en tirant vers la gauche, et chacune de ces séparations s'appelle période, laquelle n'est autre chose qu'une répétition de nombre, dixaine, centaine; mais selon la diversité des périodes en s'éloignant du premier caractère vers la main droite, on changera de dénomination; car au premier période, qui est 346, on dira simplement trois cent quarante-six; au second période qui est 789, on dira sept cent quatre-vingt-neuf mille; au troisième qui est 456, on dira quatre cent cinquante-six millions; et au quatrième et dernier qui est 567, on dira cinq cent soixante-sept milliars, et ainsi de suite. Enfin, quand on voudra trouver la valeur de quelque nombre, on commencera à nombrer, ou, comme l'on dit vulgairement, à décompter par le premier caractère de la main droite, en rétrogradant vers la gauche; disant, ainsi qu'il se voit à l'Echelle de numération, nombre, dixaine, centaine, etc. et on trouvera par cet ordre, que le nombre proposé ci-dessus, vaut cinq cent soixante-sept milliars,

quatre cent cinquante-six millions, sept cent quatre-vingt-neuf mille, trois cent quarante-six.

Après avoir amplement expliqué les élémens de l'Arithmétique, leur valeur et l'ordre de la numération d'iceux, il convient de passer à l'explication des Règles, dont la première est l'Addition.

ADDITION, PREMIÈRE RÈGLE.

Définition de l'Addition.

AJOUTER est assembler plusieurs sommes ou nombres particuliers de même espèce, pour trouver la somme totale, qui est le résultat de la Règle. Je dis de même espèce, parce qu'on ne doit pas ajouter des livres avec des écus, ou des sols avec des deniers confusément; mais les deniers avec les deniers, les sols avec les sols, les livres avec les livres, et ainsi des autres, comme il se verra dans l'exemple de l'Addition ci-dessous.

Exemple d'Addition en nombre entier.

Il est dû à un particulier les quatre sommes suivantes, savoir : 4354 liv., 345 liv., 48 liv., et 7 livres ; on demande combien il lui est dû en tout. ℞ 4754 liv. qui lui sont dues. Pour ce faire, il faut poser les sommes à ajouter ci-dessus, les unes sous les autres, de sorte que les nombres soient sous les nombres, les dixaines sous les dixaines, les centaines sous les centaines, etc. Cela fait, on commencera à nombrer tous les caractères de la première colonne à main droite, disant : Tant avec tant fait tant, qui est la manière de parler de l'Addition, comme 7 et 8 font 15 et 5 font 20, etc. comme il sera expliqué ci-après.

Opération.

	D	C	B	A	
Sommes particulières	4	3	5	4	livres.
à ajouter,		3	4	5	
			4	8	
				7	
Somme totale.	4	7	5	4	livres.

Ayant ainsi posé les quatre sommes les unes sous les autres, il faut commencer à compter par la colonne A, disant de bas en haut, 7 et 8 font 15, et 5 font 20, et 4 font 24 : de 24 je pose le surplus des dixaines, savoir 4, et retiens les deux dixaines que je porte à la colonne B, disant : 2 et 4 font 6, et 4 font 10, et 5 font 15 : je pose 5 et retiens une dixaine que je porte à la colonne C, disant 1 et 3 font 4, et 3 font 7 : je pose 7 sous la même colonne C, et ne retiens rien. Enfin il se trouve seulement 4 dans la colonne D, que j'écris sous la même colonne D, ainsi des autres.

Il faut remarquer que faisant l'Addition de chaque colonne, si les dixaines se trouvent complètes, comme 10, 20, 30, 40, etc. Il faut poser zéro dessous, et retenir une dixaine, ou plus, s'il y échet, que l'on joindra à la colonne suivante, et aussi de colonne en colonne, comme il se voit en l'exemple ci-dessous.

Question.

Dans une Armée il y a des Soldats de quatre différentes Nations, comme ci-dessous ; on demande combien il y a de Soldats en tout.

Savoir :	4532	Soldats Français.
plus	5327	Allemands.
plus	3459	Lorrains.
plus	682	Suisses.
R	14000	Soldats.

Ayant fait l'Addition, il est venu 14000 Soldats en tout, et c'est la réponse.

Exemple de l'Addition composée de livres, sols, et deniers.

Un particulier fait revue de ses comptes, et trouve qu'il lui est dû, d'une part,

	D C B A			
Savoir :	2 3 3 4 liv.	17 s.	8 den.	On demande combien il lui est dû en tout.
plus	5 6 7 8	15	7	
plus	3 0 5	19	6	
plus	4 8	2	4	
plus	9	3	3	
Somme totale	8 3 7 6 liv.	18 s.	4 den.	qui lui sont dus.

Ayant disposé les sommes particulières comme ci-dessus, savoir, les livres sous les livres, les sols sous les sols, et les deniers sous les deniers, on commencera à compter par la colonne des deniers, qui font 28 en leur total, qui valent 2 sols 4 deniers; il faut poser les 4 deniers, et retenir les 2 sols, qu'il faut joindre à la première colonne des sols, où il se trouve 28 sols, desquels faut poser 8 sols, et en retenir 2 dixaines, qu'il faut retenir pour les joindre à la seconde colonne des sols, disant : 2 dixaines retenues et 1 font 3, et 1 font 4, et 1 font 5 dixaines, ou 50 sols, qui valent 2 liv. 10 sols : je pose une dixaine qui vaut 10 s. derrière les 8 s. déjà posés, et retiens 2 liv. qu'il faut joindre à la prochaine colonne des livres, marquée A, disant : 2 livres que j'ai retenues et 9 font 11, et 8 font 19, et 5 font 24, et 8 font 32, et 4 font 36; je pose 6 et retiens 3 dixaines que je porte à la colonne B, et continuant d'ajouter de même ordre de colonne en colonne jusqu'à la colonne D, comme il a été expliqué ci-devant, on trouvera que la somme totale est 8376 livres 18 sols 4 deniers; ainsi des autres.

PREUVE DE L'ADDITION.

Avertissement sur la preuve des quatre Règles, que l'on appelle preuve de 9.

Quoique l'Addition, Soustraction, Multiplication, et la Division, qui sont les quatre préceptes desquels on se sert pour faire toutes les Règles d'Arithmétique en nombres entiers, se doivent prouver par leur contraire, savoir l'Addition par la Soustraction, et la Soustraction par l'Addition, la Multiplication par la Division, et la Division par la Multiplication; néanmoins il semble qu'il soit nécessaire en certaines choses de suivre l'usage et la pratique ancienne, et se conformer en quelque façon au désir de ceux qui cherchent la facilité. C'est pourquoi je n'ai pas voulu négliger de donner l'explication de la preuve de l'Addition par 9, quoiqu'elle soit sujette à manquer, comme je ferai voir ci-après par raison évidente.

Ensuite de quoi j'expliquerai la preuve de la même Règle d'Addition, laquelle se fait par Soustraction.

Exemple d'Addition en nombres entiers, pour la pratique de la Preuve par 9.

	4457 liv.		On fera l'Addition comme il a été enseigné ci-devant.
Sommes à	3989	2	
ajouter.	707	——	
	97	2	
	40		
Somme-totale.	9290 liv.		

Explication de la Preuve par 9.

Pour prouver l'Addition ci-dessus, il faut nombrer tous les caractères de chaque colonne, commençant à main gauche de haut en bas, ou de bas en haut indifféremment, et rejeter tous les 9

à mesure qu'il s'en rencontre dans les nombres, soit en figures, soit en valeur, et à la fin poser sur une ligne le surplus de 9.

Ensuite il faut tirer la preuve de la somme totale, rejetant les 9 comme dessus; et si le surplus de 9 vient égal au premier reste posé sur ladite ligne, la somme totale de l'Addition sera la véritable somme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessus, où il reste 2 pour preuve, tant des sommes particulières, que de la somme totale; mais ce n'est qu'en tant que l'on peut estimer bonne la preuve par 9, parce qu'elle est sujette à manquer.

La raison est que si, par malice ou par mécompte, on met un 9 pour un zéro, ou au contraire, ou que l'on change quelque caractère de place, tant aux sommes particulières qu'à la somme totale, la preuve ne laisse pas de se trouver bonne, et néanmoins la Règle est fausse. Au lieu, au contraire, que lorsque la preuve est fausse, la Règle est fausse aussi, comme il se voit dans l'exemple ci-dessus, où la somme totale est 9290, laquelle étant supposée être 9920, si on en tire la preuve, elle se trouvera bonne, parce que le surplus de 9 est 2, comme ci-devant; et cependant la Règle serait fausse.

Si au contraire on supposait la somme totale de l'Addition ci-dessus être 9820, la preuve serait fausse, et partant la Règle fausse aussi, et ainsi des autres Additions, tant en nombres entiers que de diverses espèces, soit d'Addition, Soustraction, Multiplication ou Division. C'est pourquoi je ne vous conseille de vous en servir que par supplément de la véritable preuve, laquelle se fait par le contraire, c'est-à-dire par Soustraction.

Autre avertissement sur la Preuve de l'Addition par 9.

Si les sommes particulières à ajouter sont composées de livres, sols et deniers, comme à l'exemple

suivant, qui servira aussi pour expliquer la preuve de l'Addition par la Soustraction ; alors on gardera le même ordre ci-dessus pour les livres, qui est de rejeter tous les 9 qui se trouveront; mais au lieu que l'on écrit tout simplement le surplus de 9 sur une ligne, quand il n'y a que des livres à ajouter, ici dans l'Addition de livres, sols et deniers, après avoir tiré la preuve de toutes les livres, il faut doubler le surplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux sols, desquels il faut tirer la preuve de même, et tripler le surplus de 9, s'il y en a, pour le joindre aux deniers, desquels il faut encore tirer la preuve, et viendra 2, qu'il faut écrire sur une ligne.

Enfin, il faut tirer la preuve de la somme totale en même raison, savoir : après avoir tiré la preuve de toutes les livres, de doubler le surplus de 9 pour le porter aux sols, et tripler le surplus de 9 aux sols pour le porter aux deniers, desquels ayant tiré la preuve, le surplus de 9 qui sera 2, se doit écrire sous la même ligne; desquels deux restes se trouvant égaux, on doit conclure que la Règle est bien faite, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, où la preuve des deniers de la somme totale se trouve égale à la preuve des deniers des sommes particulières, savoir, 2 et 2.

La raison pourquoi, après avoir tiré la preuve des livres, on double le surplus de 9 pour le joindre aux sols, c'est que chaque livre vaut 20 sols, et que la preuve de 20 est deux; comme aussi pourquoi, après avoir tiré la preuve des sols, on triple le surplus de 9 pour le porter aux deniers, c'est que chaque sol vaut 12 deniers, et que la preuve de 12, c'est-à-dire, le surplus de 9 est 3.

On observera le même ordre pour la preuve de la Soustraction, Multiplication et Division, lorsqu'il

y aura livres, sols et deniers, de doubler aux livres, tripler aux sols, et aux deniers écrire la preuve comme elle se trouvera, comme il vient d'être dit pour l'Addition. C'est pourquoi l'explication ci-dessus servira pour la preuve par 9 des autres Règles, sans en donner d'autres raisons, sinon les précédentes.

Exemple d'Addition par livres, sols et deniers.

Un particulier est comptable des quatre sommes ci-dessous ; on demande à combien se monte la somme totale ?

	D C B A				
	2 3 4 5 liv.	15 s.	6 den.		
Sommes à	4 5 6 7	9	3	Preuve	2
ajouter.	4 5 6	7	9	par 9.	—
	3 2 5	6	2		2
Somme totale	7 6 9 4 liv.	18 s.	8 den.		
Preuve par la Soustraction.	~~1~~ ~~1~~ ~~2~~ ~~1~~	~~1~~	~~0~~		

Ayant fait l'Addition ci-dessus, comme il a été enseigné ci-devant, il est venu pour somme totale 7694 livres 18 sols 8 deniers.

Preuve de l'Addition par la Soustraction.

Pour faire la preuve de l'Addition ci-dessus par la Soustraction, il faut nouvellement ajouter les nombres de la colonne D, on trouvera 6, qu'il faut ôter du 7 de la somme totale, et reste 1, qu'il faut écrire sous le même 7. Ensuite ajoutant les nombres de la colonne C, vient 15, qu'il faut ôter de 16, composés de l'unité ou dixaine restée, et du 6 qui est ensuite du 7 de la même somme totale, et reste 1, qu'il faut écrire sous le même 6.

Ensuite ajoutant les nombres de la colonne B, il se trouve 17, qu'il faut ôter de 19, composés de l'unité ou dixaine restée, et du 9 de la somme totale, et le reste est 2. Puis ajoutant les nombres de la colonne A, il se trouve 23, qu'il faut ôter de 24, composés de deux unités ou dixaines restées, et du 4 de la même colonne totale, reste 1, c'est-à-dire 1 livre en cet endroit, qu'il faut compter pour 20 sols.

Ensuite nombrant les sols, on en trouve 37, qu'il faut ôter de 38, composés de la livre restée, valant 20 sols, et des 18 sols de la somme totale, et reste 1; c'est-à-dire, un sol en cet endroit, qui vaut 12 deniers.

Enfin comptant tous les deniers, il se trouve 20 deniers, qu'il faut ôter de 20 deniers composés du sol resté, 1 valant 12 deniers, et des 8 deniers de la somme totale; il ne reste rien, comme veut la Règle Partant, il faut conclure que la véritable somme totale est 7694 liv 18 sols 8 deniers.

Quand l'Addition n'est que des nombres entiers, comme d'hommes, de livres, écus, etc. il faut observer le même ordre que dessus; et ôtant ce qui se trouve dans chaque colonne, de ce qui se trouve dessous à la somme totale, il ne doit rien rester à la dernière Soustraction, autrement la Règle serait fausse.

Si en l'Addition il y a (comme il arrive souvent dans les Livres de comptes) 25, 30, ou plus de sommes à ajouter, comme ci-dessous, alors il les faut séparer de 6 en 6, ou de 8 en 8, selon la commodité de celui qui compte, et coter à part les produits de chaque somme séparée, pour les ajouter en une somme qui sera la totale.

Exemple.

Sommes à ajouter.
121 livres.
232
343
452
563
674 — 2385 Premier produit.

785
896
927
238
547
452 — 3647 Second produit.

563
624
755
856
947
358 — 4083 Troisième produit.

Addition des trois produits.

2385 liv.
3647
4083

10115 livres, Somme des trois produits.

Ayant séparé les sommes à ajouter de 6 en 6, et trouvé trois produits, comme il se voit ; après les avoir ajoutés, il est venu 10115 livres pour somme totale de l'Addition entière.

On voit par cet ordre que l'on peut ajouter quantité de sommes particulières, sans charger la mémoire, et sans embarras.

Avertissement sur l'Addition, Soustraction, Multiplication et Division.

Comme il est nécessaire, outre l'Addition, Soustraction, Multiplication et Division, par livres, sols et deniers, d'en faire faire d'autres,

comme la ℔ de poids et de ses parties, du marc de même, comme aussi de la toise, de la perche, et de leurs parties, etc. j'ai trouvé à propos de donner les Tables suivantes, par lesquelles on connaîtra la division de chaque espèce supérieure en ses parties inférieures prochaines.

Première Table, qui est des Monnaies.

La livre tournois vaut	20 s. tournois.
Le sol tournois,	12 d. tournois.

L'écu d'or sol ou de banque, vaut 3 liv. ou 60 sols.

2. *De la ℔ de poids, et du marc.*

La ℔ pour peser la soie se divise en	15 onces.
La ℔ marchande ou de douane se divise en	16 onces.
ou	2 marcs.
Le marc se divise en	8 onces.
L'once en	8 gros.
Le gros en 3 deniers, ou	72 grains.
Le denier en	24 grains.

3. *De l'Aunage.*

L'aune se divise en 2 demi-aunes, en 4 quarts, en 8 huitièmes, en 16 seizièmes, etc.
Plus en 3 tiers, en 6 sixièmes, en 12 douzièmes, etc.

4. *De la Toise.*

La toise se divise en	6 pieds de Roi.
Le pied en	12 pouces.
Le pouce en	12 lignes.
La ligne en	12 points.

5. *De l'Arpent.*

L'arpent contient 100 perches quarrées.
La perche anciennement se divisait en 28 pieds; mais maintenant elle se divise selon la coutume des pays; savoir :
En quelques lieux, comme en la Prévôté et Vicomté de Paris, elle est de 18 pieds.
En d'autres, de 19, 20, 22, 24, etc.

Enfin on se règle selon la coutume du pays, pour la division de la perche en ses pieds.

La division du pied de Roi ne change jamais; il est toujours de 12 pouces.

6. *Du Muid de sel ou de blé.*

Le muid de sel ou de blé se divise en	12 setiers.
Le setier en	4 minots.
Le minot en demi et en quarts.	
Le quart en	16 litrons.
Le muid de blé contient aussi	12 setiers.
Le setier 2 mines, ou	12 boisseaux.

7. *Du Muid de vin.*

Le muid de vin, mesure de Paris, contient 150 quartes ou 300 pintes, marc et lie, et 280 pintes de vin clair.

La quarte	2 pintes.
La pinte	2 chopines.
La chopine	2 demi-setiers.

D'où s'ensuit que quand on voudra faire Addition, ou quelqu'autre opération, comme Soustraction, Multiplication, ou Division, concernant quelqu'une des susdites espèces, comme de la ℔ de poids et de ses parties, on considérera en matière d'Addition, qu'il faut commencer à ajouter par les plus petites parties. Par conséquent on commencera à compter par les gros, et pour 8 gros on retiendra une once, que l'on joindra aux onces, et le surplus de 8 gros ou de 16 gros, etc. sera écrit sous les mêmes gros; pour 16 onces, on retiendra une ℔, que l'on joindra aux ℔, et le surplus de 16 onces, ou 32 onces, sera écrit sous les mêmes onces; puis nombrant les ℔ entières, on trouvera la quantité requise.

De même faisant Addition du marc et de ses parties, on retiendra un denier pour 24 grains,

pour 3 deniers un gros, pour 8 gros une once, et pour 8 onces un marc.

De même dans l'Addition de la toise et de ses parties, on retiendra pour 12 points une ligne, pour 12 lignes un pouce, pour 12 pouces un pied, et pour 6 pieds une toise.

On observera le même dans l'Addition de quelqu'autre espèce que ce soit, et de ses parties.

Pour la pratique du discours ci-dessus, je donnerai les exemples suivans.

Addition de la ℔ de poids, onces et gros.

Nombres à	3 ℔	5 onces	5 gros.
ajouter.	4	6	7
	8	4	3
Somme totale	16	0	7 gros.

Addition du marc, onces, gros, etc.

Nombres à	4 marcs	3 onces	4 gros	1 d.	13 gr.
ajouter.	3	5	6	2	7
	8	6	3	1	9
Somme totale.	16 marcs	7 onces	6 gros	2 d.	5 gr.

Addition de la toise, pieds, pouces, etc.

	5 toises	4 pieds	9 pouc.	7 lig.	3 poin.
Nombres à	4	3	3	6	4
ajouter.	5	4	3	2	3
	6	5	8	8	2
Somme totale.	23	0	1	0	0

La preuve de ces Additions se doit faire par Soustraction, comme il a été enseigné pour la même preuve d'Addition par livres, sols et deniers; observant de réduire les espèces supérieures, procédant de la droite à la gauche, en leurs inférieures prochaines, selon leur valeur, et faire la Soustraction d'espèce en espèce jusqu'à la fin, où il ne doit rien rester, autrement la Règle serait fausse.

SOUSTRACTION, II.e RÈGLE.

Définition de la Soustraction.

Soustraire est ôter un petit nombre d'un plus grand, pour trouver le reste qui est le résultat de la Règle.

Les deux premiers nombres doivent être de même espèce, desquels le plus grand s'appelle la *dette*, et le moindre la *paye*.

Il faut poser l'un sous l'autre, savoir, la paye sous la dette, selon l'ordre de la numération, et une ligne dessous.

Cela fait, pour trouver le reste que l'on cherche, il faut ôter ou lever les figures inférieures des figures supérieures, de colonne en colonne, l'une après l'autre, commençant la Soustraction à main droite, et finissant à la gauche, disant ainsi : Qui de tant ôte tant, reste tant, qui sont les termes de parler de la Soustraction; comme, qui de 7 ôte 2, reste 5.

Si dans une même colonne les figures de la paye et de la dette se trouvent égales, comme s'il se trouvait 5 à la dette, et 5 dessous à la paye, il faudrait dire : Qui de 5 ôte 5, reste rien ; et pour exprimer ce rien, il faut souscrire un zéro sous le 5.

Si la figure supérieure de la dette est plus grande que la figure de la paye qui lui correspond, ayant fait la Soustraction, il faut écrire le surplus au-dessous; si elle est moindre, il faut emprunter une dixaine sur la figure précédente significative, laquelle dixaine sera jointe à la figure pour laquelle on a emprunté, posant un point sur la figure où

l'emprunt s'est fait, pour marque de diminution d'un, puis soustraire l'un de l'autre, selon l'ordre de la Soustraction.

On remarquera qu'aux nombres entiers, si on emprunte pour un zéro, le zéro vaudra 10; et si on emprunte derrière un ou plusieurs zéros, chaque zéro vaudra 9, comme il se verra dans l'exemple ci-dessous, où sont pratiquées toutes les observations décrites ci-dessus.

Exemple de Soustraction en nombres entiers.

Quelqu'un est comptable au Roi de la somme de 5 0 0 0 9 2 4 5, sur quoi il a fait dépense de 1 6 0 4 5 7 4 2; on demande de combien il est redevable?

Opération de la Règle.

	HGFEDCBA
	. . . .
Dette	5 0 0 0 9 2 4 5
Paye	1 6 0 4 5 7 4 2
Reste à payer	3 3 9 6 3 5 0 3

Explication de la Règle.

Ayant ainsi posé les deux sommes l'une sous l'autre, savoir, la paye sous la dette, et une ligne dessous; je commence à soustraire par la colonne A, disant: Qui de 5 paye 2, reste 3, que j'écris au-dessous de la ligne et de la même colonne A.

Ensuite passant à la colonne B, je dis: Qui de 4 paye 4, il ne reste rien, j'écris zéro de suite sous le 4.

Je passe à la colonne C, disant: Qui de 2 paye 7, cela ne se peut, j'emprunte une dixaine sur le 9 prochain de la colonne D, que j'ajoute au même 2, puis je dis: Qui de 12 paye 7 reste 5.

Ensuite le 9 de la colonne D ne valant plus que 8,

à cause de l'emprunt, je dis : Qui de 8 paye 5 reste 3.

Ensuite de quoi je passe à la colonne E, disant : Qui de zéro paye 4, cela ne se peut, j'emprunte une dixaine sur le 5 de la colonne H, puis je dis : Qui de 10 paye 4, reste 6.

Ensuite, à cause que l'emprunt a été fait derrière le zéro de la colonne F, ce même zéro vaut 9 ; je dis donc : Qui de 9 paye zéro ou rien, reste 9 que j'écris.

Continuant, je compte le zéro de la colonne G pour 9, aussi bien que le zéro de la colonne F; et je dis : Qui de 9 paye 6, reste 3.

Enfin, passant au 5 de la colonne H, réduit à 4, à cause de l'emprunt, je dis : Qui de 4 paye 1, reste 3 : d'où je conclus qu'il reste à payer 33963503.

C'est tout ce qui se peut dire pour l'art de soustraire les nombres entiers, ou simples espèces, les uns des autres.

Preuve de Soustraction par l'Addition.

Comme l'Addition précédente se prouve par son contraire, qui est la soustraction; de même il faut prouver la Soustraction par son contraire, qui est l'Addition.

Exemple.

Quelqu'un doit 30020 livres, et il en paye comptant 12789 livres ; on demande ce qu'il doit de reste ?

Faites l'opération de la Soustraction suivante comme il vient d'être enseigné.

Dette	30020 liv.
Paye	12789
Reste à payer	17231
Preuve	30020

Pour

Pour faire la preuve de cette Soustraction, et généralement de toutes les autres, il faut ajouter la paye avec le reste à payer, et la somme de l'Addition doit être égale à la dette : c'est la preuve.

Le même ordre doit s'observer pour la preuve de la Soustraction, soit qu'il y ait des livres, sols et deniers à soustraire de livres, sols et deniers, ou autres espèces, comme marcs, onces, gros, etc. à soustraire de marcs, onces, gros, etc. comme aussi toises, pieds, pouces, à soustraire de toises, pieds, pouces.

Si les deux sommes, c'est-à-dire la dette et la paye, ou une des deux seulement, la dette ou la paye, sont composées de quelques sous-espèces, comme de livres, sols et deniers, on commencera à soustraire les deniers les uns des autres, s'il se peut, et des deniers on passera aux sols, que l'on soustraira de même les uns des autres.

On remarquera que quand on emprunte pour les deniers, l'emprunt doit être toujours d'un sol, que l'on doit compter pour 12 deniers, qu'il faut joindre aux deniers, soit qu'il y ait des sols à la colonne des sols, ou non ; et l'emprunt pour les sols est toujours d'une livre ou 20 sols, que l'on prend sur la première figure significative des livres ; on opérera au surplus pour les entiers, comme il vient d'être enseigné ci-devant.

Exemple de Soustraction par livres, sols et deniers.

Dette	427 livres	15 sols	9 deniers.
Paye	195	7	5
Reste	232	8	4

Autre Exemple de Soustraction, où il faudra emprunter sur les sols pour les deniers, et sur les livres pour les sols.

Dette	78 liv.	2 sols	5 den.		2
Paye	35	9	7	Preuve par 9	—
					2
Reste	42 liv.	12 s.	10 den.	Voyez l'explication ci-dessous. *	

Explication de la Règle de Soustraction ci-dessus, et de la preuve par 9.

Ayant disposé la Règle, savoir, la paye sous la dette, il faut dire : Qui de 5 deniers paye 7 deniers, cela ne se peut; j'emprunte 1 sol sur les deux sols de la dette, qui vaut 12 deniers, avec 5 font 17; puis je dis : Qui de 17 deniers paye 7 deniers, reste 10 deniers, que j'écris sous la ligne en la colonne des deniers.

Ensuite passant aux sols, il faut dire : Qui d'un sol qui reste en paye 9, cela ne se peut; j'emprunte une livre sur les 8 livres de la dette, qui vaut 20 sols, avec un resté font 21; puis je dis : Qui de 21 sols paye 9 sols, reste 12 sols, que j'écris sous la ligne en la colonne des sols.

Je continue aux livres, disant: Qui de 7 livres qui restent paye 5, reste 2 livres; puis, qui de 7 paye 3, reste 4 livres; et l'opération ainsi achevée, il se trouve pour reste à payer 42 livres 12 sols 10 deniers, comme il se voit ci-dessus, ainsi des autres.

La preuve se fait par l'Addition, comme il a été enseigné ci-dessus aux nombres entiers, savoir : en ajoutant 35 livres 9 sols 7 deniers, qui est la paye, avec 42 livres 12 sols 10 deniers, qui est le reste, lesquelles deux sommes font juste une somme égale à la dette : c'est la preuve.

Preuve par 9 de la même Règle de Soustraction ci-dessus.

* Comme j'ai expliqué la preuve par 9 en l'Addition, j'ai jugé à propos de l'expliquer aussi en la Soustraction.

Elle se fait ainsi : Il faut tirer la preuve de la dette; savoir : en rejetant tous les 9 qui se rencontrent, et doublant le surplus de 9 aux livres pour le porter aux sols, et triplant le surplus de 9 aux sols pour le porter aux deniers, et tirant la preuve des deniers, il faut écrire sur une petite ligne le surplus de 9, comme en l'exemple ci-dessus, où il s'est trouvé 2.

Cela fait, il faut tirer la preuve de la paye et du reste confusément, en doublant de même aux livres le surplus de 9 pour passer aux sols, triplant aux sols pour passer aux deniers, où l'on doit trouver 2 pour preuve, comme à la dette, si la Règle est bien faite, d'autant que la paye et le reste composant par leur Addition pareille somme à la dette, elles doivent aussi produire même nombre pour la preuve.

Avertissement.

S'il arrive qu'en l'ordre des sols et deniers de la dette il n'y ait que des zéros, et qu'il y ait des sols et des deniers à la paye, alors on empruntera une livre sur le premier caractère significatif des livres, et de cette livre valant 20 sols, on en prendra 1 sol qui vaut 12 deniers, et il restera 19 sols au rang des sols, que l'on gardera dans la mémoire, ou que l'on écrira, puis on fera la Soustraction à l'ordinaire, comme il se voit ci-dessous.

Exemple.

		19	12
Dette	745 livres	o sols	o deniers.
Paye	532	9	7
Reste	212 livres	10 sols	5 den. ainsi des autres.

Exemple de la Soustraction de la livre de poids.

Quelqu'un a acheté 32 livres de sucre, et on lui en a livré 13 liv. 12 onces 7 gros ; on demande ce qui reste à lui livrer.

Opération.

Acheté	32 livres	o onces	o gros.
Livré	13	12	7
Reste à livrer	18 livres	3 onces	1 gros.

Il faut noter qu'en faisant la Soustraction de l'autre part, si on emprunte un gros sur les livres, par cet emprunt il faut faire valoir le zéro des onces 15 onces.

Exemple de Soustraction du marc.

Quelqu'un a acheté 24 marcs de vaisselle d'argent, et on lui a fourni 17 marcs 3 onces 5 gros et 1 denier; on demande ce qui lui est dû de reste.

Acheté	24 marcs	o onces	o gros	o deniers.
Livré	17	3	5	1
Reste à livrer	6 marcs	4 onces	2 gros	2 deniers.

Si on emprunte pour les deniers sur les marcs, alors au lieu du zéro des onces on comptera 7 onces, au lieu du zéro des gros on comptera 7 gros, et pour les deniers l'emprunt vaudra 3 deniers.

Exemple de la Soustraction de la toise.

Un Entrepreneur a entrepris de faire 14 toises 2 pieds 3 lignes de travail, dont il a fait 7 toises 5

pieds 9 pouces 9 lignes ; on demande combien il reste de toises et parties de toises à faire de son ouvrage.

Travail à faire	14 toises	2 pieds	0 pouces	3 lignes.
Travail fait	7	5	9	9
Reste à faire	6 toises	2 pieds	2 pouces	6 lignes ;

ainsi des autres.

La preuve de toutes ces Règles de Soustraction se fait par l'Addition, comme il a été enseigné pour la Soustraction par livres, sols et deniers, savoir : en ajoutant la deuxième ligne avec la troisième, la somme desdites deux lignes doit être egale à la première ligne.

Question sur la Soustraction.

Une rente a été constituée le quinzième Juillet 1651, et on la veut racheter le douzième Octobre 1663 ; on demande combien il est dû d'années d'arrérages.

Pour faire cette Règle, il faut poser 1662, et la portion de 1663, qui est 9 mois 12 jours, et ensuite poser 1650 au-dessous, avec la portion de 1651, qui est 6 mois 15 jours ; puis faire la Soustraction à l'ordinaire, réduisant, s'il est besoin, pour faire ladite Soustraction, l'année en 12 mois, et le mois de même, selon ce qu'il est de jours en sa valeur.

Opération.

Jour du rachat	1662 ans	9 mois	12 jours.
Jour de la constitution.	1650	6	15
Arrérages	12 ans	2 mois	27 jours.

Ayant fait la Soustraction, il s'est trouvé 12 années 2 mois et 27 jours d'arrérages qui sont dus.

MULTIPLICATION,

TROISIÈME RÈGLE.

Définition de la Multiplication.

MULTIPLIER, c'est trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre à multiplier qu'il y a d'unités au multiplicateur. Son usage est de trouver par la valeur d'une aune de marchandise la valeur de plusieurs aunes; comme si on disait, une aune de drap vaut 9 livres, par la multiplication on trouvera combien 24 aunes vaudront au même prix

Cette opération contient trois nombres de différentes dénominations : le premier desquels s'appelle multiplicande ou nombre à multiplier; le second s'appelle multiplicateur; et le troisième que l'on cherche s'appelle produit, qui est le résultat de la Règle.

Pour opérer dans la Multiplication, il faut commencer à multiplier par les figures à main droite, et finir à la gauche; mais avant que de donner aucun exemple d'icelle, il est nécessaire de faire précéder le Livret, ou la *Table de Multiplication*, qu'il faut savoir par cœur pour bien pratiquer, non-seulement la Multiplication, mais aussi la Division, étant certain que nul ne peut être bon Chiffreur, s'il ne sait son Livret par cœur, et que de lui dépend tout l'artifice de bien chiffrer.

Table de Multiplication.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	33	36
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	44	48
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	66	72
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	77	84
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	88	96
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	99	108
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
11	22	33	44	55	66	77	88	99	110	121	132
12	24	36	48	60	72	84	96	108	120	132	144

Usage de la Table.

Cette Table sert pour trouver le produit de deux nombres multipliés l'un par l'autre.

Comme, par exemple, si on veut trouver le produit de 7 multiplié par 9, il faut chercher 7 dans la première colonne qui commence par 1, puis multipliant ce 7 par le 9 de la première ligne, on dira 7 fois 9 font 63, que l'on trouvera à la 9.e colonne vis-à-vis du 7, et ainsi des autres.

Exemple de Multiplication, où le Multiplicateur est d'une seule figure.

On veut savoir ce que coûteront 47 aunes de toile à raison de 6 livres l'aune.

Pour faire cette Règle, je pose 47, nombre à multiplier, et sous icelui à main droite j'écris 6 multiplicateur, comme il se voit par la disposition des nombres.

47 aunes. Nombre à multiplier,
6 livres. Multiplicateur.

Produit 282 livres.

Explication de cette Règle.

Ayant disposé, comme il se voit, le nombre à multiplier 47, et posé sous icelui 6 multiplicateur, pour trouver le produit, je dis : 6 fois 7 font 42; je pose 2 sous 6, et retiens 4 dixaines; après je dis 6 fois 4 font 24, et 4 que j'ai retenus font 28; je pose 28 en reculant à main gauche, partant il vient 282 livres au produit, et autant coûteront les 47 aunes à 6 liv. l'aune.

Autre Exemple où le Multiplicateur est de deux figures.

On veut savoir combien valent 456 pièces de vin à raison de 38 livres le muid.

Pour faire cette Règle, je pose le nombre à multiplier 456, et 38 multiplicateur au-dessous comme il se voit.

Muids 456
à 38 livres le muid.

3648
1368

Produit 17328 livres.

Ayant ainsi disposé les nombres, je dis 8 fois 6 font 48, je pose 8 et retiens 4 : ensuite 8 fois 5 font 40, et 4 que j'ai retenus font 44, je pose 4 et retiens

4 : enfin 8 fois 4 font 32, et 4 que j'ai retenus font 36, je pose 36, comme il se voit par l'opération.

Cela fait, je passe à la seconde figure du multiplicateur qui est 3, par lequel je multiplie encore 456 de même ordre, disant : 3 fois 6 font 18, je pose 8 sous le même 3 en reculant d'un degré, et retiens 1 : ensuite 3 fois 5 font 15, et 1 que j'ai retenu font 16, je pose 6 et retiens 1 : enfin 3 fois 4 font 12, et 1 que j'ai retenu font 13, lesquels j'écris selon leur ordre.

Les Multiplications étant ainsi faites, j'ai fait Addition des deux produits, et il s'est trouvé 17328 liv. pour le produit total, et autant coûteront lesdites 456 pièces de vin à la raison dite de 38 livres le muid; ainsi des autres.

Et si le multiplicateur contient 3 ou plus de figures, il faut observer le même ordre qu'à deux figures, c'est-à-dire, de reculer le produit de chaque figure d'un degré.

Preuve de la Multiplication par 9.

Cette Règle, comme les précédentes, doit se prouver par son contraire; mais attendu que je n'ai pas encore expliqué la Division, qui est le contraire de la Multiplication, je me servirai par supplément de la preuve de 9, laquelle se fait ainsi.

Remarquez que c'est la preuve de la Multiplication suivante que j'explique, où le nombre à multiplier est 706, le multiplicateur 57, et le produit 40242.

Il faut faire une croix, puis tirer la preuve de 706, dont le surplus de 9 est 4, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve de 57, et écrire le surplus de 9, qui est 3, au bas de la croix.

Cela fait, il faut multiplier ces deux restes l'un par l'autre, savoir, 4 par 3 vient 12, dont le surplus de 9 est 3, qu'il faut écrire au côté gauche de la

croix : enfin il faut tirer la preuve de 40242 qui est le produit, et écrire le surplus de 9, qui sera aussi 3, au bras droit de la même croix; d'où l'on conclut que la Règle est bien faite, d'autant qu'il faut que le quatrième reste que l'on trouve soit égal au troisième que l'on a posé.

Et c'est une Règle générale pour la preuve par 9 de toutes les Règles de Multiplications et Divisions qui suivront.

Exemple de la Multiplication pour la pratique de la preuve par 9.

A 57 livres l'arpent de terre, combien 706 arpens?

Opération.

	706 Arpens à multiplier,	
par	57 livres.	Preuve par 9.
	4942	4
	3530	3 X 3
	40242	3

On remarquera en passant que, quoique la preuve ci-dessus par 9 se trouve bonne, néanmoins il est possible que la Règle soit fausse pour les raisons enseignées ci-devant, en expliquant la preuve de l'Addition par 9; *page* 13.

Preuve de la Multiplication par la Division. Voyez la page 48.

S'il arrive qu'il y ait des zéros au multiplicateur, comme si on veut multiplier 567 par 200, on posera 567, et 200 dessous, en sorte que le 2 de 200 soit sous le 7, et les deux zéros avancés; parce qu'il n'y a qu'à les poser simplement au produit, sans multiplier, d'autant que le zéro ne multiplie, ni ne divise; puis multiplier 567 par 2, comme ci-après.

Opération.

567	Multiplicande.
200	Multiplicateur.
113400	Produit.

Et s'il y a des zéros, tant au nombre à multiplier qu'au multiplicateur, il faut multiplier les figures significatives l'une par l'autre, comme il a été enseigné, puis ajouter au produit tous les zéros, tant du multiplicande que du multiplicateur, et ce qui viendra sera le produit total de la multiplication; exemple : si on veut multiplier 45700 par 3500, on fera comme il se voit par l'opération ci-dessous.

45700	Multiplicande.
3500	Multiplicateur.
22850000	
137:0000	
159950000	Produit. Ainsi des autres.

Abréviation pour la Multiplication en nombres entiers.

Quand on voudra multiplier quelque nombre par 10, il faut poser un zéro au-devant du nombre proposé, et la Multiplication sera faite.

Comme si on veut savoir combien valent 37 aunes à 10 livres l'aune, posez un zéro à la suite de 37, il viendra 370 livres pour la valeur requise.

Si on veut multiplier par 100, il faut poser deux zéros à la suite du nombre à multiplier, et la Multiplication sera faite

Si on veut multiplier par 1000, il faut poser trois zéros à la suite du nombre proposé, etc.

Voyez pour le surplus les abréviations de la Multiplication.

Usage de la Multiplication.

L'USAGE de la Multiplication est de trouver par le prix d'une chose la valeur de plusieurs en telle espèce que l'on a multipliée. Par exemple, si on a multiplié par livres, il viendra des livres au produit; si on a multiplié par des sols, il viendra des sols; si par deniers, il viendra des deniers, ainsi des autres.

Comme si on demandait la valeur de 25 aunes de drap ou serge, à raison de 9 livres l'aune; on voit qu'en multipliant 25 aunes par 9 livres, il viendra 225 livres au produit pour la valeur desdites 25 aunes, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

	25	aunes.
à	9	livres l'aune.
Produit	225	livres pour la valeur requise.

La Multiplication sert aussi pour réduire une grande espèce, soit de monnaie, de poids, de mesure, etc. en une autre moindre, pareillement les ans en mois, et les mois en jours, etc. afin de savoir combien une quantité de ces grandes espèces en contient de moindres; comme les livres les réduire en sols, les sols en deniers, les toises en pieds, les pieds en pouces, etc. les jours en heures, les heures en minutes.

Pour ce faire, généralement parlant, il faut multiplier la quantité de la grande espèce par le nombre selon lequel elle contient la moindre; par exemple, si je veux réduire des livres en sols, je multiplie le nombre des livres par 20 sols valeur de la livre; des sols en deniers, je multiplie le nombre des sols par 12 deniers valeur d'un sol; ainsi des autres. De ces réductions il en sera parlé amplement ci-après.

Question sur la Multiplication.

On demande combien 16 ans contiennent de jours; comptant 365 jours pour chaque année, avec la quatrième partie d'un jour d'augmentation sur chaque année, à cause du bissexte qui arrive de quatre ans en quatre ans.

Multipliez 365 jours par 16 ans, et ajoutez la quatrième partie de 16 au produit, à cause des quarts de jour, le produit total sera 5844.

Opération.

365 jours à multiplier,
par 16 ans.

2190
365
4 jours ajoutés pour le quart de jour.

5844 Produit ou nombre de jours requis.

La Multiplication sert encore en l'arpentage ou mesure des terres, comme aussi au toisé.

Exemple.

Etant donné la longueur et la largeur d'une pièce de terre quarrée, si on multiplie la longueur par la largeur, on aura la superficie totale; c'est-à-dire, que si ce sont des toises, la Multiplication donnera au produit des toises en superficie; si ce sont des pieds, on aura des pieds.

Exemple.

Une pièce de terre a 48 toises de longueur, et 17 toises de largeur; multipliant 48 par 17, il viendra 816 toises quarrées pour la superficie de la pièce de terre.

Opération.

	48	toises de longueur à multiplier ,
par	17	toises de largeur.
	336	
	48	
Produit	816	toises quarrées pour la superficie.

Autre Exemple.

Si un mur a 56 toises de long, et 3 toises de haut; on demande combien il contient de toises quarrées.

Il faut multiplier la longueur 56 par la hauteur 3, et le produit sera 168, c'est-à-dire, 168 toises quarrées pour le contenu dudit mur. Faites l'opération comme il a été enseigné.

Autre Exemple.

On demande la quantité de pavés qu'il faut pour paver une Salle, connaissant le nombre qu'il en faut de long, et le nombre de large. Supposé qu'il faille 52 pavés pour la longueur, et 32 pour la largeur, on demande combien il en faut en tout. Il faut multiplier 52 par 32, et il viendra au produit 1664 pour le nombre requis des pavés.

Autre Exemple.

On veut tapisser une Salle qui a seize aunes de tour en dedans, et quatre aunes de hauteur; on demande combien il faut d'aunes de tapisserie en quarré pour tapisser ladite Salle. Il faut multiplier 16 aunes par 4 aunes, et il viendra 64, c'est-à-dire, 64 aunes de tapisserie qu'il faut pour tapisser cette Salle.

On peut à l'infini donner des exemples de Multiplication pour en faire voir plus amplement l'usage et l'utilité; mais je me contenterai en cet endroit des exemples ci-dessus, renvoyant pour le surplus aux pages suivantes, où je proposerai diverses questions sur la Multiplication, concernant les finances et la marchandise.

Avertissement pour la Multiplication et la Division par livres, sols et deniers.

Comme la Multiplication par les parties aliquotes, tant de 20 sols que de 12 deniers, comme aussi par les parties du marc, de la toise, etc. ne se peut clairement expliquer sans l'intelligence de la Division, parce que multiplier un nombre par une partie aliquote de quelque entier, comme par 5 sols, qui est le quart de 20 sols, c'est autant que de diviser ce même nombre par 4, ou par 6 si la partie aliquote est un sixième, ou par tel autre nombre que l'on voudra; ainsi la division des mêmes entiers et de leurs parties ne se peut prouver par la Multiplication, sans aucune connaissance réciproque d'icelle en toute son étendue, tant en entiers qu'en fractions. C'est pourquoi, pour trouver un milieu, et faciliter la connaissance de tous les deux, je me contenterai ici de ce que je viens de dire touchant la Multiplication en nombres entiers, renvoyant pour le surplus aux pages suivantes, où je commencerai d'expliquer la Multiplication par les parties aliquotes sur laquelle je m'étendrai beaucoup, comme étant la Règle la plus nécessaire et la plus usitée dans le commerce, et en quelque façon celle que j'estime la plus difficile à entendre entre les communes, pour la diversité des propositions qui se peuvent former sur icelles touchant la finance et la marchandise.

Pour la Division en nombres entiers, j'expliquerai seulement ci-après comment il faut la faire; sans donner l'explication d'icelle, vous la trouverez amplement pratiquée sous le titre de Division par livres, sols et deniers, et autres sous-espèces, appliquée à quantité de questions concernant aussi les finances et la marchandise.

DIVISION, IV.e RÈGLE.

Avant que de commencer l'explication de cette Règle, je me suis trouvé obligé de vous donner un avertissement du dessein que j'ai pris touchant la méthode de diviser pour toutes les opérations de Division qui se trouveront à faire dans toute l'étendue de mon Arithmétique; je vous dirai même, que comme les Livres se trouvent entre les mains de différentes personnes, il faudrait qu'ils fussent composés différemment, particulièrement à l'égard de la Division: ainsi par cette raison de plaire à un chacun, les uns voulant chiffrer ou diviser à la Française, les autres à l'Espagnole, d'autres à l'Italienne; afin de contenter les curieux, particulièrement ceux qui aiment la diversité, après avoir expliqué la Division à la Française, je vous expliquerai ensuite succinctement la Division à l'Espagnole, puis après celle à l'Italienne, lesquelles trois manières de diviser produisent un même effet. Et pour satisfaire davantage votre curiosité, et vous faire voir la différence de ces trois méthodes de diviser, vous verrez ensuite un exemple de Division en nombres entiers, pratiqué premièrement à la Française, puis après à l'Espagnole, et ensuite à l'Italienne; d'où vous connaîtrez la différence qu'il y a entre ces trois méthodes, desquelles vous choisirez celle qui vous agréera le plus, après les avoir expliquées toutes trois. Et d'autant que je prouve que la Division à l'Espagnole est la plus facile à pratiquer, comme je l'éprouve ordinairement par l'expérience que j'en fais tous les jours, je m'en servirai dans toutes les propositions où il sera besoin de se servir de la Division.

Définition de la Division.

Diviser ou partager, c'est séparer un nombre en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviseur.

Ou autrement, diviser un nombre par un autre, c'est chercher combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre à diviser.

Cette Règle contient trois nombres de différente dénomination : le premier desquels s'appelle dividende, ou nombre à diviser ; le second s'appelle diviseur ; et le troisième que l'on cherche, s'appelle quotient, qui est le résultat de la Règle.

Comme si on voulait diviser 36 livres à quatre personnes, c'est séparer 36 livres en 4 parties égales, l'une desquelles est 9 ; et ainsi, 36 sera appelé nombre à diviser, 4 le diviseur, et 9 le quotient, et il ne reste rien, parce que 9 fois 4 font 36 juste.

Cette Règle, au contraire des trois précédentes, se commence à main gauche, et finit en continuant à la droite ; elle se fait ainsi : Il faut disposer le nombre à diviser, et sous icelui écrire le diviseur, et former un demi-cercle au-devant en cette sorte.

Somme à diviser, 36
—— (9 quotient.
Diviseur 4

Autre Exemple.

Je veux diviser 8785 par 5, j'écris 5 diviseur sous 8, premier caractère du nombre à diviser, vers la main gauche ; mais il faut remarquer que si au lieu de 8 il y avait 4, il eût fallu mettre le diviseur 5 sous le 7 suivant : ce que l'on observera en toute autre Division.

Il faut encore remarquer qu'autant de fois que l'on pose le diviseur, ce sont autant d'opérations de la Division que l'on fait, et partant il y aura autant de figures au quotient.

Première Opération.

3
8785
——— (1
. 5

Ayant ainsi disposé les nombres, il faut s'enquérir combien il y a de fois 5 dans 8; on trouve qu'il y est 1 fois, que l'on écrira au bout de la somme à diviser et au-devant du demi-cercle; puis on multipliera le quotient par le diviseur, disant : 1 fois 5 est 5, ôtez de 8 reste 3, qu'il faut écrire sur 8.

Pour seconde opération, il faut avancer le 5 diviseur, sous le 7 suivant du nombre à diviser.

Seconde Opération.

32
8785
——— (17
88

Ensuite on prendra le 3 restant pour 30 avec le 7 suivant font 37; puis on dira, en 37 combien de fois 5, il s'y trouve 7 fois, que l'on écrira au quotient à la suite de 1 déjà posé; puis multipliant le quotient par le diviseur, on dira 7 fois 5 font 35, ôtez de 37 reste 2, que l'on écrira au-dessus du 7.

On continuera d'avancer le diviseur sous chacun des caractères du nombre à diviser et opérer comme dessus, ainsi qu'il se voit par l'opération entière de la Règle, et il viendra pour quotient 1757 livres; c'est-à-dire, que si on voulait partager 8785 liv. à 5 personnes, chacune aurait pour sa part 1757 livres.

Opération entière de la Règle.

323
8785
——— (1757 quotient.
5555

On fera de même quand on voudra diviser par une seule figure, comme par 2, ou par 3, ou par 4, ou par 6, etc.

Il faut remarquer que cette manière de diviser tout au long par une figure, n'est qu'à l'égard de ceux qui commencent d'apprendre la Division; car

pour ceux qui sont tant soit peu versés dans icelle, et qui la savent, s'ils divisent quelque nombre par une seule figure, comme par 2, ils n'ont qu'à tirer la moitié de ce nombre, et cette moitié sera le quotient; s'ils divisent par 3, ils tireront le tiers, par 4, le quart, etc.

Avant que de continuer l'explication de la Division, il est nécessaire de faire quelques observations sur icelle.

1. D'avancer le diviseur lorsque la première figure du nombre à diviser sera moindre que la première figure du diviseur.

2 D'avancer le diviseur d'un degré autant de fois que chaque opération sera achevée, soit qu'il soit composé de 2, 3, ou plus de figures, et opérer selon l'explication ci-devant

3. Que le quotient de chaque opération ne peut être 10 ni plus, mais seulement 9 et au-dessous; parce que de tous les élémens des nombres, 9 est le plus grand.

4. Il faut que le reste d'une Division, s'il y en a, soit toujours moindre que le diviseur, autrement la Division est mal faite, et c'est une marque que l'on n'a pas assez posé au quotient; c'est pourquoi il faut recommencer la Division.

Autre Exemple de Division, dont le diviseur est composé de deux figures.

Quand le diviseur est de deux figures, comme si on voulait diviser 13824 livres à 32 personnes, il faut poser le diviseur 32 au-dessous de 13824, nombre à diviser, en avançant d'un degré le diviseur 32, comme il se voit par l'opération.

```
 10
13824
—————— (4
32
```

Les nombres étant ainsi disposés, il faut demander combien de fois le diviseur 32 est contenu dans le nombre supérieur 13824; mais parce que la mémoire serait

trop surchargée, il faut seulement demander combien de fois le premier caractère du diviseur qui est 3, est contenu dans 13, et voyant qu'il y est 4 fois, il faut poser 4 au quotient, puis multiplier le quotient 4 par le diviseur 32, disant : 4 fois 3 font 12, qu'il faut ôter de 13, reste 1, que l'on écrira sur le 3 de 13 : ensuite 4 fois 2 font 8, qu'il faut ôter de 8, et reste 0, que l'on posera au-dessus du 8, observant de barrer ou trancher les figures, tant du diviseur que du nombre à diviser, à mesure qu'elles sont acquittées.

Pour seconde opération, il faut avancer le diviseur 32 d'un degré, savoir : 3 sous 8, et 2 sous la figure d'après, comme ci-dessous.

```
   1
  106
 13824
 ------- (43
  322
   3
```

Le diviseur étant ainsi avancé, on cherchera combien il y a de fois 3 dans 10 ; on voit qu'il y est 3 fois, c'est pourquoi il faut poser 3 au quotient à la suite du 4 déjà posé, puis multiplier le même diviseur 32 par ce quotient qui est 3 comme auparavant, disant : 3 fois 3 font 9, ôtez de 10, reste 1, qui vaudra 10, étant joint au 2 suivant, et ce seront 12, puis dire : 3 fois 2 font 6, qui de 12 ôte 6 reste 6.

Enfin, il faut avancer le diviseur 32, sous le nombre 64 restant, savoir : le 3 sous le 6, et le 2 sous le 4 ; et achever l'opération comme ci-dessous.

```
   1
  106
 13824
 ------- (432
  3222
   33
```

Le diviseur étant ainsi posé, comme il se voit ci à côté, on parachèvera la Division, disant comme ci-dessus : En 6 combien de fois 3, il y est 2 fois ; on posera 2 au quotient, puis on dira : 2 fois 3 font 6, ôtez de 6, il ne reste rien ; puis 2 fois 2 font 4, ôtez de 4 il ne reste rien ; et ainsi le quotient est 432. On observera le même dans les autres Divisions.

Autre Exemple de Division, dont le Diviseur est composé de trois figures.

Et s'il y avait davantage de figures au diviseur, il faudrait observer le même ordre. Par exemple, s'il était question de diviser 6754 à 357 personnes, pour savoir combien il appartient à chacun.

Ayant disposé la somme à diviser ci-dessus, et posé le diviseur au-dessous, comme il se voit ci-après, on dira : en 675 combien de fois 357, ou plutôt en 6 combien de fois 3 ; on sait qu'il y est 2 fois naturellement. Mais auparavant que d'écrire le 2 au quotient, il faut raisonner en soi-même, disant : si je multiplie ce 2 par le 3 du diviseur, il viendra 6, et ne restera rien ; de plus, si je multiplie le 5 du diviseur par le même 2 posé au quotient, il viendra 10, et il n'y a que 7 de reste au-dessus ; par conséquent c'est trop de poser 2, on écrira donc 1 au quotient, comme il se voit par l'opération ; puis multipliant le quotient par le diviseur, on dira : une fois 3 est 3, ôtez de 6 reste 3, que l'on posera sur le 6 ; puis, une fois 5 est 5, ôtez de 7 rete 2, que l'on écrira au-dessus de 7 ; pareillement une fois 7 est 7, ôtez de 5 qui est au-dessus de 7, cela ne se peut, on empruntera une dixaine sur le 2 de la colonne prochaine à main gauche, laquelle dixaine, jointe avec le 5 feront 15, puis on dira : qui de 15 ôte 7 reste 8, que l'on écrira sur le 5 ; et parce que l'on a emprunté 1 de 2, ce même 2 est réduit à 1, que l'on écrira au-dessus de 2.

```
 1
 328
 6754
 ———— (1
 357
```

Ensuite on avancera le diviseur d'une figure à l'égard du diviseur premièrement posé, puis on dira : en 3184 combien de fois 357. Mais d'autant qu'il est trop difficile de le dire par jugement, à cause du

grand nombre, pour aider la mémoire et faciliter la connaissance du quotient, on dira : en 31 combien de fois 3; on voit que naturellement il y est 10 fois; mais comme on ne peut mettre au quotient que 9, supposant donc 9 dans son esprit, ou le posant à l'écart, sans l'écrire au quotient, jusqu'à ce que l'on ait examiné s'il y peut entrer; on multipliera la première figure du diviseur qui est 3, par ce 9 supposé, il viendra 27 au produit, qui ôtés de 31, reste 4 à écrire sur 1 de 31; on continuera de multiplier la seconde figure du diviseur 5 par le quotient 9, disant : 9 fois 5 font 45, qui ôtés de 48, reste 3 à écrire sur 8. Enfin on dira : 9 fois 7 font 63, qui ne peuvent être ôtés de 54 qui restent, et partant on voit que c'est trop de mettre 9, parce que 9 fois 357 diviseur, sont plus que 3184 restant à diviser; on posera donc moins, c'est-à-dire 8, et encore faut-il voir s'il y entrera par l'ordre ci-dessus expliqué; et opérant *

Seconde et dernière Opération.

```
     3
     7
 1   12
   5288
   6754
 ———————— ( 18, et reste 528 qui ne se peut
   3577          diviser, c'est-à-dire 528/357
    35
```

* Ainsi qu'il vient d'être enseigné, il viendra 18 pour véritable quotient de la Division, et restera 528 de telle chose que l'on aura divisé, qu'il faudra écrire sur une ligne, et le diviseur 357 au-dessous, et ce reste est appelé Fraction, de laquelle il sera parlé ci-après dans le Traité des Fractions, ou bien lorsque je traiterai de la Division par livres, sols et deniers, où je rapporterai ce même exemple.

Preuve de la Division.

La Division, aussi bien que les trois autres Règles précédentes, se prouvent en deux façons, savoir, par la preuve de 9, et par la Multiplication qui est son contraire et la plus assurée.

Et premièrement de la Preuve par 9.

La preuve de la Division se fait ainsi. Après avoir fait une croix, on commencera à compter par le diviseur, comme dans la Règle ci-dessus, où le diviseur est 357, et dire : 3 et 5 font 8, et 7 font 15, desquels rejetant 9, le reste est 6, que l'on écrit au haut de la croix ; de-là on passe au quotient qui est 18, disant : 1 et 8 font 9, dont la preuve est zéro, qui sera posé au bas de la même croix, puis il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, disant : 6 fois zéro c'est zéro. Il faut remarquer que s'il n'y avait rien de reste à la Division, il faudrait écrire zéro au bras gauche de ladite croix ; mais à cause qu'il y a 328 de reste à la Division, il en faut tirer la preuve, et le surplus de 9 se trouve 4, que l'on doit écrire audit bras gauche de la croix au lieu du zéro, observant toujours de rechercher le reste de la Division, s'il y en a, pour en tirer la preuve. Enfin il faut tirer la preuve de 6754, nombre à diviser, et le surplus de 9 est 4, qu'il faut écrire à l'autre bras de la croix ; et comme les deux restes du bras gauche et du bras droit de la croix se trouvent égaux, la Division est estimée bien faite, comme il se voit par l'opération ci-dessus. On fera de même pour la preuve par 9 des autres Divisions en nombres entiers.

De la Preuve de la Division par la Multiplication.

Pour faire la preuve de la Division ci-dessus, et généralement de toutes les Divisions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviseur, ou le diviseur

par le quotient indifféremment, et ajoutant le reste de la Division, s'il y en a, la somme viendra égale au nombre à diviser, si la Règle est bien faite; si elle vient autrement, la Règle est fausse.

Opération de la Preuve de la Division ci-dessus.

	357	diviseur à multiplier,
par	18	quotient.
	2856	
	357	
	328	reste de la Division.
Produit	6754,	qui est le nombre que l'on a divisé, et c'est la preuve; ainsi des autres.

Preuve de la Multiplication en nombres entiers par la Division.

Ayant fait la Multiplication ci-dessous, il faut diviser le produit d'icelle par le nombre à multiplier, et il viendra au quotient le multiplicateur.

Ou si on divise le produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, comme il se voit par les opérations suivantes, tant de Multiplication que de Division.

Exemple de la Multiplication.

On veut multiplier 706 par 57.

Opération.

Nombre à multiplier,	706	4	
Multiplicateur,	57	824	
	4942	*40242	
	3530		(57 preuve.
		7000	
Produit	40242*	70	

Cette Regle de Multiplication a été opérée page 54, et je l'ai répétée ici pour en faire voir la preuve.

Deuxième

Deuxième Méthode de diviser, nommée à l'Espagnole, plus facile que la précédente.

Ayant bien entendu l'explication ci-dessus pour l'opération de la Division, selon la méthode à la Française, il sera bien facile d'entendre comment il faut opérer par cette seconde, laquelle ne diffère point de la précédente pour la prévoyance et la position des figures du quotient, elle se fait ainsi : Il faut disposer les figures du diviseur sous le nombre à diviser, comme il a été ensigné, et chercher de même façon combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre à diviser, et poser au quotient, pour chaque opération, la figure qui exprime la quantite de fois que le diviseur est contenu dans le dividende supérieur, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

Exemple.

On veut diviser 6754 livres à 357 personnes, on demande combien chacun aura pour sa part.

	318	
Somme à diviser	6754	
	———	(1 quotient.
Diviseur	357	

La somme à diviser étant ainsi posée, et le diviseur au-dessous, il faut voir combien de fois 3 est contenu en 6 ; on voit qu'il y est 2 fois naturellement, mais qu'il n'y peut entrer qu'une fois, parce que 2 fois 357 font plus que 675 qui sont dessus : il faut donc poser 1 au quotient.

Le quotient 1 étant ainsi posé, on dira, en rétrogradant de la droite à la gauche, selon l'ordre de la Multiplication, 1 fois 7 est 7; qui de 5 ôte 7, cela ne se peut; mais qui de 15 ôte 7, il reste 8, que

j'écris sur le 5, lequel nombre de 15 est composé d'une dixaine empruntée sur la colonne prochaine, et du 5 ; on dira donc, je retiens une dixaine.

Ensuite il faut dire : 1 fois 5 est 5, et une dixaine empruntée font 6 ; qui de 7 ôte 6, reste 1, que j'ecris sur 7.

Enfin je dis 1 fois 3 est 3 ; qui de 6 ôte 3, il reste 3.

Seconde Opération.

La première opération étant ainsi achevée, on écrira le diviseur 357 à l'ordinaire sous le nombre à diviser, en avançant d'un degré, et le 3 du diviseur se rencontrera sous 1 de 31.

Puis cherchant combien de fois 3 sont contenus dans 31, on voit qu'ils y sont 10 fois naturellement, mais qu'ils ne peuvent y entrer que 8 fois, comme il a été examiné ci-devant ; il faut donc poser 8 au quotient, *

32
3188
6784
——— (18 quotient, reste 328.
3877 * ensuite de la figure 1 déjà posée,
35 puis multipliant 357 par le quotient 8, selon l'ordre de la Multiplication, on dira 8 fois 7 font 56, ôtés de 64 composés du 4 supérieur et de 6 dixaines que l'on emprunte dans son esprit sur le degré suivant, reste 8 qu'il faut écrire au-dessus du 4, et on retiendra dans la mémoire les 6 dixaines empruntées, pour les rendre et ajouter au produit de la Multiplication suivante.

Ensuite on dira 8 fois 5 font 40, et les 6 dixaines retenues font 46, ôtés de 48 composés du 8 supérieur et de 4 dixaines que l'on emprunte sur le degré suivant, reste 2, qu'il faut écrire sur 8, et retenir les 4 dixaines empruntées.

Enfin on dira 8 fois 3 font 24, et les 4 dixaines

retenues font 28, ôtés de 51 qui sont au-dessus, reste 5 que l'on écrira sur 1 de 51, et partant le reste fera 528, comme par la méthode à la Française ci-devant, lequel reste sera écrit sur une ligne, et feront $\frac{328}{357}$, ou 328 livres qui ne se peuvent pas diviser par 357, que l'on réduira en sols, etc., comme il se verra lorsque je traiterai de la Division par livres, sols et deniers.

Troisième Méthode de la Division, nommée à l'Italienne.

Cette troisième méthode de diviser ne diffère en rien des deux précédentes, quant à la prévoyance qu'il faut garder pour la position du quotient; car quoique le diviseur ne soit pas mis directement sous le nombre à diviser, comme ci-devant, et qu'il soit mis à l'écart en quelque endroit où l'on voudra, comme il se voit dans l'exemple ci-dessous, de 6754 à diviser par 357, dont j'ai fait ci-devant l'opération en deux façons, il faut néanmoins savoir à chaque opération combien de fois le diviseur est contenu dans le nombre supérieur à diviser.

Comme dans l'exemple dont je me sers à présent, il faut savoir combien il y a de fois 357 dans 675, ayant trouvé qu'il y est une fois, il faut poser 1 au quotient; puis multipliant le diviseur 357 par cet 1, vient 357, qu'il faut écrire sous 675, et le soustraire, le reste est 318 que l'on écrit sous 357.

Pour seconde opération, il faut abaisser le 4 du nombre à diviser, et le poser à la suite de 318, il vient 3184, et après savoir combien de fois le diviseur 357 est contenu dans 3184, disant en 31 combien de fois 3; on trouve qu'il y est 8 fois, on posera donc 8 au quotient; ensuite multipliant 357 par 8, il vient 2856 que l'on écrit au-dessous de

3184 ; puis ôtant l'un de l'autre, le reste est 328 qui ne se peuvent diviser, comme il a été prouvé cidevant : s'il y avait davantage de figures, on continuerait à diviser de même ordre, abaissant pour chaque opération une figure du nombre à diviser.

Si l'on faisait la réduction des livres restantes en sols, et des sols en deniers, et que l'on en voulût faire la Division, on garderait le même ordre à l'égard de la Division.

Preuve de la Division de l'autre part.

Pour preuve il faut ajouter le reste 328 avec les figures barrées au-dessus, et il viendra la somme à diviser.

Opération de l'exemple de la Division ci-dessus, où il a été proposé de diviser 6754 par 357.

Somme à diviser	6754 (18 quotient.
Diviseur	357
Otez	357 de 6754
Reste	3184
Otez	2856 de 3184
Reste	328 à diviser ; ainsi des autres.

Divers exemples de Division, dont l'opération se fera de différentes manières.

Premier exemple.

On veut diviser 898108 par 999.

Première Opération à la Française.

```
      8
     198
     979
     0888
    176937
    898108
 ------------ ( 899, et reste 7.
     99999
      999
       9
```

Même opération à l'Espagnole.

```
       997
     898108
   ---------- ( 899, reste 7.
     99999
      999
       9
```

Même opération que les précédentes, à l'Italienne.

```
Nombre à diviser  898108  ( 899 quotient.
Diviseur 999       9890
                   8998
       Reste.         7
```

Autre exemple de Division pratiquée à la Française et à l'Espagnole.

On veut diviser 19999100007, par 99999.

Opération à la Française.

```
     12
     93
     012
    1829
    9930
    00182
   188299
   999300
   0001882
  18882999
  99918882
  000029999
 19999100007
 ------------- ( 199993 quotient.
  9999999999
   99999999
    999999
     9999
      99
```

Opération à l'Espagnole.

```
      29999
 19999100007
 ------------- ( 199993 quotient.
 9999999999
  99999999
   999999
    9999
     99
```

Par les opérations de Division ci-dessus, chacun peut juger de la brièveté ou facilité, et choisir pour son usage la méthode qui lui sera plus facile; pour moi, comme j'ai déjà dit ci-devant, je me servirai toujours de celle que j'appelle à l'Espagnole.

Remarques sur la Division.

Quand on divise par un nombre qui a un ou plusieurs zéros à la fin, il faut poser celui, ou iceux s'il y en a plusieurs, sous les derniers caractères du nombre à diviser, et faire la Division par les autres caractères significatifs, jusqu'à ce que l'on ait rejoint les zéros, comme en cet exemple.

47688
——— (à diviser par 400.
4 00

Et s'il y a des zéros tant au nombre à diviser qu'au diviseur, on retranchera autant de zéros de l'un et de l'autre; puis divisant le reste de l'un par le reste de l'autre, on aura même quotient que si on avait divisé le tout par le tout, comme en l'exemple suivant de 45000 à diviser par 300.

Exemple.

45000 à diviser par 300.
C'est autant que de diviser 450 par 3; ainsi des autres.

Abréviation sur la Division.

Toute Division se peut abréger selon la nature du diviseur.

Comme si on veut diviser quelque nombre que ce soit par 10, il n'y a qu'à retrancher la dernière figure du nombre à diviser à main droite, et le reste à main gauche, c'est le quotient requis.

Comme si on voulait savoir combien 270 liv. valent de pistoles à 10 livres pièce; il faut diviser 270 par 10, ce qui se fait en retranchant le zéro de 270, et restera 27 pour le quotient, c'est-à-dire 27 pistoles.

Si on divise par 100, on retranchera les deux dernières figures du nombre à diviser à main droite, et les autres seront le quotient ; laquelle Division par 100 se pratiquera lorsque je traiterai de la Règle de profit ou perte.

Si on divise par 1000, on retranchera les trois dernières figures du nombre à diviser, et le reste sera le quotient ; laquelle Division se pratiquera, lorsque je traiterai des marchandises qui se vendent au millier.

Il y a une autre méthode de diviser en abréviation, lorsque le diviseur est composé de parties aliquotes, dont il sera parlé ci-après, ensuite de la Division par livres, sols et deniers.

Des propriétés de la Division.

LA Division, au contraire de la Multiplication, sert pour réduire les moindres espèces en plus grandes, comme pour réduire des deniers en sols, des sols en livres, des livres en écus de 60 sols, des pouces en pieds, des pieds en toises, etc. lesquelles réductions se verront en leur lieu.

Si la grandeur ou la superficie d'une pièce de terre rectangulaire était donnée avec la longueur d'icelle, si on veut savoir la largeur, on la trouvera en divisant la superficie donnée par la longueur.

Par exemple, si un champ de terre avait 144 toises ou perches quarrées en superficie, et que la longueur fût aussi 16 toises ou perches, il faudrait diviser 144 par 16, et le quotient serait 9, c'est-à-dire 9 toises ou perches pour la largeur de ladite pièce de terre.

De même s'il était proposé un nombre d'hommes à mettre en bataillon, et que le nombre de la file fût donné pour avoir le nombre des hommes du front, il faudrait diviser le nombre total des hommes par ceux de la file, et le quotient donnerait le nombre des hommes du front.

Comme s'il y avait 576 hommes à ranger en bataillon, et que l'on voulût que la file fût de 12 hommes, il faudrait diviser 576 par 12, et le quotient serait 48 pour le nombre des hommes du front.

Usage de la Division.

La Division sert pour trouver par le prix de plusieurs choses la valeur d'une.

Comme si on disait : une pièce de toile de 49 aunes a coûté 196 livres pour tous frais ; on demande combien vaut l'aune. Il faut diviser 196 liv. par 49 aunes, et il viendra 4 liv. pour la valeur de l'aune.

De plus, si par le prix d'une pièce on divise quelque somme, le quotient de la Division donnera le nombre des pièces valant ladite somme, comme il se verra, lorsque je traiterai du bordereau de payement par Division.

La Division sert, outre ce que je viens de dire, pour réduire de petites espèces en plus grandes, selon la table ci-dessous.

TABLE

*qui divise	* Des deniers par 12 viennent sols, ou par 240 viennent livres.
	Des sols par 20 viennent livres.
	Des grains par 24 viennent deniers de marc.
	Des deniers par 3 viennent gros.
	Des gros par 8 viennent onces.
	Des onces par 8 viennent marcs.
	Ou des onces par 16 viennent ℔ de poids.

*qui divise {
* Ou des onces par 15 viennent aussi
ft de poids.
Des points par 12 viennent lignes.
Des lignes par 12 viennent pouces.
Des pouces par 12 viennent pieds.
Des pieds par 6 viennent toises, etc.

L'usage de cette Table est expliqué ensuite de la Division par livres, sols et deniers.

TRAITÉ
DES FRACTIONS.

APRÈS avoir amplement expliqué l'Addition, Soustraction, Multiplication et Division en nombres entiers, il est nécessaire à présent de donner l'intelligence des quatre mêmes opérations en nombres rompus ou en Fractions, d'autant que par le moyen d'icelles on peut résoudre les plus difficiles questions d'Arithmétique, excepté celles où il faut se servir du grand Art, qui est l'Algèbre. C'est pourquoi je me suis résolu d'en donner un ample Traité, dans lequel je tâcherai de découvrir aux curieux tous les moyens de les comprendre.

Pour donc commencer, je dirai pour définition que ce que l'on appelle Fraction, n'est autre chose qu'une ou plusieurs parties de quelque entier, comme 5 sols qui est le quart de 20 sols, et 15 sols les trois quarts, etc.

Les Fractions sont de deux sortes : arithmétiques et vulgaires.

Les Fractions arithmétiques sont celles qui sont exprimées par les parties de l'unité, et qu'on peut

appliquer à nombrer quelque chose que ce soit, comme les parties d'un sol, d'une livre, d'une aune, etc.

Les Fractions vulgaires sont les parties de quelque entier qui est dans l'usage, comme 4 sols, qui sont le cinquième de 20 sols, ou 2 pieds, qui est le tiers de la toise ; ainsi des autres.

La Fraction arithmétique, qui est celle de laquelle j'entends parler dans ce Traité, vient ensuite d'une division, ou bien elle est proposée selon qu'il est besoin dans quelque opération, et s'écrit par deux nombres que l'on met l'un sous l'autre, et une ligne entre deux, comme $\frac{3}{4}$ qui signifient trois quarts, desquels celui de dessus est appelé Numérateur, qui dénote la partie de l'entier, et celui qui est dessous est appelé Démominateur, qui montre en combien de parties l'entier est divisé, comme il se voit par la démonstration qui suit.

3 Numérateur. —— 4 Dénominateur.	} ou 3 entiers à diviser par 4.

De même $\frac{3}{7}$ qui signifient trois septièmes parties, telles que le tout est divisé en 7, comme 3 livres, 3 écus, 3 pistoles à diviser par 7.

Les Fractions se peuvent rencontrer en trois diverses façons, ou lorsque le Numérateur est plus grand que le Dénominateur, ou lorsqu'il est égal, ou plus petit.

Si le Numérateur est plus grand que le Dénominateur, la Fraction vaut plus que l'entier, comme $\frac{5}{4}$ qui font plus que l'entier d'un quart.

S'il est égal, la Fraction vaut juste l'entier, comme $\frac{4}{4}$.

Enfin si le Numérateur est plus petit que le Dénominateur, la Fraction vaut moins que l'entier, comme $\frac{1}{4}$; ainsi des autres.

Il faut remarquer que le Dénominateur en fraction représente toujours l'entier, tellement que quand la fraction sera grande, comme $\frac{78}{8}$, pour savoir combien ce sont d'entiers, il faut diviser le Numérateur 77 par le Dénominateur 8, et il viendra 9 au quotient, c'est-à-dire 9 entiers; et restera 5 à diviser par 8, c'est-à-dire $\frac{5}{8}$, et le tout sera 9 entiers et $\frac{5}{8}$ parties de telle chose que l'on voudra diviser, soit d'écus, de livres, de toises, de perches, etc. Mais en matières de fractions, et de tant que l'on en voudra, il n'y a que le dernier Dénominateur qui vaille un entier; comme si on demande quels sont les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$ d'un écu de 60 sols, on multipliera les Numérateurs 2, 3 et 5 entr'eux l'un par l'autre, savoir, 2 par 3 vient 6, et 6 par 5 vient 30, que l'on posera pour Numérateur, ensuite l'on multipliera les Dénominateurs 3, 4 et 6 continuement, savoir, 3 par 4 viendra 12, et 12 par 6 viendra 72, que l'on posera pour Dénominateur au-dessous de 30, et la fraction fera $\frac{10}{72}$ parties d'un écu. Quant à l'évaluation des fractions, j'en parlerai ci-après.

Ayant dit ces choses de la Fraction arithmétique, il convient de passer à l'explication des quatre Règles, d'Addition, de Soustraction, Multiplication et Division, ayant préalablement fait voir quelques réductions, qui servent auxdites Règles, lesquelles réductions sont spécifiées ci-dessous.

1. Réduire une grande fraction en une moindre.
2 Réduire des entiers en une fraction de telle dénomination que l'on voudra.
3. Etant donné entiers et fractions, réduire tout en une même fraction.
4. Etant donné une fraction de laquelle le Numérateur soit plus grand que le Dénominateur, la réduire en entier et fraction s'il y échet.
5 Etant donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Première Réduction.

Etant donné une grande fraction, la réduire en une moindre dénomination.

Réduire en moindre dénomination, c'est trouver de plus petits nombres que ceux par lesquels la fraction proposée est exprimée, et qui fassent la même valeur, puisque les nombres qui sont en même raison font les fractions égales, et qu'il est plus facile d'opérer par une petite fraction que par une grande. Par exemple, $\frac{9}{12}$ sont égaux à $\frac{3}{4}$ auxquels ils sont réduits, comme vous le verrez ci-après pour la Règle.

Pour opérer en cette réduction, l'une est tâtonneuse à ceux qui ne connaissent pas la puissance des nombres, mais prompte à ceux qui la connaissent; l'autre est par une doctrine certaine et infaillible : je les expliquerai toutes deux.

Exemple.

Soit proposé la fraction $\frac{9}{12}$ à réduire à plus petite dénomination.

Il faut trouver un nombre par lequel on puisse diviser le Numérateur 9 et le Dénominateur 12 en même temps sans reste.

Pour faire cette réduction, je trouve que 3 peut servir de diviseur à 9 et à 12; car prenant le tiers de 9, vient 3, prenant aussi le tiers de 12 vient 4, que je pose l'un sous l'autre en fraction, et ce sont $\frac{3}{4}$ égaux à $\frac{9}{12}$; ainsi des autres.

Mais si les nombres de la fraction proposée sont si grands, que l'on ne les puisse pas réduire tout d'un coup à la plus petite dénomination requise, comme dans l'exemple ci-dessous; alors on se servira de plusieurs divisions continuées, comme dans l'exemple suivant.

Exemple.

La fraction $\frac{96}{144}$ est proposée à réduire à plus petite dénomination : je regarde par quel nombre je pourrai diviser le numérateur et le dénominateur en même temps, exactement, sans reste, comme par 2, 3, 4, 6, etc. enfin par quelque nombre que je le puisse faire, pourvu qu'il ne reste rien.

La première division étant faite des deux quotiens, j'en forme une autre fraction ; puis je considère si le numérateur et le denominateur de cette seconde fraction peuvent être encore divisés par un même nombre sans reste. Cette seconde division faite, des quotiens j'en forme encore une autre fraction, et ainsi de suite, jusqu'à ce que j'aie trouvé une fraction de laquelle le numérateur et le dénominateur ne puissent plus être divisés par un même nombre ; car alors ce sera la plus petite dénomination requise.

Construction de la réduction de $\frac{96}{144}$ à plus petits nombres.

Pour la faire, je divise 96 par 4, il vient 24 ; je divise aussi 144 par 4, il vient 36, c'est-à-dire $\frac{24}{36}$.

Je divise encore 24 par 4, il vient 6, et 36 aussi par 4, il vient 9, et ce sont $\frac{6}{9}$.

Enfin je divise 6 par 3, il vient 2, et 9 aussi par 3, il vient 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$ pour les plus petits nombres, faisant une fraction égale à $\frac{96}{144}$, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

$\frac{96}{144}$ $\frac{24}{36}$ $\frac{6}{9}$ $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$.

Preuve de la Réduction d'une grande Fraction à une plus petite qui lui soit égale.

Pour preuve qu'une grande fraction est égale à une petite en laquelle elle est réduite, ou qu'une petite est égale à une grande ;

Il faut toujours diviser le numérateur de la grande fraction par le numérateur de la petite, il viendra un nombre.

Il faut aussi diviser le dénominateur de la grande fraction par le dénominateur de la petite, et viendra le même nombre.

Comme dans l'exemple de $\frac{96}{144}$ que nous avons réduits à $\frac{2}{3}$, si on divise 96 par 2, viendra 48.

Si on divise pareillement 144 par 3, viendra 48 comme dessus, ce qui dénote l'égalité qu'il y a entre $\frac{96}{144}$ et $\frac{2}{3}$, ainsi des autres, et c'est la preuve.

Pour faire mieux connaître la raison de la preuve ci-dessus de la réduction de $\frac{96}{144}$ à $\frac{2}{3}$, je dirai que le même quotient qui se trouve en divisant 96 par 2, et 144 par 3, est la même chose que si on voulait diviser 96 liv. à 144 personnes, parce que chacune aurait autant pour sa part que si on voulait partager 2 livres à trois personnes, savoir, 13 sols 4 den. qui sont les deux tiers de 20; et partant on doit s'assurer que la preuve ci-dessus est générale et infaillible, pour voir s'il y a égalité de valeur entre deux fractions, dont l'une est connue, et l'autre ne l'est pas, comme il se verra dans les Règles d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division en fractions ci-après, où il sera souvent nécessaire de prouver l'égalité de deux fractions.

La réduction de la fraction $\frac{96}{144}$ ci-dessus se peut faire d'une autre façon, ainsi que je l'ai dit ci-devant: il faut diviser le dénominateur 144 par le numérateur 96, viendra 1 au quotient, et restera 48; et sans avoir égard au quotient, il faut diviser le diviseur 96 par le reste qui est 48, viendra 2 au quotient, et ne reste rien; d'où s'ensuit que 96 et 144 se peuvent diviser chacun par 48, dernier diviseur : tellement que divisant 96 par 48, il vient 2: divisant aussi 144 par le même 48, il vient 3; puis posant les deux quotiens 2 et 3 l'un sur l'autre, vient $\frac{2}{3}$ égaux à $\frac{96}{144}$, comme ci-dessus.

Avertissement sur la Réduction des Fractions.

Il arrive souvent que, quoique les nombres qui

exprriment la fraction soient très-grands, il est néanmoins impossible de réduire la fraction à plus petite dénomination, parce que les nombres, quoique grands, ne peuvent pas être divisés en même temps par un même diviseur sans reste.

Exemple.

$\frac{13}{48}$ sont proposés à réduire à plus petite dénomination : on voit que 48 peuvent se diviser par 2, par 3, par 4, etc. il n'importe ; mais 13 ne peuvent se diviser par aucun de ces nombres, ni par 2, ni par 3, ni par 4; enfin ils ne peuvent se diviser par aucun diviseur, sans qu'il y ait du reste; c'est pourquoi il faut que la fraction $\frac{13}{48}$ demeure en mêmes termes qu'elle est exprimée.

Autre Exemple.

$\frac{25}{144}$ est encore une fraction qui ne peut pas se réduire à plus petite dénomination ; car 25 peuvent être divisés par 5, mais 144 ne le peuvent pas être ; 144 peuvent être divisés par 4, et 25 ne le peuvent pas être; tellement qu'il faut que la fraction demeure en tels termes qu'elle est proposée.

Preuve.

Et pour prouver qu'une fraction comme $\frac{25}{144}$ ci-dessus proposée, ne peut se réduire à plus petite dénomination ;

Divisez le dénominateur 144 par le numérateur 25, il viendra 5 au quotient, et restera 19 à diviser par 25, c'est-à-dire $\frac{19}{25}$.

Ensuite divisez 25 par 19, il viendra 1 au quotient et restera 6, c'est-à-dire $\frac{6}{19}$.

Divisez encore 19 par 6, il viendra 3, et restera 1, qui est une marque que la fraction ne peut se réduire à plus petits termes.

La raison est que toute fraction de laquelle le numérateur et le dénominateur n'ont point de commune mesure, sinon l'unité, est dans les plus petits termes qu'elle se puisse exprimer.

Opération de la Division ci-devant.

19	6	1
~~144~~	~~25~~	~~19~~
—— (5	—— (1	—— (3
~~25~~	~~19~~	~~6~~

Seconde Réduction.

Etant donné un ou plusieurs entiers, les réduire en telle dénomination que l'on voudra.

Il faut multiplier l'entier ou les entiers par le dénominateur demandé, et mettre le produit sur une ligne pour numérateur, et le dénominateur au-dessous, et la fraction sera la réponse.

Exemple.

On veut réduire 3 entiers en une fraction qui ait 6 pour dénominateur; c'est comme si on disait :

On demande combien trois aunes contiennent de sixièmes.

Pour faire cette réduction, multipliez les 3 aunes par 6, il viendra 18, qu'il faut écrire sur une ligne pour numérateur de la fraction, et le 6 au-dessous pour dénominateur, et l'on aura $\frac{18}{6}$ égaux à 3 entiers, ou 3 aunes.

Pour preuve, divisez le numérateur 18 par le dénominateur 6, il viendra 3 au quotient, c'est-à-dire 3 entiers ou 3 aunes, etc.

Troisième Reduction.

Etant donné entiers et fraction, réduire tout en une même fraction.

Il faut multiplier les entiers par le dénominateur de la fraction, et ajouter au produit le numérateur de la même fraction, la somme sera le numérateur

de la fraction totale, et le dénominateur sera le dénominateur de la fraction proposée.

Exemple.

On veut réduire $5\frac{2}{3}$ en même fraction, c'est-à-dire en tiers, puisque le dénominateur de la fraction est 3; pour faire cela, je multiplie 5 par 3, il vient 15, auxquels ajoutant 2 numérateur des $\frac{2}{3}$, vient 17, qu'il faut écrire pour numérateur de la fraction demandée, et mettre pour le dénominateur le 3 de la fraction proposée; et on aura $\frac{17}{3}$ égaux à $5\frac{2}{3}$.

Pour preuve, divisez le numérateur 17 par le dénominateur 3, il viendra 5 au quotient, c'est-à-dire 5 entiers, et restera 2 à diviser par 3, c'est-à-dire $\frac{2}{3}$, et le tout fera $5\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Quatrième Réduction.

ETANT donné un nombre rompu plus grand que l'unité, le réduire en entiers et fraction s'il y échet.

Il faut diviser le numérateur de la fraction par son dénominateur, et le quotient donnera des entiers; s'il reste quelque chose, ce sera le numérateur d'une fraction qui aura même dénomination que le dénominateur premier.

Exemple.

La fraction $\frac{55}{12}$ est proposée; on demande combien ce sont d'entiers : il faut diviser 55 par 12, il viendra 4 au quotient, qui font 4 entiers, et reste 7, lesquels étant écrits sur le dénominateur 12, font $\frac{7}{12}$; tellement que la fraction $\frac{55}{12}$ vaut 4 entiers et $\frac{7}{12}$.

Pour preuve, multipliez les 4 entiers par 12 dénominateur des $\frac{7}{12}$, il viendra 48, auxquels vous ajouterez 7, et ce seront $\frac{55}{12}$ comme il est requis.

Cinquième Réduction.

ETANT donné deux ou plus de fractions, les réduire en même dénomination.

Cette opération de réduction est une des principales pour le maniement des nombres rompus ou fractions; car deux ou plus de fractions ne se peuvent ajouter, soustraire ni diviser, si elles ne sont de même dénomination.

Quand il n'y a que deux fractions à réduire en même dénomination, comme $\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{4}$, si l'on veut avoir le numérateur particulier de chaque fraction, eu égard au dénominateur commun, il faut multiplier en croix le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre réciproquement, et poser les deux produits au-dessus des deux fractions; puis pour avoir le dénominateur commun, il faut multiplier les deux dénominateurs l'un par l'autre, et le produit sera le dénominateur commun.

Par exemple, si on veut réduire $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$ en même dénomination, on les posera comme il se voit ci-derrière en croix; cela fait, on multipliera 2 numérateur de $\frac{2}{3}$ par 4 dénominateur de $\frac{3}{4}$; le produit est 8 que l'on posera au-dessus de $\frac{2}{3}$.

Ensuite on multipliera le 3 numérateur de $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur de $\frac{2}{3}$, il viendra 9 que l'on posera au-dessus de $\frac{3}{4}$; puis multipliant les deux dénominateurs 3 et 4 entr'eux, le produit est 12, qu'il faut écrire au-dessous des deux fractions pour dénominateur commun, comme il se voit par l'opération.

$$\begin{array}{cc} 8 & 9 \\ \hline \frac{2}{3} & \times \ \frac{3}{4} \\ \hline \multicolumn{2}{c}{12} \end{array}$$

Ayant fait l'opération ci-à-côté, on trouve que les $\frac{2}{3}$ sont convertis en $\frac{8}{12}$, et les $\frac{3}{4}$ en $\frac{9}{12}$; ainsi des autres.

Pour preuve que $\frac{2}{3}$ sont égaux à $\frac{8}{12}$, divisez 8 par 2, viendra 4, et 12 par 3 viendra aussi 4.

De même pour prouver que $\frac{3}{4}$ sont égaux à $\frac{9}{12}$, divisez 9 par 3, viendra 3 ; divisez aussi 12 par 4, viendra 3, comme ci-dessus.

Ce que dessus soit dit pour toujours, lorsqu'il s'agira de prouver qu'une grande fraction est égale à une petite en laquelle elle est réduite par diminution ; ou, au contraire, qu'une petite est égale à une grande en laquelle elle est réduite par augmentation.

Voyez la page 62, où je traite amplement de la preuve de la réduction d'une grande fraction à une petite.

Mais s'il y a trois fractions ou plus à réduire en même dénomination, comme $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$, alors il faut trouver dans son esprit un nombre le plus petit que l'on pourra, qui puisse être divisé justement sans reste par tous les trois dénominateurs, qui sont 3, 4 et 6, lequel nombre servira de dénominateur commun aux trois susdits dénominateurs. On peut se figurer plusieurs nombres propres, comme 12 qui est divisible par 3, par 4 et par 6, comme aussi 24, qui est divisible par les mêmes 3, 4 et 6; ainsi de 36, ainsi de 48, et de plusieurs autres : mais parce que 12 est le plus petit, et qu'il est plus facile et plus court d'opérer par de petits nombres que par de grands, il s'en faut servir pour dénominateur commun à $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ et $\frac{5}{6}$.

Maintenant pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction, quant au commun dénominateur, comme si on veut avoir le numérateur de $\frac{2}{3}$, il faut

diviser 12 par 3, dénominateur des $\frac{2}{3}$, viendra 4, qu'il faut multiplier par 2, numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, et le produit sera 8, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$ au lieu de $\frac{2}{3}$.

Ensuite divisant encore le même 12 par 4 dénominateur de $\frac{3}{4}$, viendra 3, qu'il faut multiplier par le numérateur des mêmes $\frac{3}{4}$, et le produit sera 9, c'est-à-dire $\frac{9}{12}$ au lieu de $\frac{3}{4}$.

Enfin divisant 12 par 6 dénominateur de $\frac{5}{6}$, vient 2, qu'il faut multiplier par 5 numérateur des $\frac{5}{6}$, il vient 10, c'est-à-dire $\frac{10}{12}$ au lieu de $\frac{5}{6}$: partant au lieu que les fractions ci-dessus étaient $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$, elles sont maintenant en même dénomination, et se nomment ainsi $\frac{8}{12}\ \frac{9}{12}\ \frac{10}{12}$.

La réduction étant ainsi faite, si on les voulait ajouter, il est facile, comme je l'expliquerai ci-après dans l'Addition.

Opération.

Fractions à réduire $\frac{2}{3}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{6}$.

Dénominateur commun.			Numérateurs.
	*	12	
$\frac{2}{3}$	de *	8	$\frac{8}{12}\ \frac{9}{12}\ \frac{10}{12}$
$\frac{3}{4}$		9	
$\frac{5}{6}$		10	

Pour preuve que $\frac{8}{12}$ ci-dessus sont égaux à $\frac{2}{3}$, et ainsi des autres, *voyez la page* 62.

On observera le même ordre que dessus pour trouver un commun dénominateur, quoiqu'il y ait 4, 5, ou plus de fractions à réduire, pourvu que ce soient des fractions régulières, comme $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{4}\ \frac{5}{8}\ \frac{9}{12}$, etc. auxquelles 24, 48, 72, etc. peuvent servir de dénominateur commun, parce que ces nombres 24, 48 et 72, sont divisibles par 3, par 6, par 4, par 8, et par 12, etc. ainsi des autres.

On gardera le même ordre que dessus pour

trouver les numérateurs particuliers de chacune de ces mêmes fractions.

Mais si les fractions à réduire étaient les unes fractions régulières, et les autres irrégulières, et qu'il fût difficile de leur trouver un commun dénominateur; et que même on ne le pût pas; alors il faut trouver un nombre, s'il se peut, qui soit divisible par les dénominateurs des fractions régulières, qu'il faut multiplier par chacun des dénominateurs des fractions irrégulières, comme il se voit par l'exemple ci-dessous de $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{12}\ \frac{5}{9}\ \frac{6}{7}$, à réduire en même dénomination.

On voit que le nombre 24 peut se diviser par 3, par 6, par 8 et par 12, dénominateurs des fractions régulières du présent exemple, qui sont $\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{12}$; cela fait, il faut multiplier ce nombre 24 par les trois autres dénominateurs des fractions irrégulières qui sont 5, 9, 7, l'un après l'autre, et le dernier produit sera le dénominateur commun de toutes les fractions proposées, comme il se voit par l'opération ci-après.

$\frac{2}{3}\ \frac{5}{6}\ \frac{3}{8}\ \frac{4}{5}\ \frac{5}{12}\ \frac{5}{9}\ \frac{6}{7}$. 24 à multiplier.
par 5

120 à multiplier
par 9

1080 à multiplier
par 7

Dénominateur commun 7560

Ayant trouvé le dénominateur commun, pour avoir le numérateur particulier de chaque fraction à l'égard de ce dénominateur; comme si on veut avoir le numérateur des $\frac{2}{3}$ ci-dessus proposés, il faut diviser 7560 dénominateur commun par 3 dénominateur des ^{2}, viendra 2520, qu'il faut multiplier

par 2 numérateur des mêmes $\frac{2}{3}$, il viendra 5040 pour numérateur, et l'on aura $\frac{5040}{7560}$ égaux à la fraction $\frac{2}{3}$: et continuant de suite, on trouvera tous les autres numérateurs de même.

Pour preuve que $\frac{5040}{7560}$ sont égaux à $\frac{2}{3}$, voyez la page ci-devant où j'ai expliqué la même chose, c'est pourquoi je n'en parlerai point ici davantage.

Mais si les fractions sont toutes irrégulières, comme $\frac{5}{7}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{6}{12}$ $\frac{1}{13}$, etc. alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite l'un par l'autre, savoir, 7 par 9 vient 63; et 63 par 11 vient 693, et 693 par 13, le produit est 9009 pour dénominateur commun.

Et pour avoir les numérateurs particuliers de chaque fraction, il faut procéder comme il vient d'être enseigné ci-devant.

Avertissement sur l'évaluation des Fractions.

Avant que de commencer à traiter de l'Addition, Soustraction, et autres préceptes des fractions, j'ai estimé nécessaire, après les réductions, d'enseigner comment il faut évaluer une fraction telle qu'elle soit.

Toute fraction est une ou plusieurs parties d'un entier, de laquelle on demande la valeur en telle espèce que l'on voudra.

Pour faire cela, il faut multiplier le numérateur de cette fraction par autant de parties que vaut l'espèce dont on propose la valeur; puis divisant le produit par le dénominateur de ladite fraction, le quotient, donnera la valeur requise de la fraction, et en telle espèce qu'on la demande.

Par exemple, si on veut savoir combien valent les $\frac{3}{5}$ de la livre de 20 sols, je multiplie 3 numéra-

teur des $\frac{3}{5}$ par 20, vient 60, c'est-à-dire 60 sols, que je divise par 5 dénominateur de la fraction $\frac{3}{5}$, et vient au quotient 12, qui sont 12 sols pour la valeur de ladite fraction $\frac{3}{5}$.

De même si on demandait les $\frac{3}{4}$ d'un écu de 60 sols, il faut multiplier 3 numérateur des $\frac{3}{4}$ par 60, vient 180, qu'il faut diviser par 4 dénominateur desdits $\frac{3}{4}$, et viendra 45 sols au quotient pour les $\frac{3}{4}$ de 60 sols; ainsi des autres.

De plus, si on veut réduire $\frac{2}{3}$ en sixièmes, il faut multiplier 2 numérateur des $\frac{2}{3}$ par 6, vient 12, qu'il faut diviser par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, et viendra 4, c'est-à-dire, $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$.

Mais pour le plus court, quand vous voudrez agrandir une fraction, c'est-à-dire, au lieu de $\frac{2}{3}$ avoir des sixièmes, il faut multiplier le numérateur et le dénominateur de la fraction par un même nombre, c'est-à-dire par 2 : tellement que multipliant 2 des $\frac{2}{3}$ par 2, viendra 4; multipliant aussi 3 dénominateur des mêmes $\frac{2}{3}$ par 2, viendra 6; et ce seront $\frac{4}{6}$ égaux à $\frac{2}{3}$, comme dessus.

On peut à l'infini rehausser des fractions telles qu'elles soient, en multipliant toujours le numérateur et le dénominateur de la fraction proposée par quelque nombre qui produise le dénominateur que l'on cherche; comme si de $\frac{3}{4}$ on voulait faire des seizièmes, on voit que multipliant le 3 de $\frac{3}{4}$ par 4, viendra 12; multipliant aussi le 4 de $\frac{3}{4}$ par le même 4, viendra 16; et ce seront $\frac{12}{16}$ égaux à $\frac{3}{4}$; ainsi des autres.

Il faut encore remarquer que pour prendre les parties de quelque nombre que ce soit, il faut multiplier les parties par le nombre donné, soit que le nombre soit composé de fractions ou non; comme pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $8\frac{2}{5}$, ayant réduit $8\frac{2}{5}$ en $\frac{42}{5}$, on multipliera $\frac{42}{5}$ par $\frac{2}{3}$, savoir 42 par 2, et 5 par 3, comme il se verra dans la multiplication, viendra $\frac{84}{15}$;

$\frac{48}{15}$; lesquels réduits en entiers, en divisant 48 par 15, on trouvera 5, et restera $\frac{9}{15}$ ou $\frac{1}{5}$, le tout fera 5 $\frac{3}{5}$ pour les $\frac{2}{3}$ de 8 et $\frac{2}{5}$.

Tout ce que dessus proposé bien entendu, il sera facile de procéder à l'opération des Règles d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division suivantes.

ADDITION PAR FRACTIONS.

Première Règle.

ETANT donné deux ou plus de fractions à ajouter, trouver leur somme.

J'ai dit ci-devant que pour ajouter, soustraire, ou diviser en fractions, il faut que les fractions soient en même dénomination, et si elles n'y sont pas, qu'il les y faut réduire par la méthode enseignée ci-devant en la cinquième réduction.

Les Fractions étant de même dénomination, il n'y a qu'à ajouter les numérateurs, et écrire le dénominateur commun au-dessous, la somme qui en viendra sera la somme totale des fractions proposées.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{1}{8}\frac{3}{8}\frac{5}{8}\frac{7}{8}$; j'ajoute tous les numérateurs, 1, 3, 5, 7, la somme est 16 que je pose pour numérateur, et le dénominateur 8 au-dessous, tellement que la somme totale des fractions susdites est $\frac{16}{8}$ ou deux entiers, comme il est enseigné par la quatrième réduction.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{1}{8}\ \frac{3}{8}\ \frac{5}{8}\ \frac{7}{8}$ — Numérateur.

1
3 $\frac{16}{8}$ (ou 2 entiers.
5
7
———
16

La preuve de l'Addition des Fractions se verra ci-après.

Autre Exemple.

On veut ajouter $\frac{2}{3}$ avec $\frac{5}{6}$, il faut considérer que 6 peut être commun dénominateur aux deux fractions proposées ; car au lieu de $\frac{2}{3}$ il viendra $\frac{4}{6}$ et $\frac{5}{6}$, qui ensemble font $\frac{9}{6}$ ou 1 $\frac{1}{2}$. Mais ordinairement quand il n'y a que deux fractions, on multiplie le numérateur de l'une par le dénominateur de l'autre alternativement, comme en l'exemple ci-dessous des mêmes $\frac{2}{3}$ à ajouter avec $\frac{5}{6}$, on dira 3 fois 5 font 15, 6 fois 2 font 12, et ajoutant 15 avec 12 font 27 ; puis pour avoir un dénominateur commun, on multiplie les deux dénominateurs 3 et 6 l'un par l'autre, vient 18, qu'il faut écrire sous 27, et le tout fait $\frac{27}{18}$ ou 1 $\frac{1}{2}$.

Opération.

Fractions à ajouter $\frac{2}{3}$ X $\frac{5}{6}$ — 15, 12, ——, 27 — 9 / 27 / —— / 18 (1 $\frac{1}{2}$

Il faut remarquer que par cette manière de multiplier en croix, on reduit et on multiplie tout d'un coup ; mais le plus souvent on a la peine d'abrévier les fractions, car les nombres se trouvent beaucoup plus grands, et par conséquent plus difficiles à manier que si on avait pris un dénominateur commun le plus petit que l'on aurait pu trouver, comme j'ai mis en la première opération de cet exemple, où j'ai tout d'un coup pris 6 pour commun dénomi-

nateur, au lieu qu'en la seconde opération j'ai trouvé 18 pour dénominateur commun.

Et s'il se trouve plus de deux fractions à ajouter, comme $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{5}{6}\frac{7}{8}$, il y aurait trop de peine de multiplier en croix, c'est pourquoi on cherchera un nombre le plus petit que faire se pourra, qui puisse être divisé sans reste par tous les dénominateurs desdites fractions à ajouter, qui sont 2, 3, 4, 6, 8 : or, je vois que 24 est un nombre qui peut être divisé sans reste par tous les susdits dénominateurs 2, 3, 4, 6, 8.

		Numérateurs.
Prenant donc la	$\frac{1}{2}$ de 24 vient 12	15
les	$\frac{2}{3}$ de 24 vient 16*	87
les	$\frac{3}{4}$ de 24 vient 18	— (3 $\frac{3}{8}$
les	$\frac{5}{6}$ de 24 vient 20	24
les	$\frac{7}{8}$ de 24 vient 21	

Somme totale des numérateurs 87. * Et si on veut savoir combien ils font d'entiers, divisez 87 par 24, il viendra 3 entiers et $\frac{3}{8}$ pour la somme des fractions proposée ci-dessus, comme il se voit. *

Preuve de l'Addition des Fractions.

Cette preuve se fait en ajoutant successivement tous les numérateurs ci-dessus, excepté un, tel que l'on voudra, et soustrayant cette dernière somme trouvée de la dernière somme totale, il restera le numérateur excepté, autrement les réductions seraient mal faites, et par conséquent la Règle serait fausse.

Par exemple, ajoutez tous les numérateurs ci-dessus, excepté 21, qui sont au reste 12, 16, 18, 20, leur somme est 66, qui etant soustraite de 87, somme totale, restera 21, qui est le numérateur excepté, c'est-à-dire $\frac{21}{24}$ égaux à $\frac{7}{8}$ dernière fraction.

Mais si les fractions à ajouter sont irrégulières, et que l'on ne puisse commodément trouver un

dénominateur commun ; par exemple, si on veut ajouter $\frac{7}{9}$ $\frac{15}{17}$ $\frac{17}{19}$: on observera pour la réduction en même dénomination ce que j'ai dit ci-devant sur ce sujet, en la cinquième réduction, page 67 ; savoir, de multiplier continuement tous les dénominateurs, dont le produit qui est 2907 sera le dénominateur commun ; cela fait, pour avoir le numérateur de chaque fraction, comme de la première qui est $\frac{7}{9}$, on divisera le dénominateur commun trouvé, par 9, et le quotient sera multiplié par 7, dont le produit sera 2261 pour numérateur de la fraction $\frac{7}{9}$, et 2907 dénominateur commun ; et ainsi la fraction $\frac{2261}{2907}$ sera égale à $\frac{7}{9}$. On gardera le même ordre pour trouver les autres numérateurs ; puis les ajoutant tous, comme en l'Addition ci-dessus, on écrira la somme d'iceux, et 2907 dénominateur commun au-dessous ; et le numérateur étant plus grand que le dénominateur, on divisera comme il a été enseigné pour avoir les entiers et les fractions, s'il est necessaire.

Exemple d'Addition en entiers et fractions.

S'il y a entiers et fractions à ajouter, on ajoutera premièrement les fractions, comme il vient d'être enseigné, et les entiers qui en proviendront, s'il y en a, seront joints aux autres entiers pour les ajouter en une somme, qui sera la somme totale des entiers et fractions proposées.

Comme si on voulait ajouter 7 $\frac{3}{4}$ avec 9 $\frac{5}{6}$, on observera ce que dessus pour l'opération.

Nombres	7 $\frac{3}{4}$	$\frac{3}{4} \times \frac{5}{6}$	20	14	
à ajouter.	9 $\frac{5}{6}$		18	38	
	1 ajouté.	24	—	—	(1 $\frac{14}{24}$ ou 1 $\frac{7}{12}$.
	—		38	24	

℞. 17 $\frac{7}{12}$ pour la somme totale de l'Addition ci-dessus.

Pour preuve, ôtez 9 $\frac{5}{6}$ de 17 $\frac{7}{12}$, restera 7 $\frac{3}{4}$.

Remarquez que si on veut ajouter des fractions de fractions avec d'autres simples fractions, il faudra réduire les fractions de fractions en simples fractions, puis procéder comme dessus.

Par exemple, on veut ajouter les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$ avec $\frac{1}{4}$: on sait que pour prendre les $\frac{2}{3}$ de $\frac{1}{2}$ de $\frac{5}{6}$, il faut multiplier continuement les numérateurs des fractions de fractions, savoir, 2, 1 et 5 ; le produit est 10, qu'il faut poser pour numérateur de fraction ; il faut aussi multiplier continuement les dénominateurs des mêmes fractions de fractions, qui sont 3, 2 et 6, le produit est 36 pour dénominateur, et ce sont $\frac{10}{36}$ ou $\frac{5}{18}$ pour la valeur des fractions de fractions ci-dessus, qu'il faut ajouter avec $\frac{1}{4}$, selon l'ordre de l'Addition des fractions ci-dessus, il viendra pour total $\frac{19}{36}$.

Pour preuve, ôtez $\frac{5}{18}$ de $\frac{19}{36}$, restera $\frac{1}{4}$, comme il se verra dans la Soustraction ci-après.

Avertissement sur l'Addition des Fractions.

Il y a une autre méthode d'ajouter des fractions qui régulières, comme sont les fraction ou parties de l'aune.

Par exemple, si on veut ajouter $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{6}$ $\frac{7}{8}$ d'aune, il faut considérer que $\frac{2}{3}$ à l'égard de la livre de 20 sols valent 13 sols 4 deniers ; on posera donc 13 sols 4 deniers au-devant de la fraction $\frac{2}{3}$: on voit aussi que $\frac{3}{4}$ valent 15 sols ; on posera donc aussi 15 sols au-devant de la fraction $\frac{3}{4}$: ainsi de même au-devant de $\frac{5}{6}$ on posera 16 sols 8 deniers, et au-devant de $\frac{7}{8}$ on posera 17 sols 6 deniers, comme il se voit ci-dessous ; puis ajoutant toutes les parties de la livre, les livres et parties de livres qui en proviendront seront converties en aunes et parties d'aune ; ce qui sera déduit plus amplement ci-après, lorsque j'expliquerai le bordereau d'aunage, où je ferai la démonstration des parties de l'aune à l'égard de la livre.

Opération de l'Addition d'aunage.

$\frac{2}{3}$ ou 13 sols 4 deniers.
$\frac{3}{4}$ 15
$\frac{5}{6}$ 16 8 deniers.
$\frac{7}{8}$ 17 6 deniers.

3 liv. 2 sols 6 deniers, ou 3 aunes $\frac{1}{8}$.

Questions sur l'Addition des fractions. Voyez ci-après.

SOUSTRACTION PAR FRACTIONS.

Seconde Règle.

Pour soustraire une fraction d'une autre, il faut qu'elles soient en même dénomination, sinon il les y faut réduire.

Si elles sont en même dénomination, il faut ôter le numérateur de la petite fraction du numérateur de la grande, et écrire le reste sur une ligne, et le dénominateur au-dessous, et c'est le reste.

Par exemple, si on voulait ôter $\frac{3}{8}$ de $\frac{5}{8}$, il faut ôter 3 numérateur de $\frac{3}{8}$ de 5 numérateur des $\frac{5}{8}$, et il restera 2, c'est-à-dire $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Opération.

Dette $\frac{5}{8}$
Paye $\frac{3}{8}$

Reste $\frac{2}{8}$ ou $\frac{1}{4}$.

Pour preuve, ajoutez le reste avec la paye, savoir $\frac{2}{8}$ avec $\frac{3}{8}$, il viendra $\frac{5}{8}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Mais si les deux fractions proposées à soustraire l'une de l'autre, sont de diverse dénomination, il les faut réduire en même dénomination; cela fait, il faut procéder comme ci-dessus pour la soustraction d'icelles.

Par exemple, si on voulait ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$; on sait par la cinquième réduction des fractions, que $\frac{2}{3}$ valent $\frac{8}{12}$, et $\frac{3}{4}$ valent $\frac{9}{12}$; cela étant, il ne faut qu'ôter 8 de 9, reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$, ainsi des autres.

Opération.

$\frac{2}{3}$ à ôter de $\frac{3}{4}$ Dette $\frac{9}{12}$.
Paye $\frac{8}{12}$.

Reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{12}$.

La preuve se fait en ajoutant la paye et le reste, c'est-à-dire $\frac{8}{12}$ avec $\frac{1}{12}$, et vient $\frac{9}{12}$ qui est la dette.

Autre Exemple.

Et si on voulait ôter un nombre d'entiers et fractions d'un autre nombre d'entiers et fractions; par exemple, si on proposait d'ôter 17 $\frac{1}{4}$ de $\frac{5}{6}$, on voit que les deux fractions $\frac{1}{4}$ et $\frac{5}{6}$ sont de diverse dénomination; les ayant réduits en même dénomination, on fera la soustraction à l'égard des fractions, comme en l'exemple ci-dessus, puis à l'égard des entiers, on les soustraira les uns des autres selon l'ordre de la soustraction des entiers.

Mais si on proposait d'ôter 17 $\frac{5}{6}$ de 43 $\frac{1}{4}$, on voit que l'on ne peut ôter la fraction $\frac{5}{6}$ de la fraction $\frac{1}{4}$, alors il faudrait emprunter un entier sur 43 qui vaudra $\frac{4}{4}$, qui joint avec 1 numérateur de la fraction $\frac{1}{4}$, ce serait $\frac{5}{4}$, puis après faisant la réduction des deux fractions $\frac{5}{4}$ et $\frac{5}{6}$, on trouvera $\frac{15}{12}$ et $\frac{10}{22}$ que l'on soustraira l'un par l'autre, et le reste sera $\frac{5}{12}$, ôtant aussi 17 entiers de 42 restans, le reste sera en tout 25 entiers et $\frac{5}{12}$.

Pour preuve, ajoutez 17 $\frac{5}{6}$ avec 25 et $\frac{5}{12}$ selon le précepte de l'Addition des fractions, la somme sera 43 $\frac{1}{4}$ égaux à la dette.

Autre Exemple.

Si on veut soustraire plusieurs entiers et fractions de plusieurs autres entiers et fractions, on ajoutera

premièrement les entiers et fractions, dont on veut soustraire, en une somme que l'on posera pour dette selon l'ordre de l'Addition.

On ajoutera aussi les entiers et fractions à soustraire, en une somme qui sera la paye; cela fait, on ôtera la paye de la dette, comme ci-dessus.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions de fractions. à ôter de plusieurs fractions de fractions de fractions, trouver le reste.

Par exemple, si on voulait ôter $\frac{3}{16}$ de $\frac{2}{3}$ de $\frac{7}{8}$, de dedans les $\frac{7}{12}$ de $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{6}$; alors il faut réduire les fractions de fractions à soustraire en une simple fraction, ce qui se fait en multipliant les numérateurs, savoir 3 par 2 vient 6, et 6 par 7 vient 42, qu'il faut écrire sur une ligne; multipliant aussi les dénominateurs, savoir 16 par 3 vient 48, et 48 par 8 vient 384, qu'il faut écrire sous la même ligne, et ce seront $\frac{42}{384}$ ou $\frac{7}{64}$: on fera de même des fractions desquelles on veut soustraire, et il viendra $\frac{25}{96}$; puis ôtant la petite fraction $\frac{7}{64}$ de la grande $\frac{25}{96}$; après les avoir réduites en même dénomination, le reste sera la réponse.

Autre Exemple.

Etant donné des fractions de fractions d'entiers, à ôter de dedans des fractions de fractions d'entiers, trouver le reste :

Comme si on veut ôter $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14, de dedans les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50.

Pour ce faire, je prends les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{6}$ de 14, vient 7 $\frac{7}{9}$ pour la paye; puis je prends les $\frac{3}{4}$ de $\frac{5}{8}$ de 50, vient 23 $\frac{7}{16}$ pour la dette; ensuite j'ôte le moindre nombre 7 $\frac{7}{9}$ du plus grand 23 $\frac{7}{16}$, et le reste est 15 $\frac{95}{144}$.

Cette opération dépend des précédentes; c'est pourquoi, observant ce que j'ai enseigné ci-devant,

on en viendra aisément à bout, tant pour la Règle que pour la preuve.

Soustraction en fractions d'aunage : voyez cette Règle ensuite du bordereau d'aunage, page 97.

Questions sur la soustraction en fractions : voyez la page 87.

MULTIPLICATION EN FRACTIONS.

Troisième Règle.

ETANT donné deux fractions à multiplier l'une par l'autre, trouver le produit.

Pour multiplier deux fractions, il n'est pas nécessaire qu'elles soient de même dénomination, ni de soi, ni par réduction.

Par exemple, si on veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$, il faut seulement multiplier les deux numérateurs 2 et 3 l'un par l'autre, le produit est 6, que l'on écrira sur une ligne pour numérateur.

Il faut aussi multiplier les deux dénominateurs 3 et 4 l'un par l'autre, le produit est 12, que l'on posera sous la même ligne pour dénominateur; et cette fraction $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$ sera le produit de la multiplication.

Opération.

On veut multiplier $\frac{2}{3}$ par $\frac{3}{4}$. ℞. $\frac{6}{12}$ ou $\frac{1}{2}$; ainsi des autres.

Autre Exemple.

Etant donné des entiers et fractions à multiplier par entiers et fractions, trouver leur somme.

Par exemple, si on veut multiplier $5\frac{1}{4}$ par $4\frac{1}{3}$; alors on réduira les entiers en leurs fractions, comme $5\frac{1}{4}$ en $\frac{21}{4}$, et $4\frac{1}{3}$ en $\frac{20}{6}$, comme il a été expliqué par la seconde réduction des fractions, page 65. Puis on

multipliera les deux fractions comme il vient d'être enseigné, savoir, les numérateurs 23 et 29 l'un par l'autre, et les dénominateurs 4 et 6 aussi l'un par l'autre; et écrivant le produit des numérateurs sur une ligne, et le produit des dénominateurs au-dessous, viendra $\frac{667}{24}$ pour le produit total de la multiplication proposée, comme il se voit par l'opération suivante.

Opération.

$5\frac{1}{4}$ à multiplier par	$4\frac{5}{6}$	29
		23
$\frac{21}{4}$	$\frac{29}{6}$	
		87
Dénominateurs 4 par 6 font 24.		580
		667 c'est-à-dire $\frac{667}{24}$.

L'opération faite, il est venu $\frac{667}{24}$ au produit; et pour savoir combien ce sont d'entiers, il faut diviser 667 par 24, viendra 27 entiers, et restera 19 à diviser par 24, c'est-à-dire $\frac{19}{24}$.

Preuve de la Multiplication.

La preuve de la multiplication en fractions se fait comme celle des entiers, savoir, en divisant le produit d'icelle, qui est $\frac{667}{24}$ par le nombre à multiplier qui est $\frac{23}{4}$, ou par le multiplicateur qui est $\frac{29}{6}$, cela est indifférent, parce que si on divise par le nombre à multiplier, qui est $\frac{23}{4}$, il viendra au quotient le multiplicateur, qui est 4 entiers, et restera une fraction égale à $\frac{5}{6}$.

Ou bien si on divise le même produit par le multiplicateur, il viendra au quotient le nombre à multiplier, savoir 5, et il restera une fraction égale à $\frac{3}{4}$, c'est la preuve.

Mais parce que je n'ai pas encore enseigné la Division, je diffère aussi l'opération de cette preuve, page 84, où je rapporterai les mêmes nombres

de cette Règle, pour en faire la preuve par la Division.

L'application de la multiplication en fractions se verra amplement dans les Questions, page 90 et suivantes.

DIVISION EN FRACTIONS.

Quatrième Règle.

Etant donné deux fractions, diviser l'une par l'autre.

Avant que de procéder à l'opération de la Division des fractions, il faut que les fractions proposées soient en même dénomination, ou d'elles-mêmes, ou par réduction. Supposé que les fractions soient en même dénomination, il faut diviser seulement le numérateur du dividende par le numérateur du diviseur, laissant les dénominateurs inutiles, le quotient donnera le requis.

Premier Exemple.

On veut diviser $\frac{6}{7}$ par $\frac{2}{7}$, il faut considérer que les fractions étant de même dénomination, comme $\frac{6}{7}$ et $\frac{2}{7}$, il faut diviser seulement le numérateur 6 par le numérateur 2, et viendra 3 au quotient, c'est-à-dire $\frac{3}{7}$ pour la réponse.

De même si on veut diviser $\frac{2}{7}$ par $\frac{6}{7}$, je divise 2 par 6, vient $\frac{2}{6}$, ou par réduction $\frac{1}{3}$ de septième pour la réponse.

Second Exemple.

On veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, on voit que ces deux fractions sont de différentes dénominations : c'est pourquoi il les faut multiplier en croix, savoir 3 numérateur de $\frac{3}{4}$ par 3 dénominateur des $\frac{2}{3}$, il vient 9 pour nombre à diviser, puis il faut multiplier 4 dénomi-

nateur des $\frac{3}{4}$ par 2 numérateur des $\frac{2}{3}$, il vient 8 pour diviseur, et ce sont $\frac{9}{8}$; et pour savoir les entiers, il faut diviser 9 par 8, vient un entier, et reste 1, c'est-à-dire $\frac{1}{8}$.

Tellement que si on veut diviser $\frac{3}{4}$ par $\frac{2}{3}$, le quotient sera 1 $\frac{1}{8}$ de douzième, telle chose que l'on voudra diviser, comme il se voit par l'opération.

$\frac{3}{4}$ à diviser par $\frac{2}{3}$.

9 8

$\frac{3}{4}$ X $\frac{2}{3}$

1
$\frac{9}{8}$ (1 $\frac{1}{8}$: ainsi des autres.

Si au contraire on veut diviser 8 par 9, c'est-à-dire, $\frac{8}{12}$ par $\frac{9}{12}$, il viendra $\frac{8}{9}$ parties d'un douzième pour la réponse.

Troisième Exemple pour servir de preuve à la Multiplication, page 82, dont je rapporte les mêmes nombres.

Et s'il se trouve des entiers et fractions à diviser par entiers et fractions, il faut réduire les entiers en leurs fractions, tant du nombre à diviser que du diviseur.

Par exemple, si on veut diviser 27 $\frac{19}{24}$, qui est le produit de la multiplication marquée ci-dessus par 5 $\frac{3}{4}$ nombre à multiplier de la même Règle, on réduira premièrement 27 $\frac{19}{24}$ en $\frac{667}{24}$, et 5 $\frac{3}{4}$ en $\frac{23}{4}$, par la deuxième réduction, page 65; puis divisant 667 numérateur de $\frac{667}{24}$ par 23 numérateur de $\frac{23}{4}$, il il viendra 29 pour numérateur; divisant encore le dénominateur 24 de $\frac{667}{24}$ par le dénominateur 4 de $\frac{23}{4}$, il viendra 6 pour dénominateur, et on aura $\frac{29}{6}$ égal à 4 $\frac{5}{6}$.

Voyez l'opération de la Division en la page suivante.

27 $\frac{19}{24}$ à diviser par 5 $\frac{1}{4}$.

Autrement,

$\frac{667}{24}$ à diviser par $\frac{21}{4}$.

```
  20
  667
―――――――― ( 29 numérateur.
  233
  2
  24
  ―――――― (6 dénominateur.
    4
```

7 égaux à 4 $\frac{5}{6}$; et c'est la preuve.

Autre Exemple.

S'il fallait diviser un entier par une fraction, on supposera cet entier être une fraction, le mettant sur une ligne, et 1 qui représente l'unité, au-dessous.

Comme si on voulait diviser 6 par $\frac{2}{3}$, on poserait ainsi $\frac{6}{1}$ à diviser par $\frac{2}{3}$; puis multipliant l'entier 6 par 3 dénominateur de la fraction $\frac{2}{3}$, il viendra 18 à diviser par 2 numérateur de $\frac{2}{3}$, et le quotient sera 9 pour la réponse.

Preuve de la Division en fractions.

Comme la Multiplication, tant en entiers qu'en fractions, se doit prouver par la Division, ainsi la Division se prouve par, la Multiplication, qui est son contraire.

D'où s'ensuit, que pour faire la preuve de la Division en fractions, il faut multiplier le quotient d'icelle par le diviseur, et le produit sera le nombre à diviser; ou autrement si on divise le nombre à diviser par le quotient, le quotient donnera le diviseur.

Par exemple, le quotient des deux Divisions ci-dessus est 4 $\frac{5}{6}$, ou par réduction $\frac{29}{6}$, et les diviseurs

$\frac{23}{4}$, si je multiplie $\frac{29}{6}$ par $\frac{23}{4}$, selon l'ordre de la Multiplication en fractions, le produit sera $\frac{667}{24}$ ou par réduction 27 $\frac{19}{24}$, comme il a été proposé.

Opération.

$\frac{29}{6}$ à multiplier par $\frac{23}{4}$	29	6
	23	4
1	———	———
189	87	24
667	580	
——— (27 $\frac{19}{24}$	———	
244	667	
2		

Ayant fait les opérations ci-dessus, concernant la preuve de la Division, il est venu 27 entiers et $\frac{19}{24}$ de reste, et c'est la preuve.

Plusieurs Questions sur les quatre opérations d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division en fractions.

Je proposerai et résoudrai ensuite les Questions suivantes, pour faire voir aux Amateurs d'Arithmétique l'application des préceptes ci-dessus, qu'ils doivent soigneusement entendre, autrement ils travailleraient en vain pour résoudre les propositions ou questions qui leur seraient faites, où il s'agira de fractions.

Et premièrement sur la cinquième réduction ci-devant, page 67.

On demande deux nombres tels que les $\frac{3}{4}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix le numérateur de l'une des fractions par le dénominateur de l'autre alternativement, il viendra 21 et 20 pour les deux nombres requis; car

les $\frac{3}{4}$ de 20 font 15, et les $\frac{5}{7}$ de 21 sont 15 aussi, comme veut la question.

Autre Exemple.

On demande deux nombres tels que le tiers et le quart de l'un soient égaux à $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$ de l'autre.

Ajoutez $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{7}{12}$, ajoutez aussi $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$, il viendra $\frac{11}{10}$, puis multipliez en croix comme dessus, savoir 30 par 7, il viendra 210, et 12 par 11, il viendra 132; partant 210 et 132 sont les deux nombres requis, lesquels abréviés seront $\frac{66}{105}$.

Pour preuve, tirez le tiers et le quart (c'est-à-dire les $\frac{7}{12}$) de 66, il viendra 38 $\frac{1}{2}$, tirez aussi le $\frac{1}{6}$ et $\frac{1}{5}$ (c'est-à-dire $\frac{11}{10}$) de 105, il viendra aussi 38 $\frac{1}{2}$, qui est l'égalité et la preuve.

Questions sur l'Addition et Soustraction des Fractions.

Je ne ferai point de distinction des Questions de l'Addition d'avec celles de la Soustraction, parce que pour la résolution des demandes elles s'entr'aident l'une l'autre, et se prouvent l'une par l'autre, comme il se verra par la construction.

Première Question.

On demande un nombre, lequel joint avec 7 $\frac{1}{2}$ fasse 9 $\frac{5}{6}$, ôtez 7 $\frac{1}{2}$ de 9 $\frac{5}{6}$, il restera 2 $\frac{1}{3}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ajoutez 2 $\frac{1}{3}$ avec 7 $\frac{1}{2}$, la somme sera 9 $\frac{5}{6}$, comme veut la question.

Application.

Un Maître Tailleur a bésoin de 9 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe pour faire quelque ouvrage, et allant chez son Marchand ordinaire, il ne trouve qu'un reste de pareille étoffe, contenant 7 $\frac{1}{2}$ aunes, on demande

combien il faut qu'il en achète chez un autre Marchand, pour achever son ouvrage.

Opérez selon la Règle ci-dessus, et vous trouverez $2 \frac{1}{3}$ aunes pour la réponse.

Seconde Question.

Quel est le nombre lequel joint avec $3 \frac{3}{4}$ fasse 5? Otez $3 \frac{3}{4}$ de 5, le reste sera $1 \frac{1}{4}$ pour la réponse; pour preuve, ajoutez $3 \frac{3}{4}$ avec $1 \frac{1}{4}$, la somme sera 5.

Troisième Question.

Un Marchand a plusieurs restes d'étoffes, savoir, $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$; on demande combien tous ces restes valent d'aunes et parties d'aune. Faites l'opération, et vous trouverez $2 \frac{3}{4}$ aunes. Pour ce faire, cherchez un commun dénominateur à tous vos dénominateurs particuliers, comme 12; puis pour trouver les numérateurs particuliers, au respect du dénominateur commun qui est 12 pour la première fraction $\frac{1}{2}$, tirez la moitié de 12 vient 6, pour $\frac{2}{3}$ vient 8, pour $\frac{3}{4}$ vient 9, et pour $\frac{5}{6}$ vient 10, comme il a été enseigné en la cinquième réduction; cela fait, ajoutez tous les numérateurs 6, 8, 9, 10, la somme est 33, c'est-à-dire $\frac{33}{12}$, ou par la réduction 2 aunes $\frac{3}{4}$ pour la réponse.

La preuve se fait comme celle de l'Addition des fractions enseignée ci-devant.

Quatrième Question.

Un Seigneur a 3 coupes de bois taillis qu'il veut vendre, desquelles la première contient $\frac{3}{4}$ d'arpent, la deuxième $\frac{5}{6}$ d'arpent, et la troisième $\frac{2}{3}$ d'arpent; on demande combien il y a d'arpens en tout et parties d'arpent.

Il faut ajouter les 3 coupes, savoir, $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ et $\frac{2}{3}$ selon l'ordre de l'Addition, et viendra 2 arpens et $\frac{1}{4}$ d'arpent; ainsi des autres.

La preuve se fera comme celle de la question ci-dessus.

Cinquième Question.

On demande quel est le nombre duquel ôtant $7 \frac{1}{2}$, le reste soit $11 \frac{2}{3}$.

Ajoutez $7 \frac{1}{2}$ avec $11 \frac{2}{3}$, la somme sera $19 \frac{1}{6}$ pour la réponse.

Pour preuve, ôtez $7 \frac{1}{2}$ de $19 \frac{1}{6}$, le reste sera $11 \frac{2}{3}$.

Application.

Un Marchand avait une pièce d'étoffe, de laquelle après en avoir ôté 7 aunes $\frac{1}{2}$, il lui en reste 11 aunes $\frac{2}{3}$; on demande combien d'aunes contenait la pièce entière. Observez pour l'opération ce que dessus, et vous trouverez que ladite pièce d'étoffe contenait 19 aunes et $\frac{1}{6}$.

Sixième Question.

Trouver un nombre, lequel étant ôté de $7 \frac{1}{2}$, le reste soit $3 \frac{1}{3}$.

Otez $3 \frac{1}{3}$ de $7 \frac{1}{2}$, il restera $4 \frac{1}{6}$ pour le nombre requis.

Pour preuve, ôtez $4 \frac{1}{6}$ de $7 \frac{1}{2}$, le reste sera $3 \frac{1}{3}$, comme veut la question.

Application.

Un Marchand avait une pièce d'étoffe contenant 7 aunes $\frac{1}{2}$, de laquelle il a vendu une quantité d'aunes, et il lui en reste $3 \frac{1}{3}$; on demande combien il en a vendu d'aunes et parties d'aune.

Pour l'opération, observez ce que dessus, et vous trouverez $4 \frac{1}{6}$.

Septième Question.

Un Marchand a confié à un maître Tailleur une pièce d'étoffe contenant 14 aunes $\frac{3}{8}$, le Tailleur lui en rapporte 5 aunes $\frac{5}{6}$; on demande combien le Tailleur en a pris pour son compte.

Otez 5 aunes $\frac{5}{6}$, de 14 aunes $\frac{3}{8}$, restera 8 aunes $\frac{13}{24}$ que le Tailleur a employées.

Pour preuve, ajoutez $\frac{5}{6}$ avec $8 \frac{13}{24}$, et la somme fera 14 aunes $\frac{3}{8}$; ainsi des autres.

Questions sur la Multiplication et Division en Fractions.

Comme je n'ai pas séparé les Questions de la Soustraction d'avec celles de l'Addition, lesquelles se prouvent l'une par l'autre; ainsi je ne ferai pas de distinction des Questions de la Multiplication d'avec celles de la Division, lesquelles sont aussi opposées l'une à l'autre : on observera seulement l'ordre de leur construction pour les résoudre et prouver.

Première Question.

On demande un nombre tel qu'étant multiplié par $\frac{2}{5}$, le produit soit 30 $\frac{1}{4}$.

Divisez 30 $\frac{1}{4}$ par 3 $\frac{2}{5}$, selon l'ordre de la Division en fractions, il viendra au quotient 8 $\frac{61}{68}$ pour le nombre requis.

Application.

Un Marchand sait que l'aune d'une certaine étoffe coûte 3 $\frac{2}{5}$ livres, il donne à son Facteur 30 $\frac{1}{4}$ livres pour acheter de cette même étoffe, on demande combien le Facteur doit apporter d'aunes et parties d'aune pour les susdites 30 $\frac{1}{4}$ de livres, faisant comme ci-dessus, on trouvera 8 $\frac{61}{68}$ aunes.

Pour preuve on fera une autre question, qui sera telle.

Si l'aune d'une certaine étoffe coûte 3 $\frac{2}{5}$ livres, on demande combien en coûteront 8 $\frac{61}{68}$ aunes au même prix?

Multipliez 3 $\frac{2}{5}$ par 8 $\frac{61}{68}$ selon l'ordre de la Multiplication des fractions, il viendra 30 $\frac{1}{4}$ pour la valeur des 8 $\frac{61}{68}$ aunes, et c'est la preuve.

Seconde Question.

On demande quel est le nombre lequel étant multiplié par 5 $\frac{1}{3}$, le produit soit 19.

Application.

On a acheté 5 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffes qui ont coûté 19 livres, savoir ce que coûte l'aune.

Divisez 19 par 5 $\frac{1}{2}$, il viendra 3 $\frac{5}{11}$ livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, on dira par une autre application :

Si 1 aune d'étoffe coûte 3 $\frac{5}{11}$ livres, combien coûteront 5 $\frac{1}{2}$ aunes ?

Multipliez 3 $\frac{5}{11}$ par 5 $\frac{1}{2}$, il viendra 19 livres pour la valeur de 5 $\frac{1}{2}$ aunes.

Troisième Question.

La longueur d'une pièce de terre contient 7 $\frac{2}{3}$ perches, ou toises, ou pieds, etc. et la largeur 4 $\frac{3}{4}$, on demande la superficie ?

Multipliez la longueur 7 $\frac{2}{3}$ par la largeur 4 $\frac{3}{4}$ selon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit 36 $\frac{5}{12}$ de telle mesure que l'on voudra pour la superficie.

Pour preuve, il faut faire une autre question, qui est telle :

La superficie d'une pièce de terre est 36 $\frac{5}{12}$ perches, et la longueur 7 $\frac{2}{3}$, on demande la largeur; il viendra 4 $\frac{3}{4}$ pour la largeur.

Quatrième Question.

On demande un nombre, lequel étant multiplié par les $\frac{2}{3}$ des $\frac{5}{8}$ de 7, le produit soit 50 $\frac{1}{2}$; ℞. 17 $\frac{11}{35}$.

Application.

C'est comme qui dirait : le côté d'un Parallélogramme rectangle est les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7 pieds, on demande quel sera l'autre côté dudit rectangle, afin que la superficie soit 50 $\frac{1}{2}$.

Réduisez les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ en $\frac{5}{12}$ par la méthode enseignée ci-devant, puis prenez les $\frac{5}{12}$ de 7, il viendra $\frac{35}{12}$ pour diviseur; cela fait, divisez 50 $\frac{1}{2}$ par les mêmes $\frac{35}{12}$, il viendra 17 $\frac{11}{35}$ pour le côté du rectangle que l'on cherche.

Pour preuve, faites une autre question contraire : un des côtés d'un Parallélogramme rectangle est les $\frac{2}{3}$ de $\frac{5}{8}$ de 7, ou par réduction $\frac{35}{12}$, et l'autre côté $17\frac{11}{35}$; on demande quelle est la superficie dudit Parallélogramme. Multipliez $\frac{35}{12}$ par $17\frac{11}{35}$ selon l'ordre de la Multiplication, il viendra au produit $50\frac{1}{2}$ pour la superficie requise.

Cinquième Question.

On demande un nombre, duquel en ayant ôté $\frac{1}{4}$ le reste soit 24. Supposé que 1 soit le nombre que vous cherchez; si vous en ôtez le quart, il restera $\frac{3}{4}$, et il devait rester 24. Dites donc par Règle de trois :

Si $\frac{3}{4}$ viennent de $\frac{4}{4}$, d'où viendront 24 ? ℞. 32.

Pour preuve, ôtez le quart de 32, le reste sera 24, comme veut la question.

Sixième Question.

Trouver un nombre duquel les $\frac{3}{4}$ soient 12.

C'est comme qui dirait : $\frac{3}{4}$ d'aune d'une étoffe coûtent 12 livres, combien l'aune ?

Divisez 12 par $\frac{3}{4}$, il viendra 16 livres pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, prenez les $\frac{3}{4}$ de 16, il viendra 12, comme il est requis.

Septième Question.

Trouver un nombre duquel 2 soient les .
℞. $3\frac{1}{7}$.

Application.

$\frac{7}{11}$ d'aune ont coûté 2 livres, combien l'aune ?

Divisez 2 par $\frac{7}{11}$, il viendra $3\frac{1}{7}$ pour la valeur de l'aune.

Pour preuve, multipliez $\frac{7}{11}$ par $3\frac{3}{7}$, il viendra 2.

Huitième Question.

Trouver un nombre lequel étant divisé par 17, le quotient soit $17\frac{2}{3}$. ℞. $300\frac{1}{3}$.

Application.

Quelle somme faut-il avoir à distribuer à 17 Soldats, afin que chacun ait $17\frac{2}{3}$ livres pour sa part ?

Multipliez 17 par 17 $\frac{2}{3}$, il viendra 300 $\frac{1}{3}$ livres.

Pour preuve, divisez 300 $\frac{1}{3}$ par 17, il viendra 17 $\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Neuvième Question.

Trouver un nombre, lequel étant divisé par 5 $\frac{2}{3}$, le quotient soit 31 $\frac{1}{2}$. ℞. 178 $\frac{1}{2}$.

Application.

Le côté d'un rectangle est 5 $\frac{2}{3}$; on demande quelle doit être l'aire ou superficie, afin que l'autre côté soit 31 $\frac{1}{2}$.

Multipliez 5 $\frac{2}{3}$ par 31 $\frac{1}{2}$, et le produit sera 178 $\frac{1}{2}$.

Pour preuve, divisez 178 $\frac{1}{2}$ par 5 $\frac{2}{3}$, il viendra 31 $\frac{1}{2}$ au quotient.

Dixième Question.

Trouver un nombre, lequel joint à la sixième partie, fasse 27.

Tirez le sixième de 6, il vient 1; puis ajoutez 6 et 1, la somme est 7, et devait être 27. Dites par la Règle de trois : si 7 vient de 6, d'où viendront 27? ℞. 23 $\frac{1}{7}$.

Pour preuve, tirez le sixième de 23 $\frac{1}{7}$, il viendra 3 et $\frac{6}{7}$, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, la somme sera 27, comme veut la question.

Onzième Question.

Par quel nombre faut-il diviser $\frac{1}{6}$, afin d'avoir 4 $\frac{2}{3}$ au quotient?

Application.

Une ligne a $\frac{1}{6}$ de toise de long; on demande avec quelle partie de toise on mesurera ladite ligne, afin que telle partie la mesure 4 fois $\frac{2}{3}$.

Divisez $\frac{1}{6}$ par 4 $\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$ partie de toise, et c'est avec cette longueur que l'on mesurera $\frac{1}{6}$ de toise.

Pour preuve, divisez $\frac{1}{6}$ par $\frac{1}{28}$, il viendra 4 $\frac{2}{3}$, comme il est requis.

Avertissement sur la Division.

Si l'on divise quelque nombre par un diviseur, il vient un quotient requis; et si ledit nombre à diviser est divisé par le quotient, il viendra le diviseur.

Comme si je divise $\frac{1}{6}$ par $4\frac{2}{3}$, il viendra $\frac{1}{28}$.

Pour preuve, $\frac{1}{6}$ est divisé par $\frac{1}{28}$, il viendra $4\frac{2}{3}$, et c'est la preuve.

Et pour seconde preuve, si on multiplie un quotient comme $4\frac{2}{3}$ par un diviseur, comme $\frac{1}{28}$, il viendra le même dividende $\frac{1}{6}$.

$$\frac{1}{6} \times \frac{14}{3}, \text{ R}. \frac{3}{84} \text{ ou } \frac{1}{28}.$$

Douzième Question.

On demande par quel nombre il faut diviser $3\frac{2}{3}$ pour avoir $8\frac{1}{4}$ au quotient.

Divisez $3\frac{2}{3}$ par $8\frac{1}{4}$, il viendra $\frac{44}{99}$ pour le nombre requis. Pour preuve, divisez $3\frac{2}{3}$ par $\frac{44}{99}$, il viendra $8\frac{1}{3}$, comme veut la question.

Je pourrais composer ici une plus grande quantité de questions subtiles sur les fractions; mais comme j'ai dessein de donner un Questionnaire à la fin de mon Arithmétique pour les curieux, je me réserverai de les proposer alors.

Quoique les préceptes d'Arithmétique soient amplement expliqués, et que celui qui les aura bien entendus, pourrait résoudre toutes questions proposées, moyennant qu'il sache appliquer lesdits préceptes aux sens de la question; néanmoins j'expliquerai ensuite du Bordereau d'aunage, la manière de multiplier par les fractions vulgaires, savoir par livres, sols et deniers.

Exemple d'Addition avec entiers et fractions.

Un Marchand a acheté six pièces d'étoffe comme ci-dessous, on demande combien il y a d'aunes en tout et parties d'aunes.

32 aunes $\frac{1}{2}$	ou	10 sols.		
27	$\frac{2}{3}$	ou	13	4 deniers.
33	$\frac{3}{4}$	ou	15	
42	$\frac{5}{6}$	ou	16	8
12	$\frac{1}{6}$	ou	3	4
17	$\frac{1}{4}$	ou	5	
166 aunes $\frac{1}{6}$	3 liv.	3 sols.	4 deniers.	

Exemple de Soustraction par entiers et fractions.

Il faut observer la même chose pour la Soustraction d'aunage que pour l'Addition; par exemple, si on voulait soustraire 24 aunes $\frac{3}{4}$ de 36 aunes $\frac{7}{8}$, après avoir disposé la Règle comme ci-après, savoir 36 aunes $\frac{1}{8}$ et 24 aunes $\frac{3}{4}$ au-dessous.

Dette	36 aunes $\frac{7}{8}$
Paye	24 $\frac{3}{4}$
Reste	12 aunes $\frac{1}{8}$

Ayant fait la Soustraction, on voit qu'il reste 12 aunes $\frac{1}{8}$, ainsi des autres.

Multiplication par livres, sols et deniers.

Comme il y a quantités de méthodes de multiplier par livres, sols et deniers, j'en expliquerai plusieurs, desquelles les deux premières sont les plus faciles à entendre, mais bien longues pour l'opération.

Pour mettre en pratique la première méthode, il faut entendre qu'il y a autant de multiplications,

à faire, qu'il y a d'espèces différentes au multiplicateur.

Pour la pratique de la seconde méthode, il y a quantité de réductions à faire, comme il se verra par l'explication et opération suivante.

Première Méthode de multiplier par livres, sols et deniers.

Exemple.

A 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes? Il faut premièrement multiplier les 35 aunes par 23 livres, selon l'ordre de la multiplication simple, laissant les deux produits comme ils sont posés, sans les ajouter.

Il faut encore multiplier les mêmes 35 aunes par les 15 sols, laissant aussi les produits qui sont des sols, sans les ajouter.

Enfin on multipliera encore les susdites 35 aunes par les 9 deniers, et le produit sera 315 deniers, qui seront divisés par 12, et il viendra 26 sols 3 deniers au quotient, lesquels 26 sols 3 den. seront ajoutés aux produits des 15 sols; et ajoutant tous les sols, la somme qui sera 551 sols 3 deniers, sera la valeur de 35 aunes à 15 sols 9 deniers l'aune.

Ensuite on réduira les 551 sols 5 deniers en livres, selon la manière de réduire des sols en livres, enseignée ci-après, page 141; il viendra 27 livres 11 sols 3 deniers, que l'on joindra aux produits des 23 livres; et faisant addition du tout, la somme totale sera 832 livres 11 sols 3 deniers, pour la valeur de 35 aunes à 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune, proposées ci-dessus, comme il se voit par l'opération.

35 aunes à 23 livres	35 aunes à 15 sols	35 aunes à 9 deniers.	
105	175	315 den.	
70	35		
27 l. 11 s. 3 d.	26 sols 3 d.	73	
		313	
Prod. 832 l. 11 s. 3 d.	551 sols 3 d.		(26 s. 3 d.
		122	
	27 l. 11 s. (3 d.	1	ainsi des autres.

Seconde Méthode de multiplier par livres, sols et deniers.

A 23 livres 15 sols 9 deniers l'aune de drap, combien 35 aunes? Pour résoudre cette question par cette méthode, il faut réduire les 23 liv. 15 sols en sols, il viendra 475 sols; ensuite il faut réduire les 475 sols en deniers, et y ajouter les 9 deniers du multiplicateur, il viendra 5709 deniers.

Cela fait, multipliez les 35 aunes proposées par les 5709 deniers, il viendra 199815 deniers.

Enfin il faut diviser 199815 deniers par 12, il viendra 16651 sols 3 deniers.

Il faut réduire ensuite les 16651 sols 3 deniers en livres, ce qui se fera en séparant la dernière figure à main droite, et prenant la moitié des autres à gauche, il viendra 832 livres 11 sols 3 den. pour la valeur desdites 35 aunes à 23 liv. 15 s. 9 den. l'aune, comme par la méthode ci-dessus; ainsi des autres, ou bien diviser les 199815 deniers par 240.

On peut par ces deux précédentes méthodes faire toutes sortes de multiplications par livres, sols et deniers; mais comme c'est un procédé trop long,

j'enseignerai ci-après à multiplier par livres, sols et et deniers plus briévement, et je proposerai ensuite plusieurs exemples de Multiplication par livres, sols et deniers, dont l'opération se fera par les parties aliquotes.

Troisième méthode de multiplier par livres, sols et deniers, selon l'ordre des parties aliquotes de 20 sols.

Définition des parties aliquotes.

Les parties aliquotes sont les parties de quelque nombre entier, qui sont plusieurs fois précisément contenues en ce nombre, ou les parties des nombres qui se divisent en parties égales sans reste ou fraction.

Les parties aliquotes les plus usitées sont contenues dans la Table suivante.

10 sols,		c'est la moitié de 20 sols.
5		Le quart.
4		Le cinquième.
2		Le dixième.
1		Le vingtième.
6 sols	8 deniers.	Le tiers.
3	4	Le sixième.
2	6	Le huitième.
1	8	Le douzième.
1	4	Le quinzième.
1	3	Le seizième.
	10	Le vingt-quatrième.
	5	Le quarante-huitième.

Ce que l'on appelle multiplier par les parties aliquotes, n'est autre chose que de diviser un nombre par 4, ou par 5, ou par 6, etc., et cette division se fait en tirant le quatrième, le cinquième, le sixième du nombre proposé, etc.

Si donc on veut multiplier par quelqu'une des parties alliquotes contenues en la Table, pour faire des livres simples, ou des livres et des sols, ou des livres, des sols et deniers, s'il y échet, selon la rencontre de la partie aliquote; on tirera du nombre à multiplier la partie aliquote qui se rencontre vis-à-vis la Table : comme vis-à-vis de 10 sols il y a la moitié, parce que 10 sols sont la moitié de 20 sols, qui valent une livre; vis-à-vis de 5 sols il y a un quart; vis-à-vis de 6 sols 8 deniers, il y a un tiers, etc.

Et afin de faire mieux comprendre la Table ci-dessus, je donnerai un exemple pour l'explication de chaque partie aliquote; mais auparavant j'ai jugé à propos de faire précéder un avertissement général pour toutes les parties aliquotes, tant par sols simples, et par sols et deniers ensemble, que par deniers purs.

On saura donc qu'ayant tiré quelque partie aliquote que ce soit d'un nombre proposé à multiplier, autant d'unités qui resteront à la fin du nombre à multiplier, ce sera autant de fois la valeur de la partie aliquote par laquelle on multiplie.

Comme tirant la moitié du nombre à multiplier à raison de 10 sols, s'il reste à 1 à la fin, après avoir tiré cette moitié, cette unité vaudra 10 sols, que l'on écrira à la suite des livres.

De plus, ayant tiré le quart du nombre à multiplier à raison de 5 sols, s'il reste 1, 2 ou 3 unités à la fin, ce seront autant de fois 5 sols qu'il faut écrire au rang des sols; comme s'il reste deux unités, ce seront deux quarts qui valent 10 sols.

De même ayant tiré le tiers du nombre à multiplier à raison de 6 sols 8 deniers, s'il reste à la fin une ou deux unités, ce seront autant de fois 6 sols 8 deniers, que l'on écrira de même à la suite du produit de livres; ainsi des autres.

E 2

Exemple à 10 sols.

A 10 sols l'aune de toile, on demande la valeur de 749 aunes.

Prenez la moitié de 749, il viendra 374 liv. 10 sols.

Opération.

	749 aunes
à	10 sols.
	374 liv. 10 sols.

Dans l'opération ci-dessus, il est resté une moitié qui vaut 10 sols.

La raison est que si chacune aune valait une livre, alors les 749 aunes vaudraient 749 livres ; mais puisque l'aune ne vaut que 10 sols, qui est la moitié de la livre, les 749 aunes ne valent que la moitié de 749 livres, c'est-à-dire 374 livres 10 sols.

Cette raison est générale pour toutes les parties aliquotes.

Exemple à 5 sols.

A 5 sols la pinte de vin, on demande la valeur de 735 pintes.

Prenez le quart de 735, il viendra 183 livres 15 sols ; ce qui se fait en disant : Le quart de 7 est 1, et reste 3 qui font 30, avec les 3 suivans font 33 ; puis le quart de 33 est 8, reste 1 qui vaut 10, et 5 font 15 ; et le quart de 15 est 3, et reste 3, c'est-à-dire 3 quarts qui valent 15 sols.

Opération.

	735 pintes de vin
à	5 sols.
Produit	183 liv. 15 pour la valeur requise.

Exemple à 4 sols.

A 4 sols l'aune de ruban, on demande combien valent 749 aunes.

Tirez le cinquième de 749, de même façon que vous avez agi en tirant le quart ci-dessus pour 5 sols ; il viendra 149 livres 16 sols.

Opération.

749 aunes
à 4 sols.

Produit 149 liv. 16 sols.

Il faut remarquer qu'ayant tiré le cinquième, il est resté 4 unités, c'est-à-dire 4 cinquièmes qui valent 16 sols.

Exemple à 2 sols.

Il faut remarquer que quand on agit pour 2 sols, qui est le dixième de 20 sols, il n'y a qu'à séparer la dernière figure à main droite du nombre proposé, et écrire les autres figures à main gauche pour autant de livres, en avançant d'un degré, puis doublant la figure retranchée, ce sont autant de sols; comme il se voit dans l'opération suivante.

A 2 sols l'aune de ruban, combien 244 aunes ?

Opération.

244 aunes
à 2 sols.

℞. 24 liv. 8 sols pour la valeur requise.

Exemple à 1 sol.

Pour 1 sol, qui est le vingtième de 20 sols, il faut aussi séparer la dernière figure à main droite, comme à 2 sols; mais au lieu qu'à 2 sols on écrit les figures à main gauche toutes entières, à 1 sol il n'en faut prendre que la moitié, dont il vient aussi des livres, et le reste c'est autant de sols qu'il faut écrire au rang des sols, comme il se voit en l'exemple ci-dessous, où en prenant la moitié de 95, il vient 47 livres, et reste une dixaine, avec le 7 retranché font 17 sols.

A 1 sol l'aune, combien 957 aunes ?

Opération.

957 aunes
à 1 sol.

R. 47 liv. 17 sols.

C'est la même chose que si on voulait réduire 957 sols en livres 17 sols, comme il se verra dans les réductions par la division ci-après, *page* 141.

Exemple à 6 sols 8 deniers.

A 6 sols 8 deniers la pinte de vin, combien 487 pintes ? Prenez le tiers de 487, il viendra 162 livres 6 sols 8 deniers.

Opération.

487 pintes
à 6 s. 8 den.

Produit 162 liv. 6 s. 8 d. pour la valeur requise.

Exemple à 3 sols 4 deniers.

A 3 sols 4 deniers la botte de foin, combien 788 bottes ? Tirez le sixième de 788; il viendra 131 liv. 6 sols 8 deniers.

Opération.

788 bottes
à 3 s. 4 den.

Produit 131 liv. 6 s. 8 d. pour la valeur requise.

Exemple à 2 sols 6 deniers.

A 2 sols 6 deniers l'aune de ruban, combien 986 aunes ? Tirez le huitième de 986, il viendra 123 liv. 5 sols.

Opération.

986 aunes
à 2 sols 6 deniers.

Produit 123 liv. 5 sols.

Il y a encore quelques parties aliquotes de la livre, comme 1 sol 8 den., qui est $\frac{1}{12}$; plus 1 sol 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$; plus 1 sol 3 deniers, qui est $\frac{1}{16}$; plus 10 deniers, qui est $\frac{1}{24}$; plus 5 deniers, qui est $\frac{1}{48}$. Mais comme ces fractions sont trop grandes, quoique moindres en valeur, on fera l'opération par les sols séparément, puis par les deniers purs.

Comme si on veut multiplier par 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$, on fera premièrement pour 1 sol, et après pour les 8 deniers on aura recours à la page 107, où j'expliquerai la Multiplication par les deniers purs. Ce n'est pas que ceux qui sauront bien leur Table de Multiplication par cœur, ne puissent tirer le douzième tout d'un coup, de même que le sixième ou le huitième, et l'opération sera bien plus courte.

Pour les parties que l'on appelle quinzième, seizième, vingt-quatrième, etc. ceux qui seront curieux de voir la Table des abréviations par la division, verront que l'on peut tirer le quinzième plus brièvement que ci-dessus, savoir, en prenant le cinquième du nombre proposé à multiplier, puis le tiers de ce cinquième, parce que 3 fois 5 font 15, observant de barrer le premier quotient ou produit, parce qu'il ne sert que pour découvrir le produit que l'on cherche; ainsi des autres.

Exemple à 1 sol 8 deniers, qui est $\frac{1}{12}$.

A 1 sol 8 deniers la # de pruneaux, combien 5224 #?

Opération.

5224 ₶ de pruneaux
à 1 sol 8 den.

1306
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{4}$ ℞. 435 ₶ 6 sols 8 den.

Exemple à 1 sol 4 deniers, qui est $\frac{1}{15}$.

A 1 sol 4 den. la ₶ de plomb, combien 9567 ₶? Tirez le cinquième de 9567 ₶, il viendra 1913 liv. 8 sols; ensuite tirez le tiers de 1913 liv. 8 sols, il viendra 637 liv. 16 sols pour la valeur de 9567 ₶ à 1 sol 4 den. la livre.

Opération.

9567 ₶ de plomb
à 1 sol 4 den. la ₶.

$\frac{1}{5}$ 1913 l. 8 sols.
$\frac{1}{3}$ de $\frac{1}{5}$ ℞. 637 l. 16 sols; ainsi des autres.

Des parties aliquantes.

Les parties aliquantes sont celles qui sont composées de plusieurs parties aliquotes, comme 19 sols, qui sont composés de 10, de 5 et de 4.

Si donc on veut multiplier par les mêmes 19 sols, on agira premièrement pour 10 sols, en prenant la moitié du nombre proposé.

Puis pour 5 sols, en prenant le quart.

Puis pour 4 sols, en tirant le cinquième; et ajoutant ces trois produits, la somme sera le produit total de la multiplication, comme il se voit par l'exemple ci-dessous.

A 19 sols l'aune de toile, combien 789 aunes?

Opération.

	789 aunes	
à		19 sols l'aune.
Pour 10 sols	394 livres	10 sols.
Pour 5 sols	197	5
Pour 4 sols	157	16

℞. 749 liv. 11 sols pour la valeur requise.

De même si on veut multiplier par 16 sols 8 deniers, on voit que 16 sols 8 deniers sont composés de deux parties aliquotes, savoir, de 10 sols qui est la moitié de la livre, et de 6 sols 8 deniers qui est le tiers; c'est pourquoi il faut tirer la moitié du nombre à multiplier, puis après le tiers; et ajoutant les deux produits, la somme sera le produit total de la multiplication, comme il se voit par l'exemple suivant.

A 16 sols 8 deniers la ℔ de cire blanche, combien valent 897 ℔ ? Tirez la moitié et le tiers de 897, et le produit sera 747 livres 10 sols pour la réponse.

Opération.

	897 ℔	
à		16 sols 8 den.
Pour 10 sols	448 liv. 10 sols.	
Pour 6 s. 8 d.	299	

℞. 747 liv. 10 sols; ainsi des autres.

Manière de multiplier par les deniers purs, pour avoir livres, sols et deniers au produit.

La manière de multiplier par les deniers purs, afin de faire venir au produit des livres, sols et deniers en même temps par les parties aliquotes de 24 deniers et de 12 deniers, a été jusqu'à présent si obscurément expliquée, que plusieurs ont mieux aimé prendre le grand chemin, que de se donner la peine d'examiner à fond pourquoi et comment les parties aliquotes de 24 deniers produisent des livres, et celles de 12 deniers produisent des sols et deniers; ce que je trouve néanmoins assez facile à concevoir, pourvu que l'on considère les deniers par lesquels on multiplie en deux façons, savoir, à l'égard de 24 deniers, et à l'égard de 12 deniers.

Par exemple, si on disait : Quelqu'un doit 240 citrons, à raison de deux sols la pièce; on demande combien il faut pour les payer. ℞. 24 livres, parce que selon la règle de deux sols, il n'y a qu'à retrancher le zéro de 240, et le reste à main gauche est 24, c'est-à-dire 24 livres, qu'il faut écrire au rang des livres. Mais si on disait : Quelqu'un doit 240 oranges, à 6 deniers la pièce; combien faut-il pour les payer?

Il faut raisonner ainsi : Puisque pour 2 sols ci-dessus, ayant retranché le zéro de 240, il est resté 24 livres, il faut aussi retrancher le même zéro à 6 deniers, qui est la quatrième partie de 2 sols; et au lieu que l'on écrit 24 livres pour la valeur de 2 sols, il ne doit venir que 6 livres, qui est le quart de 24 livres, pour les 6 deniers; comme il se voit par les deux opérations suivantes à 2 sols et à 6 den.

Opération.

240 citrons à 2 sols.	240 oranges à 6 deniers.
℞. 24 livres.	℞. 6 livres.

Mais si on demandait combien il faut payer pour 248 oranges à raison de 6 deniers la pièce, il faut séparer le 8 de 248, comme j'ai retranché le zéro à 240, puis prendre le quart des deux autres figures qui sont 24, il viendra 6 livres. Et d'autant que le 8 retranché représente 8 oranges à 6 deniers pièce, il en faut prendre la moitié, qui est 4 sols, parce que 6 deniers font la moitié de 1 sol.

Opération.

248 oranges
à 6 deniers.

6 livres 4 sols.

Ainsi des autres parties de 2 sols et de 1 sol, comme il se verra ci-après.

D'où suit la Règle générale, qui est que

Quand on multiplie par quelque nombre de deniers que ce soit, pour avoir des livres, des sols et des deniers en même temps, il faut toujous retrancher la dernière figure du nombre proposé à multiplier à main droite, comme à 2 sols, et observer ce qui suit, selon l'ordre de la Table des parties aliquotes de 24 deniers et de 12 deniers.

Table des parties aliquotes de 24 deniers, pour avoir des livres; et de 12 deniers, pour avoir des sols et des deniers.

6 den. à l'égard de 24 den.	c'est un quart.
et de 12 den.	une moitié.
4 den. à l'égard de 24 den.	un sixième.
et de 12 den.	un tiers.

3 den. à l'égard de 24 den.	c'est un huitième.
et de 12 den.	un quart.
2 den. à l'égard de 24 den.	un douzième.
et de 12 den.	un sixième.
1 den. Voyez ci-après.	
8 den. à l'égard de 24 den.	un tiers.
et de 12 den.	deux tiers.

Explication de la Table ci-dessus.

Pour multiplier par 6 deniers, il faut retrancher la dernière figure à main droite du nombre à multiplier, puis prenant le quart des autres à gauche, il viendra des livres, que l'on posera en avançant d'un degré, comme à 2 sols ; prenant ensuite la moitié du reste à droite, tant des dixaines restantes, s'il y en a, que de la figure retranchée, cette moitié donnera des sols et deniers, s'il y en échet.

Exemple.

A 6 deniers la pomme, combien 957 pommes ?

Opération.

957 pommes
à 6 den.

℞. 23 liv. 18 sols 6 den. pour la valeur des 957 pommes.

Il faut observer le même ordre à quelque nombre de deniers que ce soit.

Pour 4 deniers, il faut tirer le sixième de ce qui est retranché à main gauche, et le tiers de ce qui reste.

Exemple.

A 4 deniers la poire, combien 788 poires ?
à 4 den.

℞ 13 liv. 2 s 8 den.

Pour 3 deniers, il faut tirer le huitième des figures retranchées à main gauche, et le quart du reste.

Exemple.

A 3 den. pièce, combien 987 ?
à 3 den.

℞. 12 liv. 6 sols 9 den.

Pour 2 deniers, il faut tirer le 12.ᵉ des figures retranchées à main gauche, et le 6.ᵉ du reste.

Exemple.

A 2 den. pièce, combien 4597 ?
à 2 den.

℞. 38 liv. 6 sols 2 den.

Pour 8 deniers, il faut tirer le tiers des figures retranchées à main gauche, et doublant le reste à main droite, il en faut encore prendre le tiers.

Exemple.

A 8 den. l'aune, combien 6568 aunes ?
à 8 den.

℞. 218 liv. 18 s. 8 den.

Pour 1 denier, il faut agir comme pour 4 deniers, et du produit en tirer le quart, barrant le produit des 4 deniers.

Exemple.

A 1 denier la pièce, combien 8737 ?
à 1 den.

145 12

℞. 36 8 sols.

Et si le nombre des deniers par lesquels on multiplie est composé de plusieurs parties aliquotes, comme 9 deniers qui sont composés de 6 deniers et de 3 deniers, on agira premièrement pour 6, puis pour 3, selon l'ordre ci-dessus, et on ajoutera les deux produits, comme il se voit dans l'exemple suivant.

Exemple.

A 9 deniers l'aune de ruban, combien 789 aunes ?

	à	9 d.
Pour 6 den.		19 l. 14 s. 6 d.
Pour 3 den.		9 17 3
R.		29 l. 11 s. 9 d.

Avertissement sur la Multiplication des deniers purs, pour avoir livres, sols et deniers au produit.

Comme il y en a plusieurs qui ont de la peine à comprendre la maniere de faire venir des livres, sols et deniers au produit, en multipliant par les deniers purs, et agissant sur le pied de 24 deniers pour faire venir des livres, et sur le pied de 12 deniers pour faire venir des sols et deniers, s'il y échet comme il vient d'être expliqué; alors, pour s'exempter de cette difficulté, qu'ils supposent un sol, dont ils tireront la valeur d'un nombre proposé, observant la Règle expliquée pour 1 sol ci-devant, et ayant la valeur d'un sol d'icelle, ils en tireront la valeur des deniers, comme s'il y a 4 deniers, on voit que 4 deniers sont le tiers d'un sol, par conséquent tirant le tiers du produit d'un sol, on aura la valeur des 4 deniers, ainsi des autres parties du sol, soit aliquotes ou aliquantes, observant de barrer le produit du sol, comme n'étant qu'une fausse ligne. Et si dans l'opération on peut trouver un sol sans en supposer un, ce sera encore mieux.

Ayant expliqué comment il faut multiplier par sols simples, et par sols et deniers séparément, il sera aisé de multiplier par livres, sols et deniers conjointement, comme il se voit par l'exemple suivant, que j'ai déjà expliqué page 96, et que je répète ici pour faire voir la briéveté qui se trouve par les parties aliquotes, au lieu de se servir des autres méthodes expliquées aux pages 96 et 97.

Exemple.

A 23 liv. 15 sols 9 den. l'aune de drap, combien valent 35 aunes ?

Opération.

	35 aunes			
à	23 liv. 15 sols 9 den.			
	105			* Preuve par 9.
	70			8
Pour 10 sols	17	10		6 X 6
Pour 5 sols	8	15		
Pour 6 den.		17	6 den.	3
Pour 3 den.		8	9	

℞. 832 liv. 11 sols 3 den. pour la valeur requise; ainsi de toutes les autres multiplications.

** Preuve de l'Exemple de Multiplication.*

Comme j'ai prouvé l'Addition et Soustraction des livres, sols et deniers par la preuve de 9, ainsi j'expliquerai la même preuve par 9 sur le sujet de la Multiplication ci-dessus, qui servira de modèle à toutes les autres Multiplications dont le multiplicateur sera composé de livres, sols et deniers.

Elle se fait ainsi : Je tire la preuve de 35 aunes, il vient 8, que je pose au haut de la croix.

Ensuite je passe au multiplicateur 23 liv. 15 sols 9 deniers, disant : 2 et 3 font 5, que je double à cause que ce sont des livres, font 10, dont la preuve est 1, que je joins aux 15 sols, disant : 1 et 1 font 2, et 5 font 7, que je triple à cause que ce sont des sols, font 21, dont la preuve est 3, que je passe aux 9 den. il vient toujours 3, que j'écris au bas de la croix.

En troisième lieu je multiplie le 8 posé au haut de la croix par le 3 posé au bas, il vient 24, dont la preuve est 6, que j'écris au bras gauche de la même.

Enfin je tire la preuve du produit, qui est 832 liv. 11 sols 3 deniers, disant : 8 et 3 font 11, dont la preuve est 2 et 2 font 4, que je double font 8, que je joins aux 11 sols, disant : 8 et 1 font 9, et cet 1 que je triple font 3, que je joins aux 3 den. font 6, que je pose au bras vide de la croix, et c'est la preuve, d'autant que les deux dernières preuves font 6, et partant égales; s'il était arrivé autrement, la Règle aurait été fausse.

Preuve de la même Multiplication ci-dessus par la Division. Voyez ci-après, page 142.

Il faut remarquer que si au produit d'une multiplication il n'y a point de sols ni de deniers, et qu'il y en ait au multiplicateur, il faudra observer le même ordre au produit qu'au multiplicateur, savoir, de doubler les livres du produit, et passant par-dessus le zéro des sols, tripler le surplus de 9 provenu des livres.

Par exemple, si on demande combien valent 24 aunes d'étoffe, à raison de 6 livres 6 sols 8 deniers, faisant l'opération, il viendra au produit 152 livres, comme ci-dessous.

		Preuve par 9.
	24 aunes	6
à	6 liv. 6 sols 8 den.	3 X 3
	144	8
	8	
℞.	152 liv. pour la valeur requise.	

Pour preuve, il faut tirer la preuve du nombre à multiplier 24 aunes, il viendra 6, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Il faut aussi tirer la preuve du multiplicateur, 6 liv. 6 sols 8 den. en doublant aux livres, et triplant aux sols, comme il a été enseigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la même croix.

Puis multipliant ces deux preuves 6 et 8 l'une par l'autre, il vient 48, dont la preuve est 3, qu'il faut poser au bras gauche de la même croix.

Enfin tirant la preuve du produit, qui est 152 livres, il vient 8, qu'il faut doubler à cause des 6 livres du multiplicateur, il vient 16, dont la preuve est 7 qu'il faut tripler à cause des 6 sols du même multiplicateur, il vient 21, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire au bras droit de la même croix, et c'est la preuve.

Cette Règle de Multiplication se peut prouver par la Division, comme la précédente.

Question sur la Multiplication en fractions d'aunage.

Quelqu'un doit 24 aunes $\frac{5}{6}$ d'étoffe, à raison de 6 liv. 6 sols 8 den. l'aune; on demande combien vaut le tout.

Pour opérer en cette Règle, il faut premièrement multiplier les 24 aunes par 6 liv. 6 sols 8 deniers, comme il a été enseigné, et comme il vient d'être pratiqué tout fraîchement dans le dernier exemple.

Si donc on prend pour $\frac{3}{6}$ la moitié de 6 liv. 6 sols 8 den., il viendra 3 liv. 3 sols 4 den.; et si pour les $\frac{2}{3}$ restans on prend le tiers de 6 liv. 6 sols 8 deniers, il viendra 2 liv. 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$.

Cela fait, ajoutant le tout ensemble, la somme de l'addition donnera le produit requis pour la valeur des susdites 24 aunes $\frac{5}{6}$ au prix proposé, comme il se voit par l'opération qui suit.

Opération.

	24 $\frac{5}{6}$ aunes			
à	6 liv 6 s. 8 den.			Preuve par 9.
Pour les 6 livres,	144 liv.			5
Pour les 6 s. 8 d.	8			4 X 4
Pour les $\frac{1}{6}$	3	5 s. 4 d.		
Pour les $\frac{2}{6}$	2	2	2 d. $\frac{2}{3}$	8
℞.	157 liv. 5 s. 6 d. $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$ pour la valeur requise.			

Preuve par 9 de la Multiplication ci-dessus.

Pour faire la preuve par 9 d'une Multiplication en fractions d'aunage, comme celle ci-dessus, et toutes autres semblables, il faut préalablement réduire les fractions qui viennent au produit en même dénomination que la fraction du nombre à multiplier, c'est-à-dire, que s'il y a des sixièmes au nombre à multiplier, il faut réduire la fraction du produit, s'il y en a, en sixièmes aussi, comme il se voit ci-dessus, où la fraction du produit était $\frac{2}{3}$, que j'ai réduits en $\frac{4}{6}$ à cause des $\frac{5}{6}$ du nombre à multiplier.

Cela fait, il faut tirer la preuve de 24 aunes $\frac{5}{6}$, disant : 2 et 4 font 6, qu'il faut multiplier par 6 dénominateur des $\frac{5}{6}$, le produit est 36, auxquels joignant les 5 des $\frac{5}{6}$, le tout fait 41, dont la preuve est 5, qu'il faut poser au haut de la croix.

Ensuite, tirant la preuve du multiplicateur 6 liv. 6 sols 8 den. en doublant aux livres et triplant aux sols, comme il a été enseigné, il viendra 8, qu'il faut écrire au bas de la croix.

Puis multipliant ces deux preuves 5 et 8 l'une par l'autre, il viendra 40, dont la preuve est 4, que l'on écrira au côté gauche de la croix.

Enfin, tirant la preuve du produit, qui est 157 livres 5 sols 6 deniers de même ordre que celle du

multiplicateur, en doublant et triplant, il viendra zéro, qu'il faut multiplier par le dénominateur des $\frac{4}{6}$ disant : 6 fois zéro, ce n'est rien, reste 4 numérateur des $\frac{4}{6}$, qu'il faut écrire au bras droit de la croix, et c'est la preuve.

Preuve de la Multiplication ci-dessus par la Division.
Voyez la page 142.

Mais si d'aventure il ne se rencontrait point de fractions au produit d'une Multiplication en fractions d'aunage, après avoir tiré la preuve du nombre à multiplier, comme aussi du multiplicateur, et multiplié ces deux preuves l'une par l'autre, et posé ces trois restes aux trois côtés de la croix, il faut tirer la preuve des livres, sols et deniers du produit, comme il vient d'être expliqué, et multiplier la preuve des deniers du même produit, par le dénominateur de la fraction du même nombre à multiplier, comme il se voit dans l'exemple de multiplication ci-dessous, où la preuve des deniers du produit est 1, qu'il faut multiplier par 6, marqué au produit en fraction, comme ci $\frac{0}{6}$, il vient 6, et c'est la preuve comme il est requis; ainsi des autres.

Exemple.

A 8 livres 15 sols l'aune de drap, combien 53 aunes ?

Opération.

				Preuve par 9.
	53 aunes $\frac{5}{6}$			8
à	8 liv. 15 sols			6 X 6
	424 liv.			3
Pour 10 s.	26	10 sols.		
Pour 5	13	5		
Pour $\frac{3}{6}$	4	7	6 d.	
Pour $\frac{2}{6}$	2	18	4	
℞	471 liv.	0 s.	10 den	

pour la valeur requise. *Voyez ci-après, page 142.*

Avertissement pour la preuve des Multiplications en fractions d'aunage ci-dessus.

Après avoir fait voir dans les Multiplications ci-dessus toutes les circonstances à observer pour la preuve de 9, j'expliquerai la manière générale de prouver toutes les mêmes Règles par leur contraire, savoir par la Division.

Ce qui se fait en divisant le produit de deux nombres qui ont été multipliés par l'un d'iceux, et le quotient de la Division donnera l'autre.

Comme dans l'exemple ci-devant, si on divise le produit, qui est 471 livres o sols 10 deniers par 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier, le quotient donnera 8 livres 15 sols pour le multiplicateur.

Ou si on divise le même produit 471 livres o sols 10 deniers par le multiplicateur, qui est 8 livres 15 sols, le quotient donnera 53 $\frac{5}{6}$ nombre à multiplier comme il est proposé; et ainsi c'est à celui qui chiffre de chercher de la facilité dans l'opération, parce qu'il est quelquefois plus facile en de certains nombres de diviser le produit d'une Multiplication par le nombre à multiplier pour trouver le multiplicateur, que de diviser le même produit par le multiplicateur pour avoir le nombre à multiplier, comme il se verra dans quelques opérations de Division ci-après qui serviront de preuve aux Multiplications ci-dessus.

Ayant expliqué ci-devant tous les préceptes nécessaires pour multiplier, tant en nombres entiers que par les parties aliquotes de 20 sols et de 12 deniers, il sera facile de résoudre toutes sortes de questions sur la Multiplication, selon qu'elles seront proposées ci-après.

Usage de la Multiplication.

L'usage de la Multiplication est de réduire une grande espèce, soit de monnaie, de poids, de mesure, etc. en moindres espèces.

Réduction des livres en sols.

Pour réduire des livres en sols, il faut multiplier le nombre des livres par 20 sols, et le produit donnera des sols.

Ou bien il faut doubler le nombre des livres, puis les ajouter; et posant un zéro à droite de la somme, ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 78 livres valent de sols?

Opération.

	78 liv.	autrement	78 liv.
par	20 sols.		78
℞.	1560 sols.	℞.	1560

Réduction des sols en deniers.

Pour réduire des sols en deniers, il faut multiplier le nombre des sols par 12 deniers valeur d'un sol, et le produit donnera des deniers.

Exemple.

On demande combien 789 sols valent de deniers?

Opération.

	789 sols à multiplier
par	12 deniers.
	1578
	789
℞.	9468 deniers.

De même si on veut réduire des ℔ de poids de 16 ou 15 onces en onces, il faut multiplier le nombre des ℔ par 16 ou par 15, et le produit donnera des onces.

Pour réduire des marcs en onces, il faut multiplier les marcs par 8 onces.

Des toises en pieds, il faut multiplier par 6.
Des perches en pieds, il faut multiplier par 18, ou par 20, ou par 22, ou par quelqu'autre nombre de pieds que la perche contiendra.
Des pieds en pouces, il faut multiplier par 12, etc. ainsi des autres.

Abréviation de Multiplication par les parties aliquotes de 10, de 100 et de 1000.

J'ai enseigné ci-devant, page 35, que pour multiplier par 10, il ne faut qu'ajouter un zéro au nombre à multiplier, par 100 il faut en ajouter deux, et par 1000 il faut en ajouter trois, et la Multiplication est faite.

Or, puisque pour multiplier par 10, on ajoute un zéro, si on veut multiplier par une partie aliquote de 10, comme par 3 liv. 6 sols 8 den. qui est $\frac{1}{3}$, ou par 2 liv. 10 sols qui est $\frac{1}{4}$, etc. il faut ajouter un zéro au nombre à multiplier, qui est autant que de multiplier par 10; puis du nombre à multiplier augmenté d'un zéro, tirer ou le tiers ou le quart, etc. et ce tiers ou ce quart, etc. sera le produit de la Multiplication.

Par exemple, si on veut savoir combien valent 65 aunes d'étoffe à 3 livres 6 sols 8 deniers l'aune; je regarde que 3 livres 6 sols 8 deniers est $\frac{1}{3}$ de 10 liv., c'est pourquoi j'ajoute un zéro à 65, et il vient 650, qui est autant que si j'avais multiplié 65 par 10; mais puisque 3 liv. 6 sols 8 den. ne font que le tiers de 10 livres, je tire le tiers de 650, il vient 216 liv. 13 sols 4 deniers pour la valeur desdites 65 aunes à la raison susdite, comme il se voit par l'opération ci-après, ensuite de la Table des parties aliquotes de 10 liv.

Si on veut multiplier par parties aliquotes de 100, on ajoutera deux zéros au nombre à multiplier, et du nombre total on en tirera ou la moitié, ou le tiers, ou le quart, etc. selon la partie aliquote.

De même, si on veut multiplier par les parties aliquotes de 1000, on ajoutera trois zéros, et on opérera de la même façon, selon la partie aliquote qui se présentera.

On remarquera que pour faire l'opération de pareilles multiplications, après avoir posé le nombre à multiplier, on séparera de la valeur d'un point le nombre à multiplier d'avec le zéro, ou plusieurs, s'il y en a d'ajoutés à ce même nombre, comme il se voit par l'opération ci-dessous et les suivantes.

Et afin que l'on connaisse les parties aliquotes de 10 livres, de 100 liv. et de 1000 liv., je donnerai les Tables suivantes, après chacune desquelles je formerai une question convenable à icelles pour en faire voir l'usage.

Table des parties aliquotes de 10 livres.

	10 livres.	
$\frac{1}{2}$	5 liv.	
$\frac{1}{3}$	3	6 sols 8 den.
$\frac{1}{4}$	2	10
$\frac{1}{5}$	2	
$\frac{1}{6}$	1	13 sols 4 den.
$\frac{1}{8}$	1	5
$\frac{1}{12}$	0	16 8

A 3 livres 6 sols 8 deniers l'aune, combien 65 aunes ?

Posez un zéro après 65, il viendra 650; puis tirez le tiers, il viendra 216 livres 13 sols 4 deniers pour la valeur des 65 aunes à 3 livres 6 sols 8 deniers l'aune.

Opération.

aunes 65 o

℞. 216 liv. 13 sols 4 deniers.

Table des parties aliquotes de 100 *livres.*

100 livres.

$\frac{1}{2}$	50 liv.	
$\frac{1}{3}$	33	6 s. 8 d.
$\frac{1}{4}$	25	
$\frac{1}{5}$	20	
$\frac{1}{6}$	16	13 s. 4 d.
$\frac{1}{8}$	12	10
$\frac{1}{10}$	10	
$\frac{1}{12}$	8	6 8
$\frac{1}{16}$	6	6 5

Question.

A 16 livres 13 sols 4 d. l'aune de drap de Hollande, combien 23 aunes ?

Posez deux zéros après 23, il viendra 2300 dont vous tirerez le sixième.

Opération.

23 00

℞. 383 liv. 6 s. 8 den.

Ayant fait l'opération de la question ci-dessus, il est venu 383 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur des 23 aunes à 16 liv. 13 sols 4 den. l'aune ; ainsi des autres.

Table des parties aliquotes de 1000 *livres.*

1000 livres.

$\frac{1}{2}$	500 liv.		
$\frac{1}{3}$	333	6 s.	8 d.
$\frac{1}{4}$	250		
$\frac{1}{5}$	200		
$\frac{1}{6}$	166	13	4 d.
$\frac{1}{8}$	125		
$\frac{1}{10}$	100		
$\frac{1}{12}$	83	6	8
$\frac{1}{16}$	62	10	

Question.

A 83 l. 6 s. 8 d. le muid de vin, combien 57 ?

Posez trois zéros après 57, il viendra 57000, dont vous tirerez le douzième.

Opération.

57 000

℞. 4750 liv.

Ayant fait l'opération comme il se voit ci-dessus, il est venu au produit 4750 liv. pour la valeur des 57 muids de vin, à raison de 83 liv. 6 sols 8 deniers.

Il

Il faut observer le même ordre pour les autres parties aliquotes de 10, de 100, ou de 1000 livres.

Manière de multiplier par des sols, sans parties aliquotes.

Quand on voudra multiplier par un nombre de sols qui seront en nombre pair, comme si on veut savoir combien valent 98 aunes de toile à 14 sols l'aune, on écrira 98 aunes, et 14 sols au-dessous, un peu plus loin à main droite; puis prenant la moitié de 14 sols, qui est 7, que l'on gardera dans la mémoire, on multipliera les 98 aunes par ce 7, disant : sept fois 8 font 56, et doublant le 6, il vient 12, c'est-à-dire 12 sols, que je pose au rang des sols, et retiens les 5 dixaines.

Ensuite je multiplie le 9 de 98 par le même 7, il vient 63, et 5 que j'ai retenus font 68, c'est-à-dire 68 livres.

Opération.

98 aunes
à 14 sols.

68 livres 12 sols pour la valeur requise.

On observera le même ordre pour les autres nombres pairs;

Comme pour	6 sols de	multiplier par	3
pour	8	multiplier par	4
pour	12	multiplier par	6
pour	16	multiplier par	8
pour	18	multiplier par	9

Mais si le nombre des sols par lesquels on veut multiplier est impair, comme 13, on agira d'abord pour 12, comme ci-dessus.

Puis pour 1 sol, comme il a été enseigné ci-devant, page 101, et on ajoutera les deux produits.

Abréviation pour la Multiplication par les parties aliquotes, lesquelles étant prises en sens contraire, peuvent servir aussi pour la Division, selon la Table ci-après, pages 151 et 152.

Quand le nombre à multiplier sera composé de plusieurs parties aliquotes, il faut multiplier premièrement le multiplicateur par une des parties aliquotes, puis le produit par l'autre, barrant ce premier produit, et le dernier produit sera le produit total, de la Multiplication.

Quand je dis, multiplier par les parties aliquotes, j'entends que si le nombre est 3, on multiplie le multiplicateur par 3; si le nombre à multiplier est 4, on multiplie le multiplicateur par 4, etc.

Exemple.

Comme si on demande la valeur de 4 aunes d'étoffe à 15 livres 12 sols 6 deniers l'aune, multipliant 15 livres 12 sols 6 deniers par 4, la multiplication se ferait tout d'un coup en une seule ligne, et il viendra 62 livres 10 sols au produit; ainsi des autres nombres, depuis 2 jusqu'à 9.

Opération.

4 aunes
à 15 livres 12 sols 6 deniers.

℞. 62 livres 10 sols 0.

Construction de la Multiplication ci-dessus.

J'ai premièrement multiplié les 6 deniers du multiplicateur par les 4 aunes, vient 24 deniers, qui valent deux sols que je retiens.

Ensuite j'ai multiplié les 12 sols du multiplicateur par les mêmes 4 aunes, il vient 48 sols, et 2 retenus font 50 sols, qui valent 2 livres 10 sols; je pose 10 sols, et retiens 2 livres

Enfin j'ai multiplié les 15 livres par les mêmes 4 aunes, il vient 60 livres, et 2 retenues font 62 livres ; et le tout fait 62 livres 10 sols pour la valeur requise.

Voilà la manière de multiplier tout d'un coup, lorsqu'il n'y a qu'une figure au nombre à multiplier.

Mais si d'aventure le nombre à multiplier est composé de parties aliquotes, comme serait le nombre 24, il faut considérer les parties aliquotes dont il est composé On voit que 24 sont produits de 6 multipliés par 4; tellement que si on veut multiplier un multiplicateur, tel qu'il soit, par 24, on multipliera premièrement le multiplicateur par 6, il viendra un produit, lequel sera multiplié par 4, barrant ce premier produit, et le dernier nombre donnera le produit requis.

Exemple.

On demande la valeur de 24 onces de galon d'argent, à 5 livres 19 sols 6 deniers l'once.

Il faut multiplier 5 livres 19 sols 6 deniers par 6, il viendra 35 livres 17 sols.

Ensuite il faut multiplier 35 livres 17 sols par 4, il viendra 143 livres 8 sols pour la valeur requise.

Opération.

24 onces

à 5 livres 19 sols 6 deniers.

~~35~~ ~~17~~ 0.

R. 143 livres 8 sols pour la valeur des 24 onces de galon d'argent à 5 liv. 19 sols 6 den. l'once.

Il y a quantité de nombres propres pour abrévier

de cette même façon, que vous trouverez dans la Table des abréviations pour la Division ci-après, où je prouverai la Multiplication par la Division, et réciproquement la Division par la Multiplication, selon l'ordre des abréviations.

Après avoir amplement traité de la Multiplication dans toutes ses circonstances, pour ce qui regarde les préceptes nécessaires à son opération, il s'agit maintenant d'en faire voir l'application, et pour cet effet je proposerai ci-après plusieurs questions concernant la finance et la marchandise.

Plusieurs Questions sur la Multiplication.

Avertissement.

Les principes de Multiplication ont été amplement enseignés, tant par les Règles générales que par les parties aliquotes de 20 sols et abréviation; c'est pourquoi après avoir proposé quelques questions, je me contenterai de faire l'opération des Règles, sans particulariser davantage sur leur explication.

Première Question.

Quelqu'un a acheté 25 muids de vin, à raison de 58 liv. 15 sols le muid pour tous frais; on demande combien vaut le tout.

Opération.

25 muids
à 58 liv. 15 sols la pièce.

200 liv.
125
12 liv. 10 s.
6 5

℞. 1498 liv. 15 s. pour la valeur des 25 muids.

Seconde Question.

On demande combien valent 56 cordes de bois, à raison de 9 liv. 12 s. la corde.

Opération.

56 cordes de bois
à 9 liv. 12 sols.

504
28
5 12

℞. 537 liv. 12 sols pour la valeur des 56 cordes.

Troisième Question.

La pinte de vin vaut 5 sols 4 deniers, on demande combien vaut le muid.

Multipliez 280 pintes, valeur d'un muid, par 5 sols 4 den., et vous trouverez 74 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur du muid.

Opération.

280 pintes
à 5 sols 4 den.

70
4 13 sols 4 den.

℞. 74 liv. 13 sols 4 den.

Quatrième Question.

On demande combien valent 35 septiers de blé, à raison de 12 livres 15 sols le septier.

Multipliez 35 par 12 livres 15 sols, il viendra 446 livres 5 sols.

Opération.

	35 septiers	
à	12 liv. 15 sols.	
	70	
	35	
	17	10 sols.
	8	15
℟.	446 liv.	5 sols pour la valeur requise.

Cinquième Question.

La douzaine d'une certaine marchandise coûte 24 livres, on demande combien la grosse qui est 12 douzaines.

Multipliez 12 douzaines par 24 livres, il viendra 288 livres.

Opération.

	12 douzaines
à	24 livres.
	48
	24
℟.	288 livres pour la valeur requise.

Sixième Question.

Un Marchand Papetier a acheté un ballot de papier contenant 88 rames, à raison de 4 liv. 12 sols la rame; on demande combien il faut payer pour le tout.

Multipliez 88 par 4 livres 12 sols, il viendra 404 livres 16 sols.

Opération.

88 rames
à 4 liv. 12 sols.

352
44
8 16 sols.

℟. 404 liv. 16 sols pour la valeur requise des 88 rames, à 4 liv. 12 sols.

Septième Question,

ou Règle de dépense par la Multiplication, pour savoir à tant par jour combien par an

Quelqu'un paye 48 sols par jour pour sa pension; on demande combien il doit payer pour la dépense de toute l'année, qui contient 365 jours.

Multipliez 365 jours par 48 sols, il viendra au produit 876 liv. pour la dépense de l'année entière.

Opération.

365 jours à multiplier
par 2 livres 8 sols.

730
73
73

℟. 876 livres.

Et si on voulait savoir la dépense de 58 jours au même prix, il faut multiplier de même 58 par 2 liv. 8 sols, il viendra 139 liv. 4 sols pour le requis; et ainsi d'un autre nombre de jours à un autre prix par jour.

Huitième Question, ou *Rachat de rente.*

Quelqu'un paye 66 livres 13 sols 4 den. de rente par an; on demande, s'il en voulait faire le rachat,

combien il faudrait qu'il payât pour le fonds principal de ladite rente, le rachat se faisant au denier 18.

Pour le savoir, il faut multiplier 18 par 66 liv. 13 sols 4 deniers, et il viendra 1200 liv. au produit, qui est le principal ou le fonds requis pour faire le remboursement de la rente ci-dessus.

Opération.

18
66 liv. 13 sols 4 den.

108 liv.
108
9
3

℞. 1200 qu'il faut de principal.

Ainsi des autres, à quelque denier que se fasse le rachat, comme si le rachat se fait au denier 16, il faut multiplier la rente par 16, etc.

La preuve de cette question se fera par la Division, lorsque j'expliquerai la constitution de rente ci-après, *pages* 145 *et* 146.

Neuvième Question.

Quelqu'un loue une maison 350 livres par an; et cette maison étant à vendre, un Particulier la veut acheter sur le pied de ce qu'elle est louée, et à raison du denier 18, c'est-à-dire qu'il entend que son argent lui profite autant en achetant cette maison, que s'il le mettait en rente au denier 18: on demande le prix de cette maison.

Multipliez 350 livres par 18, et le produit sera 6300 livres, qu'il faut payer pour le prix de ladite maison.

Opération.

350
18

2800
350

℞. 6300 liv. qui sera le prix de la maison.

Dixième Qüestion,

ou *Règle pour tirer le sol par liv.*, *ou* 8 *den.*, *ou* 6 *den.*, *ou* 4 *den. etc.*, *ou quelque den. que ce soit.*

Quelqu'un a acheté une maison de 29600 livres, de laquelle il doit les lods et ventes à raison de 1 sol 8 deniers pour livre ; on demande ce qu'il doit payer pour lesdits lods et ventes.

Multipliez 29600 livres par 1 sol 8 deniers, ce qui se fait en tirant le douzième de 29600, il viendra 2466 liv. 13 sols 4 deniers.

Opération.

29600 liv.
à 1 sol 8 den.

℞. 2466 liv. 13 sols 4 den. qui sont dus au Seigneur.

Onzième Question.

On demande le contrôle de la somme de 29600 livres, à raison de 10 deniers pour livre.

Multipliez 29600 liv. par 10 deniers, selon l'ordre des parties aliquotes de 24 et de 12 deniers ; il viendra 1233 liv. 6 sols 8 den.

Opération.

29600 liv.
à 10 den.

Pour 6 deniers	740	
Pour 4 deniers	493 liv. 6 sols	8 den.

℞. 1233 liv. 6 sols 8 deniers qu'il faut payer pour le contrôle de la susdite somme de 29600 livres.

Douzième Question, ou Remise au-dedans.

Le Roi faisant remise de 1 sol 3 den. pour livre sur la somme de 50000 liv dont il faut faire le recouvrement, on demande la remise, et ce que l'on doit payer net.

Cette Règle n'est qu'une multiplication par les parties aliquotes, comme les précédentes; c'est pourquoi il n'y a qu'à multiplier les 50000 liv. par 1 sol 3 deniers.

Pour l'opération, vous agirez comme pour 2 sols 6 deniers, en tirant le huitième, puis du produit vous en tirerez la moitié, cette moitié sera le produit de 1 sol 3 deniers; autrement vous pouvez agir pour 1 sol, puis pour 3 deniers séparément, et ajouter les deux produits.

Opération.

50000 livres
à 1 sol 3 den.

6250

℞. 3125 livres pour la remise.

Et pour trouver ce qu'il faut payer net au Roi, faites une soustraction, ôtant 3125 liv. de 50000 liv., et le reste sera 46875 liv.

Principal	50000
Remise	3125
Reste	46875

Enfin on se servira pour telles Règles des mêmes lois ou préceptes que j'ai enseignés dans l'explication des parties aliquotes, soit de sols simples ou deniers simples ; soit de sols et deniers conjointement, soit que l'on dise à 2 den., à 3 den., à 4 den. etc., ou à 1 sol, à 2 sols, à 1 sol 3 den., à 1 sol 8 den. etc. pour livre de profit ou de perte.

Avertissement.

Comme l'ame de toutes les affaires du monde est l'argent comptant, et qu'il importe fort de savoir bien payer, ou recevoir une somme de deniers, c'est la raison pour laquelle il est nécessaire d'enseigner la façon de dresser toutes sortes de Bordereaux, soit en matière de finances ou de marchandises, et tirant la valeur de chaque espèce, soit d'or ou d'argent, ou de marchandise, en rapporter la valeur totale.

Ce qui est très-nécessaire, particulièrement à messieurs les Commis des Finances, comme aussi aux Banquiers et Marchands, lesquels ont à payer tous les jours, et à recevoir aussi plusieurs sommes notables.

De la manière de dresser un Bordereau de payement.

Pour faire quelque Bordereau de payement que ce soit, il est nécessaire de connaître les espèces d'or et d'argent, selon le cours ordinaire.

Tout Bordereau de payement se fait ou par la Multiplication, ou par la Division; je les expliquerai tous deux.

Bordereau de payement par la Multiplication.

Le Bordereau de payement par la Multiplication, n'est autre chose que ce qui explique la valeur de plusieurs espèces différentes, selon l'espèce demandée.

En voici un exemple : Si quelqu'un voulait faire un payement de 7951 livres, et que pour y satisfaire il eût dans sa caisse les espèces suivantes, savoir :

640 pièces de 5 l. 14 s.
275 pièces de 11 l.
426 pièces de 3 l.

On demande la valeur desdites espèces en livres tournois, afin de l'expliquer par un Bordereau.

Pour faire cette Règle, il faut évaluer le nombre desdites pièces par le prix de chacune, l'une après l'autre.

Ce qui se fait, en multipliant séparément le nombre de chaque espèce par sa valeur, selon l'ordre de la Multiplication, il viendra à chaque produit la valeur requise, comme il se voit par les opérations ci-après.

Première Opération.	*2. Opération.*	*3. Opération.*
640 pièces	275 pièces	426 pièces
à 5 liv. 14 s.	à 11 liv.	à 3 liv.
3200	275	℞. 1278 liv.
320	275	
128	℞. 3025 liv.	
℞. 3648		

Après avoir ainsi calculé à part, et trouvé au produit de chaque Multiplication la valeur de chaque espèce différente, il faut dresser le Bordereau comme ci-après, et faire l'Addition des produits, et la somme totale sera la valeur entière des espèces proposées.

Addition des produits.

640 pièces de 5 l. 14 s.	valent 3648 livres.
275 pièces de 11 l.	valent 3025 livres.
426 pièces de 3 l.	valent 1278 livres.
Somme totale	7951 livres.

Ayant fait Addition des produits, j'ai trouvé pour somme totale 7951 livres, qui est la valeur du nombre des pièces mentionnées dans le bordereau de payement.

Pour prouver que les Multiplications ci-dessus sont bonnes, ayez recours à la page 142, où j'expliquerai la preuve de la Multiplication par la Division; et pour preuve de l'Addition des produits, voyez la preuve de l'Addition, ci-devant *page* 15.

Autre Bordereau d'aunage.

Il n'y a point de différence de l'évaluation des pièces d'or ou d'argent à l'évaluation des aunes ou de drap, ou de toile, etc. comme aussi des ₶ de poids, ou de telle autre marchandise que l'on voudra, parce que pour prouver la valeur d'un nombre de quelque espèce, soit d'or ou d'argent, ou de marchandise, il faut toujours multiplier la quantité des pièces ou aunes par la valeur de l'aune.

Par exemple, si un Marchand avait acheté les trois pièces d'étoffe ci-dessous, et qu'il voulût savoir combien il devrait payer pour le tout, on disposera lesdites trois pièces d'étoffe comme il se voit.

56 aunes de drap à 13 liv. 12 sols l'aune.
48 aunes de serge à 3 liv. 18
55 aunes de ratine à 4 liv. 15 sols 6 deniers.

Il faut trouver la valeur de chaque pièce d'étoffe l'une après l'autre, en multipliant séparément chaque nombre d'aunes par la valeur de l'aune, comme il a été enseigné, il viendra à chaque produit la valeur de chaque pièce d'étoffe, comme il se voit par les opérations suivantes.

1. *Opération.*	2. *Opération.*	3. *Opération.*
36 aunes	48 aunes	55 aunes
à 13 l. 12 s.	à 5 l. 18 s.	à 4 l. 15 s. 6 d.
108 l.	144 l.	220 l.
36	24	27 10 s.
18	9 12	13 15
5 12	9 12	1 7 s. 6 d.
℞. 489 l. 12 s.	℞. 187 l. 4 s.	℞. 262 l. 12 s. 6 d.

Ayant ainsi fait toutes les Multiplications, on fera l'Addition des produits, et la somme totale de l'Addition sera la valeur des trois pièces d'étoffe, comme il se voit ci-après.

Addition des produits ci-dessus.

489 liv.	12 sols.	
187	4	
262	12	6 den.

Somme totale 939 liv. 8 sols 6 den. pour la valeur des trois pièces d'étoffe susdites.

Bordereau de payement par Division.

Voyez ci-après, *page* 150.

Ceux qui auront bien considéré tout ce que j'ai expliqué ci-dessus touchant la Multiplication, n'auront pas de peine à résoudre toutes les questions proposées, où il sera besoin de se servir de la Multiplication pour les résoudre ; c'est pourquoi je n'en traiterai pas davantage, et passerai à la Division par livres, sols et deniers.

Division par livres, sols et deniers.

Quelques-uns se formaliseront peut-être de l'ordre que j'ai gardé jusqu'ici, en ce que j'ai expliqué la Multiplication et Division par livres, sols et deniers séparément de la Multiplication et Division en nombres entiers; mais si on considère que dans les Multiplications et Divisions des sous-espèces, comme de l'aune, de la toise, comme aussi du marc et de leurs parties, etc. il arrive souvent qu'il faut mettre en pratique les nombres rompus, on verra que j'ai dû entremêler le Traité des Fractions Arithmétiques, et l'expliquer ensuite des quatre opérations d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division en entiers, sans lesquelles on ne peut parvenir à la connaissance des mêmes quatre opérations en Fractions; outre que la vraie preuve d'une Multiplication par livres, sols et deniers, soit d'aunes ou toises entières, même en fractions, ne se peut faire que par la Division, comme je le ferai voir ci-après dans les questions suivantes sur la Division, qui serviront de preuve aux Multiplications précédentes cotées chacune en son endroit.

Pour l'opération de la Division des livres, sols et deniers, il n'y a rien à observer outre ce qui a été expliqué pour la Division des entiers ci-devant, sinon que si on divise les livres, et qu'à la fin de la Division il en reste quelque nombre, ce reste est compté pour autant de livres qu'il faut réduire en sols, en les multipliant par 20, et les sols qui en proviendront, seront divisés par le même diviseur des livres, s'il se peut. Et si après la Division des sols il reste quelque nombre de sols qui ne se puisse diviser, on les réduira en deniers, en les multipliant

par 12, et les deniers qui en proviendront, seront divisés de même par le diviseur commun des livres et des sols; et s'il reste encore quelque nombre de deniers, il les faut rapporter à la preuve, après les avoir réduits en livres, sols et deniers, s'il y échet; ou bien s'il est besoin de procéder encore à une subdivision, on réduira ces deniers restans en oboles pour être divisés de même que les livres, sols et deniers.

Pour l'intelligence de ce qui est dit ci-dessus, je ferai la question suivante.

Il y a 9548 livres à partager également entre 365 personnes, on demande combien chacune aura pour sa part.

Divisez 9548 livres par 365, il viendra au quotient des Divisions 26 livres 3 sols 2 deniers pour la part de chacun, et il restera 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Opération.

225	5	5
9548	1160	780
——— (26 l.	——— (3 s.	——— (2 den.
3655	365	365
36		
		Preuve par 9.
58 l.	65 s.	5
20 s.	12 d.	3 X 3
———	———	
1160 s.	780 d.	5

Ayant fait les Divisions, il est venu 26 liv. 3 sols 2 den. pour la part de chacun, et il reste 50 deniers qu'il faut rapporter à la preuve.

Preuve de la Division ci-dessus, par 9.

Comme j'ai prouvé par la preuve de 9 les Règles ci-devant, d'Addition, Soustraction et Multiplica-

tion par livres, sols et deniers, je me trouve obligé de prouver la Division par livres, sols et deniers par la même preuve de 9.

Elle se fait ainsi : Il faut faire une croix en quelque part, puis tirer la preuve du diviseur 365, il vient 5, qu'il faut écrire au haut de la croix.

Ensuite il faut tirer la preuve du quotient 26 liv. 3 sols 2 deniers, en doublant aux livres et triplant aux sols, comme il a été enseigné ci-devant page 14, il viendra aussi 5 que l'on posera au bas de la croix.

Ensuite il faut multiplier les deux preuves l'une par l'autre, savoir 5 par 5, il viendra 25, dont la preuve est 7, auxquels j'ajoute les 5 des 50 deniers restés, il vient 12, dont la preuve est 3, qu'il faut écrire à côté de la croix.

Enfin il faut tirer la preuve du nombre à diviser 9548, il vient 8, que je double à cause qu'il y a livres et sols au quotient, il vient 16, dont la preuve est 7, que je triple à cause qu'il y a aussi deniers au quotient, il vient 21, dont la preuve est 3, comme il est requis.

Et si au nombre à diviser il y avait livres, sols et deniers, il faudrait observer le même ordre de doubler aux livres et tripler aux sols pour en tirer la preuve.

Preuve de la même Division ci-dessus, par Multiplication.

J'ai enseigné ci-devant que la Division se prouve par la Multiplication, et qu'il faut toujours multiplier le quotient par le diviseur pour trouver le nombre à diviser, en ajoutant au produit le reste de la Division, s'il y en a.

La raison est générale pour toutes les Divisions, soit que la Division soit de nombres entiers seulement, ou de livres, sols et deniers.

Tellement que si on veut prouver la Division ci-dessus, où le nombre à diviser est 9548 livres, le diviseur 365 personnes, et le quotient 26 liv. 3 sols 2 deniers avec 50 deniers de reste.

Il faut multiplier 365 diviseur par 26 liv. 3 sols 2 deniers, et ajoutant 50 deniers restans qui valent 4 sols 2 deniers, le produit donnera le nombre à diviser, qui est 9548 livres.

Opération.

	365	à multiplier	
par	26 livres	3 sols	2 deniers.
	2190		
	730		
	36	10 sols.	
	18	5	
	3	0	10 den.
		4	2 reste.
Produit la preuve.	9548 livres	0 sols	0 deniers qui est

Les deux preuves de la Division ci-dessus par 9 et par Multiplication, serviront de modèle pour prouver toutes les autres Divisions où il s'agira de livres, sols et deniers C'est pourquoi dans les opérations suivantes, je ne parlerai point de la preuve.

Il y a encore une autre preuve de la Division, laquelle se fait par la Division même; savoir, en divisant le nombre à diviser par le quotient, il viendra le diviseur.

Il faut observer, si au quotient il y a livres, sols et deniers, comme en l'exemple ci-dessus, de réduire le nombre à diviser et le quotient aussi tout en deniers, puis divisant les deniers de l'un par les deniers de l'autre, il viendra juste le diviseur; et s'il est resté quelque nombre de deniers à diviser dans la

première Division, le même nombre de deniers doit rester dans cette seconde, et c'est la preuve.

Avertissement sur la réduction des livres en sols, et des sols en deniers restans d'une Division.

Il faut remarquer que pour réduire des livres restantes d'une Division en sols, il faut poser un zéro en quelque part, pour le zéro de 20, parce que la livre vaut 20 sols, et multiplier les livres restantes par le 2 du même 20, dont le produit sera mis avant le zéro, lequel produit sera tout prêt pour être divisé par le même diviseur des livres, sans avoir la peine de transporter lesdites livres pour les réduire.

Ensuite si on veut réduire les sols restans d'une Division en deniers, on multipliera chaque caractère des sols restés par 12 deniers tout d'un coup, comme si le nombre 12 n'était qu'un simple caractère, attendu, par exemple, que la Multiplication de 12 par 5 n'est pas plus difficile à faire que de multiplier 7 par 8, ou par quelqu'autre figure, puisqu'il n'y a qu'à regarder la Table de Multiplication, *page* 31, et l'apprendre par cœur, et qu'elle est aussi bien dressée pour 12 multipliés par 5, 6, ou 7, etc. comme pour 9 multipliés par 6, 7, ou 8, etc.

Ce que j'ai observé de toutes les opérations de Divisions suivantes contenues dans mon Arithmétique, à la réserve de la première Division ci-dessus, où j'ai fait les opérations de réductions tout au long, pour servir de modèle à ceux qui ne seraient pas encore assez stylés à cette réduction abrégée.

Il faut encore remarquer qu'après avoir fait la Division des deniers, s'il en reste, il faut les réduire en sols, en les divisant par 12, ou en tirant le douzième qui est la même chose, dont il viendra des sols et deniers, s'il y échet, puis après on réduira ces sols en livres, s'il se peut, et ce reste de deniers

étant ainsi réduit en livres, sols et deniers, ou en sols et deniers seulement, doit être rapporté au produit de la Multiplication qui se fait pour prouver la Division, comme à la Division ci-dessus, il est resté 50 deniers, qui valent 4 sols 2 deniers, que j'ai rapportés pour parfaire la preuve, autrement elle se fût trouvée fausse.

Nota. S'il y a au nombre proposé à diviser, livres, sols et deniers, on divisera premièrement les livres, puis réduisant les livres restantes en sols, s'il y en a, on joindra aux sols de cette réduction les sols de la somme à diviser, puis on fera la Division.

De même, s'il reste des sols à la Division des sols, on les réduira en deniers, auxquels on ajoutera les deniers de la somme à diviser, puis on fera la Division: ce que l'on observera en toutes Divisions où le nombre à diviser sera composé de livres, sols et deniers.

Réduction par Division.

La réduction par Division sert pour réduire les petites espèces en grandes.

Réduction de deniers en sols.

Pour réduire les deniers en sols, il faut diviser le nombre des deniers par 12, et le quotient donnera des sols, et le reste sera des deniers.

Exemple.

On demande combien 9567 deniers valent de sols.

Opération.

```
 1183
 9567
——————— (797 sols, et reste 3 deniers.
 1222
  11
```

Réduction de sols en livres.

Pour réduire des sols en livres, il faut diviser le nombre des sols par 20, et le quotient donnera des livres.

Ou autrement, pour le plus court, il faut séparer la dernière figure des sols à main droite, et prendre la moitié des autres, et cette moitié donnera des livres, et le reste ce seront autant de sols.

Exemple.

On demande combien 797 sols valent de livres?

Opération.

797 sols.

39 livres 17 sols.

Plusieurs autres réductions.

Pour réduire des pouces en pieds, il faut diviser le nombre des pouces par 12, et le quotient donnera des pieds, et s'il en reste, ce seront des pouces.

Pour réduire des pieds en toises, il faut diviser le nombre des pieds par 6, et le quotient donnera des toises.

Pour réduire des onces en ℔ de poids de 16 onces, il faut diviser les onces par 16, et le quotient donnera des ℔; et si ce sont des onces à réduire en ℔ de 15 onces, on divisera les onces par 15, et le quotient donnera des ℔.

Pour réduire des gros en onces, il faut diviser les gros par 8; et des onces en marcs, il faut diviser les onces par 8.

Réduction des pieds et perches.

La réduction des pieds en perches se fait diversement, savoir :

Si c'est en perches de 18 pieds, il faut diviser par 18.
Si c'est en perches de 20 pieds, il faut diviser par 20.
Si c'est en perches de 22 pieds, il faut diviser par 22.
Si c'est en perches de 24 pieds, il faut diviser par 24.
Si c'est de 25, par 25.
ou par quelqu'autre nombre que ce soit de pieds, desquels la perche se divise.

Plusieurs Questions sur la Division, desquelles les cinq premières serviront de preuve aux Multiplications ci-devant, pages 110, 111, 115, 124 *et* 125.

Première Question.

QUELQU'UN a acheté 35 aunes d'étoffes qui lui ont coûté 832 livres 11 sols 3 deniers, on demande combien vaut l'aune; il faut diviser 832 livres 11 sols 3 deniers par 35.

Opération.

		2			
127		206			
832		331		315	
———	(23 livres	———	(15 sols	———	(9 den.
355		355		35	
3		3			

Ayant fait la Division, il est venu 23 liv. 15 sols 9 deniers pour la valeur de l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant page 111, dont cette Division est la preuve.

Seconde Question.

24 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 157 livres 5 sols 6 deniers $\frac{4}{6}$, on demande combien vaut l'aune.

Divisez 157 liv. 5 sols 6 den. $\frac{4}{6}$ par 24 aunes $\frac{5}{6}$, et le quotient de la Division sera 6 liv. 6 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Pour faire cette Règle, réduisez 157 liv. 5 s. 6 d. $\frac{4}{6}$, en sixièmes de deniers; il viendra 226480 sixièmes.

Réduisez aussi 24 aunes $\frac{5}{6}$ en sixièmes, il viendra 149 sixièmes; puis divisant 226480 par 149, il viendra au quotient 1520 deniers, qui par réduction valent 6 livres 6 sols 8 deniers pour la valeur de

l'aune, comme il a été proposé dans la Multiplication ci-devant, page 114, dont la question ci-dessus est la preuve.

Troisième Question.

53 aunes $\frac{5}{6}$ ont coûté 471 liv. o sols 10 deniers, on demande combien vaut l'aune

Réduisez comme ci-dessus, 471 liv. o sols 10 den. en sixièmes de deniers, il viendra 678300 pour nombre à diviser.

Réduisez aussi 53 $\frac{5}{6}$ en sixièmes, il viendra 323 pour diviseur; puis divisant 678300, par 323, il viendra 2100 deniers, qui valent 8 livres 15 sols pour la valeur de l'aune, et c'est la preuve de la Multiplication ci-devant, page 115 : et ainsi des autres.

Quatrième Question.

Un Particulier achète 25 muids de vin, qui lui ont coûté pour toute dépense 1468 livres 15 sols; on demande la valeur de chaque muid en particulier.

Divisez 1468 liv. 15 sols par 25, comme il a été enseigné, il viendra 58 livres 15 sols pour la valeur du muid.

Opération.

```
21              12
1468            375
———— (58 liv.  ———— ( 15 sols.
255             255
 2               2
```

℞. 58 livres 15 sols pour la valeur de chaque muid, comme il a été proposé dans la première question de Multiplication ci-devant, page 124, dont c'est ici la preuve,

Cinquième Question.

Quelqu'un a acheté un muid de vin pour sa provision, qui lui coûte 74 livres 13 sols 4 deniers;

on demande à combien lui revient la pinte, à raison de 280 pintes au muid.

Pour faire cette Règle, réduisez 74 livres en sols, et ajoutez les 13 sols, il viendra 1493 sols, que vous diviserez par 280 ; et faisant la Division comme il a été enseigné, il viendra au quotient des Divisions 5 sols 4 den. pour la valeur de la pinte, et c'est la preuve de la troisième question sur la Multiplication, page 125.

Opération.

74 liv. 13 sols 4 den.

$$\frac{20}{1493 \text{ sols}} \quad \frac{1493}{280}\ (5 \text{ sols} \quad \frac{1120}{280}\ (4 \text{ den.}$$

Ayant fait la Divisiou, il est venu 5 sols 4 den. pour la valeur de la pinte de vin.

Sixième Question.

Quelqu'un a fait venir 56 cordes de bois, qui lui ont coûté 537 liv. 12 sols pour toute dépense; on demande à combien lui revient la corde.

Divisez 537 livres 12 sols par 56, selon l'ordre de la Division, et le quotient donnera 9 livres 12 sols pour la valeur de chaque corde.

Opération.

$$\frac{\overset{3}{537}}{56}\ (9 \text{ livres} \quad \frac{\overset{11}{672}}{\underset{5}{566}}\ (12 \text{ sols.}$$

℞. 9 liv. 12 sols pour la valeur de chaque corde, comme il a été proposé page 125.

Septième Question,

ou *Règle de dépense par Division, pour savoir à tant par an, combien c'est par jour.*

Quelqu'un paye 876 livres de pension par an, on demande combien c'est par jour.

Divisez

Divisez 876 liv. par 365 jours, valeur de l'année, et le quotient de la Division donnera 2 livres 8 sols pour la dépense de chaque jour, comme il a été proposé à la Multiplication ci-devant, *page* 127.

Opération.

```
 14
 876                    2920
 ——— ( 2 liv.           ——— ( 8 sols.
 365                    365
```

℟. 2 liv. 8 sols pour la dépense de chaque jour.

C'est comme qui dirait : quelqu'un tient une maison à louage, de laquelle il paye 876 livres par an ; on demande combien c'est par jour. ℟. 2 liv. 8 sols.

Remarque. Et si quelqu'un avait dépensé 225 liv. en un voyage de 60 jours, savoir combien il aurait dépensé chaque jour.

Divisez 225 par 60, et le quotient de la Division donnera 3 livres 15 sols par chaque jour.

Huitième Question, ou *Constitution de Rente.*

Quoique plusieurs confondent le mot constitution de rente avec celui d'intérêt, disant que constituer de l'argent en rente, c'est la même chose que de donner de l'argent à intérêt, néanmoins il y a bien de la différence pour l'opération, et même pour la pratique ; car, quand on dit donner de l'argent en rente, au denier 16, c'est que de 16 livres que l'on donne à rente, on en tire une livre de profit au bout d'un an, de 18 liv. on en tire une livre, de 20 liv. une livre, etc. laquelle constitution se fait à un denier plus haut ou plus bas, selon les lieux ; comme à Paris, les constitutions les plus avantageuses pour les constituans se font au denier 18, qui est le denier de l'Ordonnance, d'autres au denier 20, qui rapportent moins de profit, dont la raison est toute évidente, puisque si de 18 livres on en retire une livre

de profit au bout d'un an, et que de 20 livres on n'en retire aussi qu'une livre, on tire autant de profit de 18 livres que de 20 livres; partant si quelqu'un donne son argent au denier 20, il perd l'intérêt de deux livres.

Quant à l'autre manière de tirer l'intérêt d'une somme, c'est qu'en quelques pays, comme en Provence et autres endroits, on tire l'intérêt à raison de tant pour 100 par an, ce que j'expliquerai lorsque je traiterai de la Règle d'intérêt.

Question sur la constitution de Rente.

Quelqu'un veut mettre 1200 livres en rente au denier 18, on demande combien il recevra d'intérêt par an.

Divisez 1200 livres par 18, et le quotient de la Division donnera 66 liv. 13 sols 4 den. pour l'intérêt d'un an, comme il se voit par l'opération.

1 122 1200 (66 liv. 188 1	66 240 (13 s. 188 1	72 (4 d. 18

Pour preuve, voyez le rachat de rente ci-devant, *page* 127.

Et s'il était question de trouver l'intérêt de 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$, à la raison ci-dessus de 66 liv. 13 s. 4 d. par an.

Multipliez 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ par 66 liv. 13 s. 4 d. le produit donnera l'intérêt que l'on demande, comme il se voit par l'opération suivante.

Opération.

3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$ à multiplier
par 66 liv. 13 s. 4 den.

200 liv.	0 s.	0 den.	pour 3 ans tout d'un coup.
33	6	8	pour 6 mois.
16	13	4	pour 3 mois.
2	15	6 $\frac{2}{3}$	pour $\frac{1}{2}$ mois.

Pr. 252 liv. 15 s. 6 d. $\frac{2}{3}$ pour l'intérêt des 3 ans 9 mois $\frac{1}{2}$.

Comme j'ai divisé ci-devant par 18, parce que la constitution de rente se faisait au denier 18; ainsi lorsque la constitution se fera au den. 14, au den. 16, au den 20, etc. on divisera la somme proposée à mettre à rente par 14, ou par 16, ou par 20, ou par tel autre denier auquel se fera la constitution.

Neuvième Question.

Un Maître Chapelier a fait mélange de plusieurs différentes étoffes, pesant en tout 98 onces, qui lui coûtent 158 liv.; on demande à combien lui revient l'once de ce mélange, afin de savoir à combien lui revient chaque chapeau, selon la quantité d'onces qu'il voudra y mettre.

Divisez 158 livres par 98 onces, il viendra au quotient de la Division 32 sols 2 deniers $\frac{46}{49}$ pour la valeur de l'once.

Dixième Question.

Un Maître Menuisier va à un chantier pour acheter un cent de planches, et compose avec le Marchand à 36 livres le cent, à condition de prendre les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long, et l'autre tiers à 8 pieds; on demande à combien reviendra le pied.

Pour résoudre cette question, il faut concevoir que les $\frac{2}{3}$ de 100 font 66 $\frac{2}{3}$ ou $\frac{4}{6}$, qu'il faut multiplier par 6 pieds, et il viendra 400 pieds pour les $\frac{2}{3}$ du 100 de planches à 6 pieds de long.

Ensuite on sait que le $\frac{1}{3}$ de 100 est 33 $\frac{1}{3}$, qu'il faut multiplier par 8 pieds, et il viendra 266 pieds et $\frac{2}{3}$ de pied, tellement qu'ajoutant ces deux sommes de pieds, on verra que les 100 planches contiennent 666 pieds $\frac{2}{3}$; maintenant pour savoir combien vaut le pied, il faut diviser 36 livres par 666 $\frac{2}{3}$.

Mais d'autant que 36 livres ne se peuvent pas diviser par 666 $\frac{2}{3}$, il faut réduire 666 $\frac{2}{3}$ en tiers, il viendra 2000 tiers. Il faut aussi réduire 36 liv. en tiers, il viendra 108, c'est-à-dire, 108 tiers de liv. à diviser par 2000; et d'autant que 108 tiers ne se peuvent diviser par 2000 tiers, qui est autant que de dire 108 livres à diviser par 2000 livres, on en fera la réduction, et la division ensuite, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

666 $\frac{2}{3}$ pieds à réduire en tiers; 36 à réduire en tiers.

———	par	3
2000 diviseur.		———
		108 liv. à réduire
2160	par	20 en sols.
——— (1 sol		———
2000		2160 sols à diviser.

Reste 160 sols à réduire en deniers, qui valent 1920 den. qui ne se peuvent diviser par 2000.

Ayant fait la division ci-dessus, il est venu un sol au quotient, et reste $\frac{1920}{2000}$ pour la valeur d'un pied, au lieu de laquelle fraction, comme elle approche fort de l'entier, on comptera 1 sol 1 den. pour la valeur de chaque pied; et partant les planches de 6 pieds vaudront 6 sols 6 deniers pièce, et celles de 8 pieds vaudront 8 sols 8 deniers.

Pour preuve, si on multiplie les 66 planches $\frac{2}{3}$ par 6 sols 6 den., et les 33 planches $\frac{1}{3}$ par 8 sols 8 den., et que l'on ajoute les deux produits, il viendra 56 liv. 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$, lesquels 2 sols 2 den. $\frac{2}{3}$ sont à déduire sur le tout, ce qui n'est pas considérable.

Onzième Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas pesant 14 ₶, tenant 52 aunes $\frac{1}{2}$, et qui lui coûte 17 livres 15 sols la ₶; on demande à combien lui revient l'aune.

Pour résoudre cette question et les autres semblables, il faut premièrement trouver la valeur de 14 ₶, en les multipliant par 17 liv. 15 sols, valeur de la ₶; il viendra au produit 248 livres 10 sols pour la valeur totale, que l'on divisera par les 52 aunes $\frac{1}{2}$, et le quotient de la Division donnera 4 liv. 14 sols 8 den. pour la valeur de l'aune.

Mais avant que de faire la Division, il faut réduire les 248 livres 10 sols en demi-livres; il viendra 497 à diviser par 52 $\frac{1}{2}$ réduites aussi en demi; il viendra 105 pour diviseur, comme il se voit par l'opération entière de la Règle.

	14 ₶ à multiplier	52 $\frac{1}{2}$
par	17 liv. 15 sols.	105
	98 liv.	
	14	
	7	
	3 10 sols.	
Prod.	248 liv. 10 sols à réduire en demi.	
par	2	
Produit	497 l. à diviser par 105.	

7
497 / 105 (4 l.   7 49 1540 / 1055 10 (14 s.   840 / 105 (8 den.

L'opération entière de la Règle étant achevée, il

est venu 4 liv. 14 sols 8 d. pour la valeur de l'aune ; ainsi des autres.

Bordereau de payement par Division.

Ce Bordereau sert pour trouver combien il faut donner de pièces, de quelques espèces que ce soit, pour faire tel payement que l'on voudra.

Par exemple, si on veut savoir combien il faut donner de pièces de 7 livres pour payer 956 livres ;

Divisez 956 par 7, il viendra 136 au quotient, c'est-à-dire, 136 pièces de 7 livres pour faire ledit payement ; il reste 4 livres, qu'il faudra pour le supplément qu'il faut payer outre les 136 pièces de 7 livres, comme il se voit par l'opération suivante.

*244
656
——— (136 pièces à multiplier par
777 7 liv. pour la preuve.

952
4 reste de la Division.

Produit 956 liv.

Pour preuve, il faut toujours multiplier le nombre des pièces par la valeur de la pièce, et ajouter le reste de la Division, s'il y en a, pour le supplément, et le produit donnera la somme proposée à payer, comme il se voit ci-dessus.

Pour diviser plus brièvement, en tirant le septième de 956 liv., il fût venu 136 pièces, et 4 liv. de reste, comme par la Division ci-dessus.

Question sur le même Bordereau.

On demande combien il faut donner d'écus d'or de 5 liv. 14 sols pièce, pour payer 2500 liv.

Réduisez 2500 livres en sols, il viendra 50000 sols.

Réduisez aussi 5 livres 14 sols en sols, il viendra 114 sols.

Puis divisez les 50000 sols par 114, le quotient de la Division donnera 438 pièces pour faire le payement requis, en ajoutant 68 sols restant de la Division, comme il se verra ci-dessous par la preuve.

Opération.

```
                      96
  2500 livres        4488
    20 sols         50000
  ---------------------------  (438 pièces et 68 sols
  50000             11444        pour le supplément.
                     111
                      1
```

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant : à 5 livres 14 sols la pièce, on demande combien valent 438 écus d'or.

Multipliez 438 par 5 liv. 14 sols, il viendra trois produits, auxquels ajoutant les 68 sols de supplément, la somme sera 2500 livres, comme veut la question ci-dessus.

```
          438 écus d'or à multiplier
par         5 liv. 14 sols.
       ----------------------------
        2190
         219
          87     12
           3      8
       ----------------------------
```

Produit 2500 liv. qui est la somme proposée et la preuve.

Autre Question sur le même Bordereau.

On veut payer 500 liv. en pièces de 19 sols 6 d., on demande combien il en faut.

Réduisez 500 livres en deniers, il viendra 120000 deniers.

Réduisez aussi 19 sols 6 deniers, il viendra 234 deniers.

Puis divisant 120000 deniers par 234 deniers, le quotient de la Division donnera 512 pièces; il restera 192 deniers à diviser, qui valent 16 sols, qu'il faut fournir de plus pour le supplément.

Pour l'opération de la Division, je la laisse à faire, me contentant d'en donner la réponse.

Pour preuve, si vous multipliez les 512 pièces par 19 sols 6 deniers, selon l'ordre de la Multiplication, et que vous ajoutiez les 16 sols de supplément, vous trouverez justement les 500 livres, comme il a été proposé.

Autre Question sur le même Bordereau.

C'est la même chose que si on disait : Quelqu'un veut employer 500 livres en marchandise, et on la veut vendre 19 sols 6 deniers l'aune ; on demande combien il aura d'aunes pour 500 livres. ℟. 512 aunes ; il restera 192 deniers qui sont de plus, qui valent 16 sols.

Pour l'opération, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le Bordereau de payement.

Autre Question, ou *Echange d'une Espèce à une autre.*

Quelqu'un a 540 écus d'or de 5 liv. 14 s. pièce ; on demande, s'il les voulait convertir en louis d'or de 11 livres, combien il aurait de louis d'or.

Pour le savoir, il faut voir combien les 540 écus d'or, à 5 livres 14 sols la pièce, valent de livres; ce qui se fait en multipliant les 540 écus d'or par 5 l. 14 sols, selon l'ordre de la Multiplication, et il viendra 3078 liv.

Cela fait, divisez les 3078 livres par 11 livres, valeur du louis d'or, il viendra 279 louis d'or, et il restera 9 liv. par-dessus le tout.

Tellement que l'on aura 279 louis d'or et 9 liv. de plus pour les 540 écus d'or.

Faites l'opération, et vous trouverez même réponse.

Abréviation pour la Division par les parties aliquotes, qui en sens contraire peuvent aussi servir pour la Multiplication, comme il a été enseigné page 122.

Quand on divisera par un nombre qui sera composé de deux parties aliquotes, la Division se fera en divisant premièrement le nombre à diviser par une des parties aliquotes, puis on divisera le quotient par l'autre partie, et ce dernier quotient sera le quotient de la Division.

Quand je dis, diviser par les parties aliquotes, j'entends que si on divise par 3, on prenne la troisième partie du nombre à diviser, par 4 la quatrième partie, etc.

Comme si l'on veut diviser un nombre par 24, il faut considérer les parties aliquotes dont le diviseur 24 est composé, savoir, de 6 multiplié par 4. Par exemple, si on veut diviser 7596 livres par 24, on tirera le sixième de 7596 livres, il viendra 1266 liv. au quotient; et de 1266 livres, si on en tire le quart, il viendra 316 liv. 10 sols pour la part de chacun; observant de barrer les figures du premier quotient, comme il se voit par l'opération suivante.

7596 livres à diviser par 24.

$\frac{1}{6}$ 1266 livres premier quotient.

$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{6}$ 316 livres 10 sols pour la vingt-quatrième partie de 7596 livres.

Et afin de faciliter la connaissance des nombres qui sont propres pour l'abréviation, tant de la Multiplication, comme je l'ai expliqué ci-devant, que de la Division, je donnerai la Table suivante.

D'où il suit que si on veut diviser par une seule figure, comme par 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, on tirera du nombre à diviser, savoir :

TABLE.

Pour	2	La moitié.
	3	Le tiers.
	4	Le quart.
	5	Le cinquième.
	6	Le sixième.
	7	Le septième.
	8	Le huitième.
	9	Le neuvième.

Et si on veut diviser par un nombre qui soit composé de parties aliquotes, on observera l'ordre de la Table ci-après.

Table à diviser

Par	12	il faut tirer du nombre à diviser	Le tiers du quart.
	14		Le septième de la moitié.
	15		Le tiers du cinquième.
	16		Le quart du quart.
	18		Le tiers du sixième.
	20		La moitié du dixième.
	21		Le septième du tiers.
	24		Le quart du sixième.

Par … il faut tirer du nombre à diviser

25	Le cinquième du cinquième.
27	Le neuvième du tiers.
28	Le septième du quart.
30	Le tiers du dixième.
32	Le quart du huitième.
35	Le septième du cinquième.
36	Le sixième du sixième.
40	Le quart du dixième.
42	Le septième du sixième.
45	Le neuvième du cinquième.
48	Le sixième du huitième.
49	Le septième du septième.
50	Le cinquième du dixième.
54	Le neuvième du sixième.
56	Le septième du huitième.
60	Le sixième du dixième.
63	Le septième du neuvième.
64	Le huitième du huitième.
70	Le septième du dixième.
72	Le neuvième du huitième.
80	Le huitième du dixième.
81	Le neuvième du neuvième.
90	Le neuvième du dixième.
100	Le dixième du dixième.

On fera le contraire pour la Multiplication, comme il se verra dans l'exemple de Division ci-après, dont l'opération se fera par abréviation ; ensuite de quoi je ferai la preuve par la Multiplication, et par abréviation aussi.

Question sur la Division.

42 aunes de drap de Hollande ont coûté 755 liv. 2 sols 6 den., on demande à combien revient l'aune.

Il faut diviser 755 liv. 2 sols 6 den. par 42.

Pour faire cette Régle, on voit dans la Table ci-devant que 42 sont faits de 7 multipliés par 6 :

tellement que si on tire la sixième partie de 755 liv. 2 s. 6 den., on trouvera 125 liv. 17 sols 1 den.; et si de 125 liv. 17 s. 1 den. on en tire le septième, il viendra 17 liv. 19 s. 7 den. pour la valeur de l'aune, barrant les figures du premier quotient.

Il faut remarquer, avant que de faire l'opération, que quand on tire le sixième de 755 liv. 2 sols 6 d., qu'il faut réduire les livres restantes en sols, pour les joindre aux 2 sols, ce qui se fait en comptant autant de livres restantes pour deux dixaines, puis tirer le sixième des sols, et s'il reste des sols, les convertir en deniers, pour les joindre aux deniers, s'il y en a, puis en tirer le sixième, ainsi des autres; comme il se voit dans l'opération suivante, où tirant le sixième de 755 liv. 2 sols 6 deniers, il viendra 125 liv., et restera 5 liv. qui valent 10 dixaines, avec les 2 sols font 102 sols, dont on tirera le sixième, pour avoir 17 sols; puis tirant le sixième de 6 den., il viendra 1 den.; et le tout fera 125 liv. 17 sols 1 den. pour le premier quotient, dont on tirera le septième, en même raison que ci-devant, et le véritable quotient sera 17 liv. 19 sols 7 den. pour la valeur requise de l'aune.

On observera le même ordre pour les autres nombres où il sera question d'abrévier.

Opération.

	755 liv. 2 sols 6 den. à diviser par 42.
$\frac{1}{6}$	~~125~~ liv. ~~17~~ sols ~~1~~ den.
$\frac{1}{7}$ de $\frac{1}{6}$	17 liv. 19 sols 7 den. valeur de l'aune.

Preuve de la Division précédente par la Multiplication.

Pour preuve que l'aune de drap de Hollande vaut 17 liv. 19 sols 7 den. comme ci-dessus, il faut faire la question qui suit.

L'aune de drap de Hollande vaut 17 liv. 19 s. 7 d. on demande la valeur de 42 aunes au même prix.

Comme j'ai divisé ci-devant 755 l. 2 sols 6 den. par 6 pour avoir 125 l. 17 sols 1 den., et aussi 125 l. 17 sols 1 den. par 7 pour avoir 17 l. 19 sols 7 den.; si au contraire je multiplie 17 l. 19 sols 7 den. par 7, il viendra 125 liv. 17 s. 1 den., et si je multiplie 125 l. 17 s. 1 den. par 6, il viendra au produit les mêmes 755 l. 2 s. 6 d. comme il a été proposé dans la Division ci-dessus, dont c'est ici la preuve.

Opération.

42 aunes
à 17 liv. 19 sols 7 den. l'aune.

125 liv. 17 sols 1 den.
Produit 755 liv. 2 sols 6 deniers pour la valeur de 42 aunes.

RÈGLE DE TROIS.

ou de Proportion.

Avertissement sur la Règle de Trois.

Comme les quatre préceptes d'Addition, de Soustraction, Multiplication et Division, tant en entiers qu'en fractions, sont des instrumens dont il faut se servir pour opérer dans la Règle de Trois, ainsi les Règles de Trois doivent servir pour résoudre quantité de Règles, savoir :

Les Règles d'intérêt, de change, comme aussi de gain ou perte pour 100; les Règles d'escompte, les Règles de Compagnie, etc. comme il se verra ci-après chacun en son lieu : c'est pourquoi il est nécessaire de bien entendre toutes les Règles de Trois tant en entiers qu'en fractions, pour s'en servir selon

la diversité des proportions; car tantôt il faut se servir de la Règle de Trois simple directe en nombre entiers.

Tantôt de la même Règle de Trois simple en fractions.

Tantôt de la Règle de Trois double ou composée de cinq termes en nombres entiers.

Tantôt de la même Règle double en entiers et fractions, ou en fractions seulement.

Tantôt de la Règle de Trois inverse en entiers.

Tantôt de la même Règle inverse en fractions.

On se sert aussi de la Règle conjointe, ou de composition de raisons, laquelle se verra en son lieu.

Définition de la Règle de Trois.

La Règle de Trois est appelée ainsi, parce qu'au moyen de trois nombres proposés que nous connaissons, nous en trouvons un quatrième inconnu que nous cherchons.

Cette Règle est aussi appelée Règle de Proportion, d'autant qu'il y a même raison du quatrième nombre au troisième, que du deuxième au premier; c'est-à-dire, que si le premier est double du second, le troisième sera aussi double du quatrième; si triple, triple; si quadruple, quadruple, etc. De même si le premier n'est que la moitié, ou le tiers, ou le quart, etc. du second, le troisième ne sera que la moitié, ou le tiers, ou le quart, etc. du quatrième. (Remarquez que c'est par ce raisonnement que l'on abrége les Règles de Trois.)

Pour la disposition de cette Règle, il faut placer les trois nombres proposés, de telle manière que le premier et troisième soient de même nom, c'est-à-dire, que s'il y a des aunes au premier terme, il faut qu'il y ait des aunes au troisième; et réciproquement, s'il y a des livres au deuxième terme,

il doit venir des livres au quatrième que l'on cherche ; comme si on disait :

Si 24 aunes d'étoffe coûtent 36 livres, on demande combien coûteront 48 au même prix.

Les termes étant disposés comme ci-dessous, il faut multiplier le troisième terme par le deuxième, savoir 48 par 36, ou au contraire le deuxième par le troisième, qui est la même chose, et divisant le produit de la Multiplication, qui sera 1728, par le premier terme qui est 24, le quotient de la Division donnera 72 livres pour le quatrième terme proportionnel inconnu que l'on cherche, qui est la valeur de 48 aunes ; ainsi des autres.

Opération.

Si 24 aunes 36 liv. combien 48 aunes ? ℞. 72 liv.

```
                          36
   4                    ------
  1728                   288
 ------ ( 72 liv.        144
  244                   ------
   2                     1728
```

Question sur la Règle de Trois, avec l'explication de la preuve ensuite.

On a acheté 45 aunes d'étoffe qui ont coûté 135 liv., on demande combien on aura d'aunes pour 225 liv à la même raison.

Vous voyez, selon cette disposition, que le premier nombre et le troisième ne sont pas de même nom ; c'est pourquoi il faut ainsi former la Règle de Trois, disant :

Si pour 135 livres j'ai eu 45 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 225 livres ?

La Règle étant ainsi disposée, multipliez, comme il vient d'être dit, le troisième terme 225 par le deuxième 45, il viendra au produit 10125, qu'il faut diviser par le premier nombre 135, et le quotient

donnera 75, c'est-à-dire 75 aunes que l'on aura pour les 225 liv.

Opération.

Si 135 livres 45 aunes, combien 225 livres? ℟. 75 aunes.

67		45
10125		1125
———	(75 aunes.	900
1355		——
13		10125

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Règle, et généralement de toutes les autres, on fera une seconde Règle de Trois contraire à la précédente, en feignant d'ignorer combien on aura d'aunes de drap pour 135 livres, disant :

Si pour 225 livres j'ai eu 75 aunes de drap, combien aurai-je d'aunes pour 135 livres?

Ayant disposé la Règle de Trois comme ci-dessus, multipliez le troisième terme par le deuxième, savoir 135 par 75, comme il a été enseigné, il viendra 10125 au produit qu'il faut diviser par 225 premier terme, et le quotient donnera 45 aunes pour 135 l. comme il a été proposé.

Opération.

Si 225 livres 75 aunes, combien 135 liv.? ℟. 45 aunes.

1		75
10125		675
———	(45 aunes	945
2255		——
22		10125

La même Règle de Trois se peut encore prouver ainsi, disant :

Si 45 aunes coûtent 135 l. combien 75? ℟. 225 liv.

Elle se peut encore prouver ainsi :

Si 75 aunes coûtent 225 liv. combien 45 aunes? ℞. 135 liv. comme ci-devant.

Il est certain, par cette démonstration, qu'une Règle de Trois se prouve en autant de façons qu'elle a de termes.

Avertissement sur la preuve de la Règle de Trois.

Comme dans la Règle de Trois il arrive assez souvent que faisant la Division du produit par le premier terme, il reste quelques livres ou autres espèces à diviser, dont il faut faire la réduction en moindres espèces, pour en faire encore la Division, après avoir multiplié le troisième terme par le deuxième, ou au contraire; je trouve à propos, avant que de passer à la Division qu'il convient de faire ensuite, de prouver cette Multiplication, ce qui se fait en divisant le produit d'icelle par l'un des deux nombres, et viendra l'autre; c'est-à-dire, que si on divise le produit par le troisième terme de la Règle de Trois, le quotient donnera le deuxième, ou si on divise par le deuxième, le quotient donnera le troisième, et c'est la preuve.

La raison pourquoi il est à propos de prouver la Multiplication, c'est que si elle était fausse, et que l'on divisât le produit d'icelle par le premier terme selon le précepte de la Règle de Trois, la Division et toutes les autres opérations que l'on ferait, seraient fausses; au lieu que la Multiplication étant prouvée, si on fait la Division ensuite pour trouver le quatrième terme de la Règle de Trois, on est seulement obligé de prouver la Division tout simplement, en multipliant le quotient d'icelle de telle espèce qu'il est par le diviseur, pour trouver le produit ou le nombre qui a été divisé, en ajoutant le reste de la Division, s'il y en a, comme il se verra dans la Règle de Trois suivante, dont je ferai l'opération toute entière avec la preuve au pied.

Autre Question sur la Règle de Trois, avec la Preuve.

77 aunes de marchandise ont coûté 356 liv. on demande combien coûteront 98 aunes au même prix.

Opération.

Si 77 aunes 356 liv. 98 aunes?
98
———
2848
3204
———
34888 Produit.

Preuve de la multiplication.
8
84
34888
——— (356
9888
99

2
037
34888
——— (453 liv.
7777
77

63
140
——— (1 sol.
77

63
756
——— (9 den.
77

Ayant fait la Division ci-dessus, il est venu 453 livres 1 sol 9 deniers pour la valeur des 98 aunes, et reste 63 deniers par-dessus le tout, que l'on rapportera à la preuve.

Preuve de la Règle de Trois ci-dessus.

D'autant que la Multiplication ci-devant a été prouvée, il n'y a qu'à prouver la Division du produit qui est 34888 par le premier terme qui est 77, savoir, en multipliant le quotient 453 liv. 1 sol 9 deniers par le diviseur 77; il viendra au produit de la Multiplication le nombre à diviser, qui est 34888 liv. en ajoutant les 63 deniers restés de la Division des deniers.

Opération de la Preuve.

Diviseur	77 à multiplier par			
Le quotient	453 liv.	1 sol	9 den.	
	3171			
	3171			
	3 liv.	17 sols		
	1	18	6 den.	
		19	3 den.	
		5	3 den.	reste de la Division.
Produit	34888 liv.	0 sols	0 den.	

Ayant fait la Multiplication, son produit est venu égal au nombre à diviser, et c'est la preuve.

On pourrait prouver la même Règle d'une autre façon, savoir par une autre Règle de Trois, comme il a été enseigné, disant :

Si 98 aunes coûtent 453 livres 1 sol 9 deniers, combien coûteront 77 aunes ?

La Règle étant ainsi disposée, si on multiplie 77 troisième terme, par 453 liv. 1 sol 9 den. deuxième terme, et que l'on ajoute le reste de la Division des deniers, qui est 63 den., il viendra au produit 34888 que l'on divisera par 98 pour avoir 356 liv. pour la valeur des 77 aunes, comme veut la question, et c'est la preuve.

Ces deux manières sont générales pour la preuve des Règles de Trois simples, directes ou inverses.

Abréviation pour la Règle de Trois.

J'ai dit ci-devant que le premier nombre d'une Règle de Trois est pareille partie du deuxième que le troisième l'est du quatrième ; ainsi il se trouvera

plusieurs Règles de Trois où l'on pourra abrévier l'opération, comme dans cet exemple.

Si 7 aunes de drap coûtent 63 liv. combien coûteront 49 aunes ? Je considère que l'on peut prendre pareille partie du premier nombre 7, que du deuxième 63 ; car si du premier nombre 7 j'en prends la septième partie, il viendra 1 ; si je prends la septième partie du second terme qui est 63, il viendra 9 ; par cette manière la Règle de Trois sera réduite à plus petits nombres, comme il se voit.

Opération.

Si 7 aunes coûtent 63 liv. combien 49 aunes ?

Ou par abréviation.

Si 1 aune coûte 9 livres, combien 49 aunes ?

℞. 441 livres.

On voit que le premier terme qui est 1, ne divise point, par conséquent il n'y a qu'à multiplier les deux derniers nombres, savoir 9 par 49, il viendra 441 pour la valeur requise des 49 aunes, comme veut la question.

Autre Question.

16 aunes de toile ont coûté 12 livres, combien coûteront 20 aunes ?

Vous voyez en cet exemple que le premier terme ne se peut abrévier jusqu'à l'unité ; cela n'empêche pas d'abrévier le premier et le second, en prenant le quart de 16, et le quart aussi de 12, puis dire :

Si 4 aunes coûtent 3 livres, combien 20 aunes ?

℞. 15 livres.

Ou bien d'abrévier le premier et le troisième, prenant le quart de 16 et le quart de 20, il viendra 4 et 5, puis dire :

Si 4 coûtent 12, combien 5 ? et faisant la Règle par l'une et l'autre méthode, il viendra le même quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit ci-dessous.

Si 16 aunes coûtent 12 liv.	combien 20 aunes?	℞. 15 l.
Si 4	3	20	℞. 15 l.
Si 4	12	5	℞. 15 l.

Ainsi des autres.

Autre Question.

Quelqu'un a fait un voyage où il a demeuré 24 jours, pendant lequel temps il a dépensé 56 livres, et le même doit retourner aux champs, où il sera obligé de demeurer 36 jours ; on demande combien il doit porter d'argent pour faire sa dépense à proportion de 56 livres qu'il a dépensé en son premier voyage où il a demeuré 24 jours.

Dites par Règle de Trois :

Si en 24 jours on a dépensé 56 livres, combien doit-on dépenser en 36 jours?

Faisant la Règle selon le précepte, on trouvera 84 liv. pour la dépense de 36 jours.

Autre Question.

Un particulier a baillé 32 livres de fil à un Tisserand, dont il lui a rendu 42 aunes de toile; on demande combien le même Tisserand doit rendre d'aunes de toile pour 48 livres de pareil fil que le même Marchand lui a baillées. Pour faire cette Règle, il faut dire par Règle de Trois, comme ci-devant :

Si 32 livres de fil ont rendu 42 aunes de toile, combien rendront d'aunes 48 livres de pareil fil? et faisant l'opération de la Règle comme dit est, on trouvera 63 aunes; et c'est la réponse. Ainsi des autres.

Observation sur la Règle de Trois.

1. Quant à la Règle de Trois dont le premier terme est 1, il n'y a qu'à multiplier le troisième par le deuxième, ou le contraire, et le produit de la Multiplication donnera le quatrième terme que l'on cherche.

Comme si on disait : Une douzaine de paires de gants coûte 9 liv. combien coûteront 12 douzaines ? dites :

Si 1 douzaine coûte 9 liv. combien 12 douzaines ? multipliez 12 par 9, et le produit sera 108 liv. pour la valeur requise des 12 douzaines.

2. Quand le deuxième terme est 1, il faut seulement diviser le troisième par le premier, et le quotient de la Division donnera le quatrième.

Par exemple, 6 aunes de ruban coûtent 1 l. combien coûteront 100 aunes au même prix ? dites :

Si 6 aunes coûtent 1 liv. combien 100 aunes ? divisez 100 par 6, il viendra 16 liv. 13 sols 4 den. pour la valeur des 100 aunes.

3. Quand le troisième terme est 1, il faut aussi seulement diviser le deuxième par le premier, et le quotient sera le quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit par la question suivante.

100 aunes de ruban ont coûté 16 liv. 13 sols 4 d. combien vaut l'aune ? divisez 16 l. 13 sols 4 deniers par 100, et le quotient donnera 3 sols 4 den. pour la valeur de l'aune que l'on cherche ; observant, pour faire la Division, de faire les réductions nécessaires, comme les livres en sols, et les sols en deniers.

Quelques Questions sur la Règle de Trois, autrement Règle des Marchands.

Question touchant la Multiplication de la ℔ de poids de 16 onces et de ses parties.

Si 1 ℔ de Cannelle coûte 4 liv. 15 sols, combien 9 ℔ 5 onces 4 gros ?

Il faut multiplier 4 liv. 15 sols par 9 ℔, tout d'un coup il viendra 42 livres 15 sols ; puis de 5 onces

on en prendra 4, qui sont le quart de 16 onces, et par conséquent on prendra le quart de 4 liv. 15 sols, il viendra 1 liv. 5 sols 9 deniers que l'on posera audessous de 42 liv. 15 sols.

Puis pour une once on prendra le quart de la valeur des 4 onces, il viendra 5 sols 11 den. $\frac{1}{4}$.

Enfin pour les 4 gros on prendra la moitié de la valeur d'une once, il viendra 2 sols 11 deniers $\frac{5}{8}$; et ajoutant tous les produits en une somme, il viendra 44 livres 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$, comme il se voit par l'opération.

	9 ℔	5 onces 4 gros.			
à	4 liv. 15 sols la ℔ de 16 onces.				
	42 liv. 15 sols				
	1	5	9 d.		
		5	11	$\frac{1}{4}$	
		2	11	$\frac{5}{8}$	
Produit	44 liv.	7 sols	7 d.	$\frac{7}{8}$	valeur de 9 ℔ 5 onces 4 gros.

Ayant fait la multiplication, il est venu 44 livres 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$ pour le quatrième terme de la Règle de Trois ci-dessus.

Preuve par la Division.

Pour preuve, il faut faire une autre question, disant :

Si 9 ℔ 5 onces 4 gros de Cannelle ont coûté 44 liv. 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$, on demande combien vaut 1 ℔.

Pour l'opération, on voit que le troisième terme est 1; par conséquent il n'y a qu'à diviser le second par le premier, et le quotient donnera 4 liv. 15 sols pour la valeur de la ℔ de Cannelle.

Pour faire cette Règle, réduisez les 44 liv. 7 sols

7 den. $\frac{7}{8}$ en huitièmes parties de deniers, il viendra 85215 huitièmes.

Réduisez aussi 240 deniers, valeur de la livre, en huitièmes, il viendra 1920, que l'on écrira au-dessous, et on aura $\frac{85215}{1920}$ pour nombre à diviser.

Pour avoir le diviseur, il faut réduire les 9 ℔ 5 onces 4 gros en gros, il viendra 1196 gros, sous lesquels on écrira la valeur de la ℔ réduite en 128 gros, et on aura $\frac{1196}{128}$ de gros pour diviseur.

Puis divisant la fraction $\frac{85215}{1920}$ par $\frac{1196}{128}$ selon l'ordre de la division des fractions, il viendra au quotient 4 l. 15 sols pour la valeur de la ℔, et c'est la preuve.

Autre Preuve de la même Multiplication.

Quelqu'un veut employer 44 liv. 7 sols 7 deniers $\frac{7}{8}$ en Cannelle, et la ℔ vaut 4 liv. 15 sols; on demande combien on aura de ℔ et parties pour ladite somme.

Pour faire cette Règle, réduisez 44 liv. 7 s. 7 d. $\frac{7}{8}$ en huitièmes de den. il viendra 85215 huitièmes.

Réduisez aussi les 4 livres 15 sols en huitièmes de deniers, il viendra 1920; puis divisant 85215 par 1920, il viendra aux quotiens des divisions 9 ℔ 5 onces 4 gros, comme il a été proposé; observant, en faisant la première division, de réduire les ℔ restantes en onces, puis les onces en gros, etc. pour en faire les divisions.

Ces deux preuves sont générales pour toutes sortes de Multiplications.

Autre Question touchant la Multiplication de la ℔ de 15 onces pour le poids de la soie.

Si une botte de soie vaut 22 livres 10 sols, on demande combien valent 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Multipliez les 15 bottes par 22 livres 10 sols, comme à l'ordinaire.

Cela fait, prenez pour 5 onces le tiers de 22 liv. 10 sols valeur de la botte; il viendra 7 livres 10 sols.

Ensuite

Ensuite pour l'once restante, prenez le cinquième du produit de 5 onces.

Puis, pour 4 gros, prenez la moitié du produit de l'onée, et pour l'autre gros, prenez le quart du produit des 4 gros; enfin pour $\frac{1}{2}$ gros, prenez la moitié du gros; et ajoutant tous les produits particuliers en une somme, il viendra 347 livres 10 sols 7 den. $\frac{1}{2}$ pour la valeur totale des 15 bottes et parties, comme il se voit par l'opération.

15 ℔ 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$
à multiplier par 22 liv. 10 sols.

	30 liv.			
	307	10 sols.		
Pour 5 onces	7	10		
Pour 1 once	1	10		
Pour 4 gros		15		
Pour 1 gros		5	9	
Pour $\frac{1}{2}$ gros		1	10	$\frac{1}{2}$

347 liv. 10 sols 7 den. $\frac{1}{2}$; ainsi des autres.

Autre Question pour servir de preuve à la Multiplication ci-dessus.

Si 15 ℔ 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$ de soie ont coûté 347 liv. 10 sols 7 den. $\frac{1}{2}$, on demande combien vaut la botte ou la ℔.

Il faut réduire 347 liv. 10 sols 7 deniers en demi-deniers, il viendra * 166815, sous lesquels il faut écrire 480 demi-den., valeur de la livre de 20 sols, et ce seront * $\frac{166815}{480}$ pour nombre à diviser.

Il faut réduire les 15 bottes 6 onces 5 gros $\frac{1}{2}$ en demi-gros, il viendra 3707, sous lesquels il faut écrire 240 demi-gros, valeur de la ℔ réduite en demi-gros, il viendra + $\frac{3707}{240}$ pour diviseur.

Divisant donc le nombre à diviser * par le diviseur ✝ selon l'ordre de la division des fractions, le quotient donnera 22 livres 10 sols pour la valeur de la botte; et c'est la preuve.

Autre Question sur la Multiplication du marc, onces, gros, etc.

Si le marc d'argent coûte 28 livres 10 sols, on demande la valeur de 16 marcs 7 onces 5 gros $\frac{1}{2}$.

Comme cette question ne diffère point de la précédente, parce que les parties du marc, qui sont des onces et des gros, etc. aussi bien que les parties de la ℔ de poids, je n'en donnerai point la construction, renvoyant à l'explication ci-devant, tant pour la Régle que pour la preuve.

Autre Question sur la Multiplication de la toise, pieds pouces, etc.

Si la toise de maçonnerie vaut 7 liv. 15 sols, on demande la valeur de 8 toises 4 pieds 7 pouces.

Multipliez les 7 livres 15 sols par les 8 toises tout d'un coup, il viendra 62 livres.

Cela fait, pour 3 pieds, prenez la moitié de 7 liv. 15 sols, valeur de la toise.

Pour 1 pied, prenez le tiers de la valeur des 3 pieds.

Pour 6 pouces, prenez la moitié de la valeur d'un pied.

Pour un pouce, prenez le sixième du produit de la valeur des 6 pouces; et ajoutant tous les produits particuliers, le produit total sera 67 livres 18 sols 4 deniers $\frac{1}{2}$ pour la valeur des 8 toises 4 pieds 7 p. ci-dessus.

Opération.

8 toises 4 pieds 7 pouces
à multiplier par 7 liv. 15 sols.

Pour 8 toises	62 liv.			
Pour 3 pieds	3	17	6 deniers.	
Pour 1 pied	1	5	10	
Pour 6 pouces	0	12	11	
Pour 1 pouce	0	2	1	$\frac{5}{6}$
Produit	67 liv.	18 sols	4 d.	$\frac{5}{6}$

Preuve de la Multiplication ci-dessus par une autre Question.

Si 8 toises 4 pieds 7 pouces de maçonnerie ont coûté 67 liv. 18 sols 4 den. $\frac{5}{6}$, on demande combien vaut la toise.

Il faut diviser le produit par le nombre à multiplier, et le quotient donnera le multiplicateur.

Pour faire cette Règle, réduisez les 67 liv. 18 s. 4 den. $\frac{5}{6}$ en sixièmes ; réduisez aussi la livre de 20 sols en sixièmes de deniers ; il viendra † $\frac{97805}{144}$ pour nombre à diviser.

Ensuite, pour trouver un diviseur, réduisez les 8 toises 4 pieds 7 pouces en pouces ; réduisez aussi la toise en pouces ; il viendra * $\frac{631}{72}$ pour le diviseur. Cela fait, divisez le grand nombre † par le petit* ; le quotient de la division donnera 7 livres 15 sols pour la valeur de la toise, comme il vient d'être proposé ; et c'est la preuve.

Quelques Questions touchant les Marchandises qui se vendent ou achètent à la pièce, au 100 ou au quintal, au millier, etc.

I. *Question, à tant la ℔, combien le cent ?*

A trois sols 4 deniers la botte de foin, combien cent bottes ? Tirez le sixième de 100 ; il viendra 16 livres 13 sols 4 deniers pour la valeur de 100 bottes.

II. *Question, à tant le 100, combien la botte ?*

A 16 livres 13 sols 4 deniers le 100, de bottes de foin, combien une botte ?

Divisez 16 livres 13 sols 4 den. par 100, il viendra 3 sols 4 den. pour la valeur de chaque botte, et c'est la preuve de la question précédente.

III. *Question, à tant le cent, combien plusieurs ℔ ?*

A 16 livres 16 sols 8 deniers le 100, combien 450 ℔ ?

Dites par Règle de Trois :

Si 100 ℔ valent 16 livres 16 sols 8 deniers, combien 450 ?

Multipliez et divisez selon le précepte de la Règle de Trois, il viendra 75 livres 15 sols pour la réponse à la question.

Autre Question sur le même sujet.

On paye 6 liv. à un Voiturier pour 100 ℔ pesant ; on demande combien il lui faut payer pour la voiture d'une balle de poil de Chameau ou autre Marchandise audit prix, pesant 350 ℔. Dites :

Si 100 ℔ coûtent 6 liv. de voiture, combien 350 ℔ ? Faites la Règle de Trois, et vous trouverez 21 liv. pour la réponse.

IV. *Question, à tant la ℔, combien la charge, qui est* 300 *pesant.*

A 1 sol 8 den. la ℔ pesant, combien 300 ?

Tirez le douzième de 300, il viendra 25 liv. pour la réponse.

Autre Question sur le même sujet.

Une charge de 300 ℔ coûte 21 livres, combien 750 ℔ ?

Dites, par Règle de Trois :

Si pour 300 on paye 21 livres, combien pour 750 ℔ ?

Faites la Règle, il viendra 52 livres 10 sols.

Autre Question, à tant la ℔, combien le millier ?

La livre de pruneaux vaut 1 sol 3 deniers, combien 1000 ℔ ?

Multipliez 1000 par 1 sol 3 den., il viendra 62 l. 10 sols pour la valeur du millier.

Autre Question, à tant le millier, combien la pièce ?

A 62 liv. 10 sols le millier de cotterets, combien la pièce ? Dites : Si 1000 cotterets valent 62 l. 10 s., combien vaut 1 cotteret ? Faites la Règle de Trois, c'est-à-dire, divisez 62 l. 10 s. par 1000, il viendra 1 sol 3 den. pour la valeur de chaque cotteret.

Autres Questions, ou Règles de gain, ou perte, pour 100.

Un Marchand vend à un particulier pour 300 l. de toile de Hollande, au prix coûtant ; on demande combien il faut augmenter pour le profit du Vendeur, à raison de 7 $\frac{1}{2}$ pour 100.

Il faut dire :

Si sur 100 livres, on prend 7 $\frac{1}{2}$ de profit, combien sur 300 livres ?

Faites la Règle de Trois, il viendra 22 liv. 10 s. qu'il faudra ajouter à 300 livres, et la somme sera 322 liv. 10 sols qu'il faudra payer.

Et si on veut savoir tout d'un coup le principal et le produit, dites :

Si 100 viennent à 107 $\frac{1}{2}$, à combien 300 livres ? Faisant la Règle, il viendra 322 livres 10 sols comme ci-dessus.

Autre Exemple, ou Règle d'Escompte.

Un Marchand a vendu à un autre pour 300 livres de marchandise, à payer au bout de 6 mois; savoir combien il faut payer argent comptant, rabattant 6 p. % pour l'escompte. Dites, par Règle de Trois :

Si 100 viennent de 94, d'où viendront 300 ?

℞. 282 livres.

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté des toiles de Hollande à Paris, qui lui reviennent, étant à Lyon, tant pour l'achat, voitures, qu'autres frais, à 5 l. 10 s. l'aune; savoir combien il doit vendre l'aune pour gagner 10 p. %. Dites :

Si 100 livres viennent à 110 livres, à combien viendront 5 livres 10 sols ? Faites l'opération, il viendra 6 livres 1 sol pour la valeur de l'aune rendue à Lyon.

Et si au lieu de la vendre à profit, le Marchand était contraint de la vendre à 10 p. % de perte, savoir à combien reviendrait l'aune; il faut dire :

Si 100 livres sont réduites à 90 livres, à combien seront réduites 5 livres 10 sols ? Faites la Règle de Trois, et vous trouverez 4 liv. 19 sols au quotient pour la valeur de l'aune.

Quelques Questions sur les Règles du payement.

Comme les Marchands ne payent pas toujours comptant les marchandises qu'ils achètent, et que le plus souvent ils emploient diverses conditions quant au payement, j'ai bien voulu proposer quelques exemples de ce qui se pratique assez ordinairement entr'eux.

Premier Exemple.

Un Marchand doit, pour marchandise ou autre chose, la somme de 6587 liv. qu'il s'oblige de payer en quatre payemens, savoir, le quart comptant, le huitième à 3 mois, le tiers à 6 mois, et le reste au bout de l'an; on demande combien il doit payer à chaque terme.

Pour l'opération tirez le quart, le huitième et le tiers de la somme totale, qui est 6587 livres, il viendra 4665 livres 15 sols 10 deniers; puis il faut soustraire 4665 liv. 15 sols 10 den. de 6587 livres, le reste fera 1921 liv. 4 sols 2 den. qu'il faut payer au bout de l'an.

Opération.

	6587		
$\frac{1}{4}$	1646	15 s.	
$\frac{1}{8}$	823	7	6 d.
$\frac{1}{3}$	2195	13	4
Somme	4665 l.	15 s.	10 d.

6587 liv.			
4665		15 s.	10 d.
1921 liv.		4 s.	2 d.

à payer au bout de l'an.

Second Exemple.

Un Marchand a acheté pour 5650 livres de marchandise à payer la moitié à 4 mois, et le reste de 3 mois en 3 mois après par la moitié : or, deux jours après il s'accorde avec le Vendeur de payer toute

la partie en un seul payement; on demande en quel temps les trois payemens se doivent faire.

℞ En 6 mois $\frac{1}{4}$, comme il se voit ci-dessous par l'opération.

	mois.		
$\frac{1}{2}$	4	2	
$\frac{1}{4}$	7	1	$\frac{1}{4}$
$\frac{1}{4}$	10	2	$\frac{1}{2}$
	℞.	6	$\frac{1}{4}$ mois.

Troisième Exemple.

Un Marchand doit 3600 livres pour marchandise, à payer, savoir, 600 livres comptant, 800 livres dans 3 mois, 1200 livres à 8 mois, et le reste au bout de l'an : il s'accorde après de payer la somme toute ensemble; on demande en quel temps ce payement se doit faire. ℞. En 6 mois et $\frac{2}{3}$, comme il se voit par l'opération.

600 liv.	mois.	comptant.
800	3	2400
1200	8	9600
1000	12	12000
3600 diviseur.		24000 à diviser

Puis divisant l'un par l'autre, il viendra 6 $\frac{2}{3}$ de mois, comme dessus.

Avertissement.

Il y a une infinité de questions qui se peuvent proposer sur ce même sujet, qui seraient plutôt curieuses que nécessaires; mais comme mon dessein n'est point de remplir le corps de mon Arithmétique de choses inutiles, je me contenterai de renvoyer le Lecteur à mon Questionnaire, dans lequel il verra quantité de questions appliquées à toutes sortes de sujets, et dans lequel il pourra faire choix de celles qui lui plairont le plus, pour s'exercer dans la science des nombres.

Règle de Trois en Fractions.

Si une Règle de Trois en fractions est proposée, et qu'il se trouve des nombres rompus à tous les trois termes, pour trouver le quatrième terme que l'on cherche, il faut multiplier de suite le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, et mettre le produit à part pour nombre à diviser.

Ensuite, pour avoir le diviseur, il faut multiplier de suite le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, et le produit sera le diviseur, que l'on posera sous le nombre à diviser déjà trouvé; puis faisant la Division, le quotient donnera le nombre que l'on cherche pour le quatrième terme.

Première Question.

Un Particulier a acheté $\frac{2}{3}$ de toile, qui lui ont coûté $\frac{5}{6}$ de livre qui valent 16 sols 8 deniers; et un autre a affaire de $\frac{3}{4}$ de la même toile: on demande combien coûteront ces $\frac{3}{4}$ audit prix.

On disposera la Règle comme il se voit ci-après; puis on multipliera, comme il vient d'être dit, le premier dénominateur 3, par 5 second numérateur, il viendra 15, qu'il faut multiplier par le troisième numérateur 3, il viendra 45 pour nombre à diviser.

Puis, pour avoir le diviseur, il faut multiplier le premier numérateur 2 par le second dénominateur 6, il viendra 12, qu'il faut multiplier par le troisième dénominateur 4, il viendra 48 pour diviseur.

Cela fait, il faut diviser 45 par 48, le quotient sera $\frac{45}{48}$, ou par réduction $\frac{15}{16}$, pour la valeur des $\frac{3}{4}$; et cette fraction $\frac{15}{16}$ étant réduite en fractions vulgaires, vaut 18 sols 9 deniers.

Si $\frac{2}{3}$ aune X $\frac{5}{6}$ livre, combien $\frac{3}{4}$? R. $\frac{45}{48}$ ou $\frac{15}{16}$ de livre. Faites l'opération selon l'explication ci-dessus, et vous trouverez même réponse que la précédente.

Preuve de la Règle de Trois ci-dessus.

Remarque. Comme toutes les Règles de Trois en fractions s'opèrent de même façon, et par conséquent se doivent prouver de même, je renverrai pour la construction des suivantes, tant pour la Règle que pour la Preuve, à l'explication de la Règle ci-dessus, et de sa Preuve ci-après, excepté les Règles où il y a des circonstances extraordinaires à garder, desquelles je ferai les observations chacune en son lieu.

Pour preuve, on fera une autre question contraire à la précédente, disant :

Un Marchand a acheté $\frac{3}{4}$ d'étoffe, qui coûtent $\frac{15}{16}$ de livre ; on demande combien en coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix.

Pour l'opération, il faut observer de multiplier le premier dénominateur par les deux derniers numérateurs, il viendra 120 pour nombre à diviser ; il faut aussi multiplier le premier numérateur par les deux derniers dénominateurs, il viendra 144 pour diviseur; puis écrivant 120 sur une ligne, et 144 au-dessous, ce seront $\frac{120}{144}$ pour quatrième terme, laquelle fraction est égale à $\frac{5}{6}$, second terme de la proposition ci-dessus ; et autant coûteront les $\frac{2}{3}$ d'aune de la même proposition, comme il se voit par l'opération suivante.

Si $\frac{3}{4}$ d'aune X $\frac{15}{16}$ liv. $\frac{2}{3}$ aune? R. $\frac{120}{144}$ ou $\frac{5}{6}$ de liv.

Avertissement sur la Règle de Trois en Fractions.

Comme les Règles de Trois, tant simples que doubles et inverses en fractions, ne se pratiquent que par ceux qui ont déjà une grande connaissance dans les nombres, et qui doivent savoir le Traité des fractions, que j'ai amplement expliqué ; je n'ai pas cru qu'il fût nécessaire de mettre les opérations des Règles toutes entières, et je me contenterai d'expliquer ici ce qu'il faut observer pour les faire : c'est pourquoi chacun s'attachera exactement à la lecture de l'explication que je donne pour la construction de chaque question.

Seconde Question.

Et s'il se rencontre qu'il y ait entiers et fractions à quelqu'un des termes de la Règle de Trois, et même à tous trois, il faut premièrement réduire les entiers et fractions en leurs fractions par la troisième réduction page 65, puis procéder comme ci-dessous.

Par exemple, quelqu'un a acheté $\frac{2}{3}$ de drap qui lui ont coûté 4 liv. $\frac{5}{6}$; on demande combien lui en coûteront $\frac{7}{8}$ au même prix.

Ayant disposé la Règle comme il suit, on fera l'opération comme il vient d'être enseigné, et il viendra au quatrième terme la valeur des $\frac{7}{8}$ que l'on cherche, savoir 6 l. $\frac{11}{32}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ aune coûtent 4 $\frac{5}{6}$ livres, combien $\frac{7}{8}$ aune ? ou par réduction :

Si $\frac{2}{3}$ aune X coûtent $\frac{29}{6}$ livres, combien $\frac{7}{8}$?
℟. 6 liv. $\frac{11}{32}$.

La preuve de cette Règle se fait comme la précédente, en renversant les termes, et disant comme il se voit ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ d'aune coûtent $\frac{509}{96}$ livres, combien coûteront $\frac{2}{3}$ au même prix ? multipliant et divisant en fractions, comme il vient d'être enseigné, il viendra au quotient de la Division 4 livres $\frac{5}{6}$ pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme il a été proposé, et comme il se voit par la disposition de la Règle ci-dessous.

Si $\frac{7}{8}$ X $\frac{667}{96}$ combien $\frac{2}{3}$? ℞. $\frac{2644}{2096}$ ou 4 livres $\frac{5}{6}$ de livre pour la valeur des $\frac{2}{3}$ d'aune, comme veut la question.

Troisième Question.

Et si dans la proposition d'une Règle de Trois il se trouve un nombre entier à quelqu'un des termes, il faut mettre 1 sous ce nombre entier, pour l'exprimer en fractions comme les autres termes, puis procéder comme ci-dessus.

Par exemple, si quelqu'un avait acheté 17 aunes et $\frac{7}{8}$ de toile de lin pour 45 livres, on demande combien en coûteraient 100 aunes $\frac{2}{3}$ au même prix.

Les fractions étant disposées comme ci-dessous, on procédera ensuite pour l'opération comme ci-devant.

Si 17 aunes $\frac{7}{8}$ coûtent 45 livres, combien 100 aunes $\frac{2}{3}$? ou par réduction :

Si $\frac{143}{8}$ aunes X $\frac{45}{1}$ livres $\frac{302}{2}$ aunes? ℞. 3 $\frac{36240}{143}$ liv. pour la valeur requise des 100 $\frac{2}{3}$ aunes.

Et si on veut savoir combien la fraction $\frac{36240}{143}$ vaut de livres, divisez le numérateur par le dénominateur, le quotient donnera le nombre des livres et parties pour la valeur des 100 aunes $\frac{2}{3}$.

Preuve.

Et pour preuve, on fera une autre proposition, disant :

Si $\frac{302}{2}$ aunes X $\frac{36240}{143}$ livres $\frac{143}{8}$ aunes? ℞. 45 l.

Faisant l'opération suivant le précepte de la Règle de Trois, en fractions, il vient 45 livres au quatrième terme pour la valeur des 17 aunes $\frac{7}{8}$, ainsi des autres.

Quatrième Question.

4 aunes $\frac{2}{3}$ d'étoffe ont coûté 7 liv. 15 sols 9 deniers; on demande combien en coûteront 9 aunes $\frac{1}{4}$ au même prix.

Cette Règle se peut résoudre en deux façons, comme il se verra par l'application qui suit.

Première manière.

Premièrement, réduisez le premier terme 4 $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$.

Réduisez aussi 7 l. 15 s. 9 d. tout en deniers, il viendra 1869 deniers, sous lesquels vous écrirez 240 den. valeur de la livre réduite en deniers, et ce seront $\frac{1869}{240}$, ou par réduction à plus petits termes $\frac{623}{80}$ pour second terme.

Réduisez aussi le troisième terme 9 $\frac{1}{4}$ aunes en $\frac{37}{4}$, puis disposez la Règle comme il suit.

Si $\frac{14}{3}$ X aunes $\frac{623}{80}$ l. $\frac{37}{4}$ 9 aunes? ℞. $\frac{72891}{4480}$ livres pour quatrième terme ou valeur des 9 $\frac{1}{4}$ aunes; et cette fraction sera évaluée en liv., sols et deniers, comme il vient d'être enseigné ci-dessus.

Preuve.

Pour preuve on dira :

Si $\frac{37}{4}$ aunes $\frac{72891}{4480}$ liv. $\frac{14}{3}$ aunes? ℞. $\frac{623}{80}$ livres, ou par réduction 7 liv. 15 sols 9 deniers pour la valeur des 4 aunes $\frac{2}{3}$, comme il a été proposé.

Seconde manière pour résoudre la Règle de Trois ci-dessus, que je répète.

Si 4 aunes $\frac{2}{3}$ coûtent 7 livres 15 sols 6 deniers, on demande combien coûteront 9 $\frac{1}{4}$ aunes.

Réduisez comme dessus les 4 aunes $\frac{2}{3}$ en $\frac{14}{3}$, réduisez aussi les 9 aunes $\frac{1}{4}$ en $\frac{37}{4}$, comme il se voit ci-dessous; puis dites :

Si $\frac{14}{3}$ aunes coûtent 7 liv. 15 s. 9 den. combien $\frac{37}{4}$?

Cela fait, multipliez en croix 39 numérateur de $\frac{37}{4}$, par 3 dénominateur de $\frac{14}{3}$, il viendra 117 pour

troisième terme. Il faut remarquer que c'est pour réduire les fractions en même dénomination, savoir en douzièmes. Multipliez aussi 14 numérateur de $\frac{14}{3}$, par 4 dénominateur de $\frac{39}{4}$, il vient 56 pour premier terme; puis dites par la Règle de Trois :

Si 56 aunes coûtent 7 liv. 15 sols 9 deniers, combien 117 aunes? ℞. 16 livres 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$.

La Régle étant ainsi disposée, il n'y a qu'à opérer pour le surplus, comme à la Règle de Trois simple, en multipliant et divisant selon le précepte; et le quotient de la Division donnera le quatrième terme que l'on cherche, pour la valeur des 9 aunes $\frac{3}{4}$, comme il a été proposé.

Preuve.

Il faut faire la preuve comme celle des Règles de Trois en nombres entiers, disant :

Si 117 aunes coûtent 16 livres 5 sols 4 deniers $\frac{7}{8}$, combien 56 aunes? ℞. 7 liv. 15 sols 9 deniers; ainsi des autres.

Régle de Trois inverse en nombres entiers.

CETTE Règle est appelée diversement par plusieurs Auteurs qui en ont traité. Les uns l'ont appelée inverse; les autres rebourse; les autres indirecte.

La Règle de Trois inverse est le contraire de la Règle de Trois directe, parce que dans cette Règle quand le premier terme est plus grand que le troisième, le quatrième que l'on cherche doit être plus grand que le second; et si le premier est moindre que le troisième, le quatrième sera moindre que le second.

Pour la dénomination des trois nombres, il faut observer que le premier terme et le troisième soient du même nombre, comme en la Régle de Trois directe.

Ayant disposé les trois nombres, il faut multiplier le deuxième terme par le premier, ou au contraire, puis divisant le produit par le troisième, le quotient de la Division donnera le quatrième que l'on cherche, comme il se pratiquera dans les questions suivantes.

Première Question, où le Premier est plus grand que le Troisième.

24 hommes ont des vivres pour 12 jours durant dans une place; mais voulant réduire ce nombre de 24 hommes 15, on demande à proportion que 24 hommes doivent vivre 12 jours durant de ce qu'on leur avait baillé de munition, combien de temps les 15 restans doivent subsister de ces mêmes vivres.

On voit que 24, premier terme, étant plus grand que 15, troisième terme, les mêmes vivres doivent durer davantage à 15 qu'à 24, et par conséquent le quatrième sera plus grand que le second.

Ayant disposé les termes comme ci-dessous :

Si 24 hommes ont des vivres pour 12 jours, pour combien en auront 15 hommes? On fera la Multiplication et Division, comme il vient d'être enseigné, et comme il se voit par l'opération suivante.

Si 24 hommes 12 jours 15 hommes ?

```
 12
----
 48        133
24         288
----      ----- ( 19 jours et 1/5.
288        .155
             1
```

Pour réponse, les 15 hommes subsisteront 19 jours et $\frac{1}{5}$ de jour.

Preuve.

La preuve se fera par une autre proposition, où le premier terme sera plus grand que le troisième.

Si 15 hommes ont de quoi subsister 19 jours et $\frac{1}{5}$ de ce qu'ils ont de munition, on demande, s'il fallait augmenter le nombre des hommes jusqu'à 24, combien ces 24 hommes subsisteraient de jours par le moyen des mêmes vivres.

Faites l'opération comme ci-dessous, et vous trouverez 12 jours pour réponse.

Si 15 hommes 19 jours $\frac{1}{5}$, 24 hommes ? R. 12 jours.

```
19 1/5
------      4
155        288
 15       ----- ( 12 jours.
  3        244
------      2
288
```

On voit par l'opération que 15 hommes, premier terme, étant moindre que 24 hommes, troisième terme, les mêmes vivres dureront moins à 24 qu'à 15 ; par conséquent on voit qu'il faut que le second terme soit plus grand que le quatrième ; ce qui s'appelle inversion.

Seconde Question.

Dans une Ville assiégée, il y a pour la garder 850 hommes qui n'ont des vivres que pour 18 jours; mais comme l'on espère que le siége se lèvera dans 30 jours, on demande combien il faut faire sortir d'hommes de la Place, afin que le reste puisse subsister de ces mêmes vivres qui sont dans cette Place jusqu'au trentième jour que le siége doit se lever.

Pour répondre à la question, il faut former une Règle de Trois, comme il suit, disant :

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours? ℟. 510 hommes.

On voit, si c'était en la Règle de Trois directe, que 30 jours donneraient plus que 18; mais en celle-ci c'est le contraire; car plus il y aura de jours, et moins il faudra réserver d'hommes : c'est pourquoi il faut que le troisième nombre soit diviseur du produit des deux premiers, comme il paraît par l'opération.

Si 18 jours demandent 850 hommes, combien 30 jours?

$$\begin{array}{r} 18 \\ \hline 6800 \\ 850 \\ \hline 15300 \end{array} \qquad \frac{15300}{3000} \;(510\text{ h.}) \qquad 33$$

Ayant fait l'opération de la Règle, il est venu 510 au quotient, c'est-à-dire, 510 hommes qui doivent rester dans la Ville pour la garder, qui étant soustraits de 850, reste 340, qu'il faut faire sortir.

Preuve par une autre Question.

Si les vivres qui sont dans une Ville peuvent faire subsister 510 hommes 30 jours durant, combien faudra-t-il d'hommes pour consommer les mêmes vivres en 18 jours? Faisant la Règle, il viendra 850 hommes, comme il a été proposé ci-devant.

Si 30 jours demandent 510 hommes, combien 18 jours ?

```
                 30
             ———— 0̸
           15300 1̸53̸0̸0̸
                 ———— ( 850 h.
                 1̸888
                  1̸1̸
```

Avertissement sur l'opération des Règles de Trois inverses suivantes.

J'ai assez amplement expliqué la manière de multiplier, de diviser, de faire toutes sortes de réductions des grandes espèces en petites, page 117, ou de petites en grandes, page 140, d'opérer les Règles de Trois simples en entiers et fractions; ensuite de quoi j'ai expliqué la manière d'opérer la Règle de Trois inverse ci-dessus, et j'ai fait l'opération de deux exemples tout au long pour servir de modèle aux autres, qui étant bien entendues, je me propose dans les questions suivantes que je formerai sur la même Règle de Trois inverse, de donner seulement l'explication de la question avec la réponse au pied, laissant au lecteur le soin d'en faire lui-même l'opération sur le papier, pour trouver même réponse à la question que celle que je lui donne.

Troisième Question.

Dans une Ville assiégée, il y a des vivres pour 8 mois à 1500 hommes, et ils ne peuvent avoir de secours que dans 11 mois : l'on veut néanmoins que les rations ne diminuent point ; savoir combien on doit retenir d'hommes dans la Place, afin que les vivres puissent subvenir jusqu'au temps auquel on espère le secours.

On disposera la Règle ainsi que dessous.

Si 8 mois donnent 1500 hommes, combien 11 mois ?



Faisant l'opération selon le précepte de la Règle de Trois inverse, on trouvera 1090, qui est le nombre des hommes qu'il faut retenir, et reste 10 qui sont surnuméraires, qui ne sont point comptés, parce que l'on ne divise point les hommes.

Quatrième Question.

Mais comme il est bien difficile de faire sortir des hommes de dedans une Ville assiégée, parce que les assiégeans l'empêchent pour faire plutôt consommer les vivres; on demande, si ces 1500 hommes qui sont dans la Place sont contraints d'y demeurer, ayant par jour 20 onces de pain pour ration, lorsque les vivres pouvaient durer 8 mois, combien il leur faudra donner d'onces de pain pour faire que les vivres durent 11 mois.

Il faut dire par Règle de Trois inverse :

Si 8 mois donnent 20 onces, combien 11 mois? et faisant l'opération selon le précepte de la Règle, on trouvera pour réponse 14 onces $\frac{6}{12}$, c'est-à-dire 14 onces $\frac{1}{2}$ un peu plus pour la ration de chaque Soldat.

Cinquième Question.

Si dans une ville assiégée il y a des vivres pour 1500 hommes pour 8 mois durant, et si l'on renforce la garnison de 400 hommes, on demande combien ces mêmes vivres dureront de temps, sans diminuer la ration.

Ajoutez les 400 hommes de renfort avec 1500 hommes, il viendra 1900; puis raisonnez ainsi :

Si 1500 hommes subsistent 8 mois durant de ce qu'il y a de vivres dans la Ville, on demande combien 1900 hommes subsisteront de temps de ces mêmes vivres.

Disposition de la Règle.

Si 1500 hommes subsistent 8 mois, combien subsisteront 1900 hommes? Faisant la Règle, il viendra

pour réponse 6 mois 9 jours 11 heures un peu plus, que les 1900 hommes subsisteront.

Sixième Question.

Un Capitaine dit, qu'en donnant 16 sols par jour à chacun de ses soldats, il y a de l'argent pour 23 jours; mais n'espérant point d'autre argent que dans 46 jours, on demande de combien il faut diminuer le payement de chaque Soldat, afin que son argent puisse lui durer 46 jours. Il faut former la question et raisonner ainsi :

Si 23 jours donnent 16 sols par jour, combien 46 jours? Faisant la Règle, on trouvera 8 sols par jour, lesquels ôtés de 16 sols, reste 8 sols qu'il faut rabattre à chaque Soldat.

Preuve.

Pour preuve de la Règle ci-dessus, il faut dire par son contraire :

Si 46 jours donnent 8 sols par jour, combien 23 jours? ℞. 16 sols.

Septième Question.

Lorsque le muid de blé coûte 40 écus, je suppose que le pain d'un sol pèse 16 onces; on demande combien doit peser le même pain d'un sol, lorsque le muid de blé ne vaudra que 30 écus. Il faut dire :

Si 40 écus donnent 16 onces, combien 30 écus?

Faites l'opération selon le précepte de la Règle de Trois inverse, et vous trouverez 21 onces $\frac{1}{3}$ que le pain d'un sol doit peser.

Pour preuve on dira :

Si 30 écus donnent 21 onces $\frac{1}{3}$, combien 40 écus? ℞. 16 onces, comme ci-devant.

Remarquez que le semblable fût arrivé, quand on eût dit que le blé coûtant 4 écus le muid, le pain de 10 sols, 12 sols, ou d'un autre prix, pèserait tant d'onces; car le prix d'un pain n'entre point en opération avec les autres termes, d'autant qu'il est aussi

bien considéré en la seconde Règle, qui est la preuve, comme en la première.

Avertissement sur la Règle de Trois inverse.

Huitième Question.

Il faut entendre que dans la Règle de Trois inverse, il y a toujours un terme commun qui se réfère à quatre autres; comme si on disait :

Le blé coûtant 30 écus le muid, on a pour 10 sols 12 ℔ de pain; on demande, lorsque le muid de blé vaudra 40 écus, combien on aura de ℔ de pain pour 10 sols. On voit que le prix de 10 sols est un terme commun, il n'y a que le muid qui change de prix; c'est pourquoi il faut que les ℔ de pain que l'on baillera, changent, c'est-à-dire, que le plus grand prix donne moins de ℔ de pain, et le moindre en donne plus : on fera donc la Règle selon son précepte, et on trouvera 9 ℔ de pain pour 10 sols.

Opération.

Si 30 écus donnent 12 ℔ de pain, combien 40 écus? ℞. 9 livres.

Neuvième Question.

Si 100 Ouvriers ont employé 60 jours à faire un ouvrage, on demande combien 150 autres Ouvriers emploîront de temps pour en faire un pareil.

Dites par la Règle de Trois :

Si 100 hommes emploient 60 jours, combien 150 hommes? ℞. 40 jours.

Dixième Question.

Pierre a prêté 500 livres à Jean, dont il s'est servi 7 mois; on demande quelle somme Jean prêtera à Pierre pour 3 mois, afin d'égaler la récompense.

Pour le savoir, il faut former une Règle de Trois inverse, raisonnant ainsi :

Si durant 7 mois, Jean s'est servi de 500 liv. qui appartenaient à Pierre, on demande quelle somme Jean doit mettre entre les mains de Pierre pour trois mois.

En faisant l'opération de la Régle selon le précepte, on trouvera que Jean doit prêter 1166 liv. $\frac{2}{3}$ à Pierre pour trois mois.

Disposition de la Règle.

Si 7 mois donnent 500 livres, combien 3 mois? ℞. 1166 liv. $\frac{2}{3}$.

Pour preuve, dites :

Si 3 mois donnent 1166 liv. $\frac{2}{3}$, combien 7 mois? ℞. 500 liv.

Onzième Question.

Jean a prêté à Pierre 500 livres, dont il s'est servi 7 mois; savoir, si Pierre prête à Jean 750 liv., combien il les doit garder pour équipoler la récompense.

Il faut dire par la Règle de Trois :

Si 500 liv. sont gardées 7 mois par Pierre, combien Jean doit-il garder 750 livres?

Opération.

Si 500 liv. sont gardées 7 mois, combien 750 liv. ℞. 4 mois et 20 jours.

Pour preuve il faut dire :

Si 750 livres ont été gardées 4 mois et 20 jours, combien doivent être gardées 500 l. ℞. 7 mois.

Douzième Question.

Il y a 100 pintes d'une certaine liqueur dans un vaisseau, qui vaut 4 sols la pinte; on demande combien il faut y mêler d'eau, afin que la pinte du mélange revienne à 3 sols 4 deniers.

Pour faire cette Regle, réduisez 4 sols en deniers, il viendra 48 den. pour le premier terme de la Règle de Trois.

Réduisez aussi 3 sols 4 deniers en deniers, il viendra 40 deniers pour le troisième terme; puis dites :

Si 48 deniers donnent 100 pintes, combien 40 deniers? Faisant la Règle, on trouvera 120 pintes à 3 sols 4 deniers la pinte.

Et pour savoir combien il y faudra ajouter d'eau, selon la question, ôtez 100 de 120, le reste sera 20 pintes d'eau à ajouter.

Pour preuve, multipliez les 100 pintes à 4 sols, il viendra 20 livres.

Multipliez aussi les 120 pintes du mélange par 3 sols 4 deniers, il viendra les mêmes 20 livres.

Règle de Trois inverse en Fractions.

Il faut que la dénomination des termes de la Règle de Trois inverse en Fractions, soit comme la Règle de Trois directe en Fractions aussi; puis multiplier les deux premiers nombres l'un par l'autre, et diviser le produit par le dernier: ou bien pour le plus court, multipliant les deux premiers numérateurs et le dernier dénominateur de suite entr'eux, le produit sera le nombre à diviser, multipliant aussi les deux premiers dénominateurs par le dernier numérateur de suite entr'eux, le produit sera le diviseur; puis faisant la division, le quotient donnera le quatrième terme que l'on cherche, comme il se voit par les opérations suivantes.

Première Question.

Quelqu'un a fait faire un manteau avec 5 aunes $\frac{1}{4}$ d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large; on demande, s'il le veut faire doubler d'une étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, combien il lui en faut d'aunes. Faites la Règle comme il vient d'être enseigné, et vous trouverez 9 aunes $\frac{1}{3}$.

Opération.

Si $\frac{2}{3}$ $\frac{21}{4}$ X $\frac{3}{8}$? ℞. 9 $\frac{1}{3}$ aunes qu'il faut de l'étoffe de . de large pour la doublure du manteau proposé ci-dessus.

Pour preuve, il faut faire une autre question contraire à la précédente, disant :

Il faut 9 $\frac{1}{3}$ aunes d'étoffe de $\frac{3}{8}$ de large, pour faire la doublure d'un manteau ; on demande combien il faudra d'aunes d'une étoffe de $\frac{2}{3}$ de large pour faire le dessus.

Opération.

Si $\frac{3}{8}$ $\frac{28}{3}$ X $\frac{2}{3}$? ℞. 5 $\frac{1}{4}$, ci-dessus.

Multipliant et divisant selon le précepte de la Règle de Trois inverse, on trouvera 5 aunes $\frac{1}{4}$ pour le dessus du manteau, comme il a été proposé.

Seconde Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas pesant 14 ℔, tirant 52 aunes $\frac{1}{2}$, et lui coûte 17 liv. $\frac{3}{4}$ la ℔ ; on demande combien vaut l'aune.

Pour résoudre cette proposition, il faut disposer la Règle comme ci-dessous, et faisant l'opération selon le précepte de la Règle de Trois inverse, il viendra 4 liv. et $\frac{77}{105}$ liv. pour la valeur de l'aune.

Si 17 $\frac{3}{4}$ liv. 14 ℔ 52 $\frac{1}{2}$ aunes ? ou par réduction :

Si $\frac{71}{7}$ $\frac{14}{1}$ X $\frac{105}{2}$? ℞. 4 $\frac{77}{105}$ l. pour la valeur de l'aune.

Preuves par une autre Question.

Un Marchand a acheté une pièce de taffetas tirant 52 $\frac{1}{2}$ aunes au prix de 4 $\frac{77}{105}$ liv. l'aune; cette pièce pesant 14 ℔, on demande à combien revient la ℔.

Dites par la Règle de Trois inverse :

Si $\frac{105}{2}$ aunes $\frac{49}{105}$ livres X $\frac{14}{1}$ ℔ ? ℞. 17 $\frac{3}{4}$.

Si vous faites l'opération, vous trouverez 17 $\frac{3}{4}$ liv. pour la valeur de la ℔, comme il a été proposé ci-dessus ; et c'est la preuve.

Un

Troisième Question.

Un Maître Tailleur a fait un habit long, savoir, la soutane et le manteau avec 12 $\frac{1}{2}$ aunes d'étoffe de $\frac{5}{6}$ de large ; un autre en fait aussi un de pareille grandeur avec 8 aunes : on demande quelle largeur avait cette dernière étoffe.

Il faut dire :

Si $\frac{25}{2}$ aunes $\frac{5}{6}$ aune X $\frac{8}{1}$ aunes ? ℟. 1 $\frac{29}{96}$ aune de large pour la réponse ; ainsi des autres.

Règle de Trois double, ou composée de cinq termes.

Dans cette Règle il y a toujours cinq termes connus, par le moyen desquels on trouve le sixième que l'on cherche. Elle s'appelle double, à cause qu'elle contient en soi deux Règles de Trois directes, que néanmoins je réduirai à une seule opération.

Pour faire cette Règle, il faut observer que le nombre qui emporte le terme de la question, soit toujours au milieu des cinq termes.

Exemple.

On sait que 45 toises de maçonnerie ont été faites par 18 hommes en 3 jours ; on demande combien 15 hommes pourront faire de toises en 12 jours. Il faut former la Règle de Trois double, disant :

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises de maçonnerie, combien 15 hommes en feront-ils en 12 jours ?

Pour l'opération de la Règle, il faut multiplier les trois deniers nombres 45, 15 et 12 de suite l'un par l'autre, il viendra 8100 pour nombre à diviser.

Il faut aussi multiplier les 2 premiers l'un par l'autre, savoir, 18 par 3 ; il viendra 54 pour

diviseur. Cela fait, il faut diviser 8100 par 54, il viendra 150 toises que 15 hommes feront en 12 jours, comme il se voit par l'opération.

Si 18 hommes en 3 jours font 45 toises, combien 15 hommes en 12 jours ?

18		15
3		45
54 diviseur.		75
		60
		675
27		
8100	par	12
(150 toises.		1350
5444		675
55		8100

Pour preuve, il faut faire une autre question, feignant d'ignorer combien 18 hommes feront de toises de maçonnerie en 3 jours, et dire par une autre Règle de Trois double :

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises de maçonnerie, on demande combien 18 hommes en feront en 3 jours.

Faisant la Règle, il viendra 45 toises pour le sixième terme, comme il a été proposé dans la Règle ci-dessus.

Pour l'opération, il faut multiplier, comme il a été enseigné, le troisième, quatrième et cinquième l'un par l'autre, il viendra 8100 au produit pour nombre à diviser; il faut aussi multiplier le premier terme par le deuxième, et le produit 180 sera le diviseur.

Opération.

Si 15 hommes en 12 jours font 150 toises, combien 18 hommes en 3 jours ? R. 45 toises.

Autre Exemple sur la Règle de Trois double.

Un Particulier a prêté à un autre 1200 livres pour six mois, dont il a retiré 33 liv. 6 sols 8 den. de profit; on demande combien il retirera d'un autre qui lui demande 800 liv. à emprunter pour 8 mois à la même raison.

Pour résoudre cette question, il faut observer le même ordre que ci-dessus pour le raisonnement, et dire :

Si 1200 liv. en 6 mois ont gagné 33 liv. 6 sols 8 den., combien gagneront 800 liv. en 8 mois? Et faisant l'opération, selon le précepte de la Règle de Trois double, il viendra pour ℞. 29 l. 12 sols 7 d. $\frac{1}{9}$, et c'est le profit ou l'intérêt desdites 800 l. pour les 8 mois, comme il a été proposé.

Preuve.

Pour preuve, il faut former une autre question opposée :

Si 800 l. en 8 mois doivent gagner 26 l. 12 sols 7 den. $\frac{1}{9}$, combien ont gagné les 1200 l. ci-devant en 6 mois? ℞. 33 l. 6 s. 8 den.

Remarque. Il faut remarquer ici plus qu'à la preuve précédente, à cause des sols et deniers qui se rencontrent au sixième terme, qu'après avoir disposé la Règle, il faut multiplier le quatrième terme par le cinquième, qui sont nombres entiers, puis multiplier le produit par le troisième où il y a des sous-espèces, et rapporter le reste de la division des deniers, s'il y en a. Cela fait, ajoutant tous les produits, la somme sera le nombre à diviser; et multipliant le premier terme par le deuxième, le produit sera le diviseur : puis divisant le nombre à diviser par le diviseur, il viendra 33 l. 6 sols 8 den. comme veut la Question.

Autre Question sur la même Règle.

Un Particulier, avec 4 livres 13 sols 4 deniers,

en 3 jours a gagné 6 sols 8 deniers ; on demande, s'il prête à quelqu'un 1 l. 6 s. 8 den. pour 5 jours, combien il doit avoir de profit.

Comme cette question est plutôt une curiosité qu'une nécessité, j'en donnerai seulement la construction avec la réponse.

Il faut réduire le premier terme 4 liv. 13 s. 4 d. en deniers, il viendra 1120 den.

Il faut aussi réduire le troisième terme 6 sols 8 d. en deniers, il vient 80 deniers.

Enfin réduisant le quatrième terme 1 liv. 6 sols 8 den. en deniers, il viendra 320 den. Toutes ces réductions étant faites, il faut raisonner ainsi :

Si 1120 den. gagnent en 3 jours 80 den., combien gagneront 320 den. en 5 jours ?

Faisant la Règle selon le précepte, il viendra 38 d. $\frac{1}{14}$ pour le profit de 1 l. 6 sols 8 den. en 5 jours.

La preuve de cette Question se fait comme celle des précédentes ; c'est pourquoi je n'en parlerai point davantage.

Le même arrivera des autres Règles, encore qu'il y eût fraction, pourvu que l'on réduise les termes de même nom en même dénomination.

Exception de la Règle page 194.

Ayant disposé les quatre premiers termes ainsi qu'il a été dit, si on demande le cinquième, on dira :

Exemple.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises de maçonnerie, en combien de jours 15 hommes feront-ils 150 toises ?

Dans cet exemple, il faut premièrement considérer sa disposition ; cela supposé, il faut multiplier le premier, deuxième et sixième terme de suite l'un par l'autre, et le dernier produit qui est 8100, c'est le nombre à diviser.

Puis, pour avoir un diviseur, il faut multiplier

le troisième par le quatrième, et le produit qui est 675, est le diviseur.

Cela fait, si on divise 8100 par 675, le quotient de la Division sera 12, c'est-à-dire 12 jours pour le cinquième terme que l'on cherche.

Disposition de la Règle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, en combien de jours 16 hommes feront-ils 150 toises ? ℟. en 12 jours.

Autre Exception.

Si l'on cherche le quatrième terme, on raisonnera comme ci-après.

Exemple.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises de fossé, combien faut-il d'hommes pour en faire en 12 jours 150 toises ?

Pour résoudre cette question, ayant disposé les termes comme ci-après, on multipliera le premier, deuxième et sixième l'un par l'autre, et le produit sera le nombre à diviser.

Ensuite multipliant le troisième terme par le cinquième, le produit sera le diviseur; après cela faisant la division, le quotient d'icelle donnera 15 hommes pour le quatrième terme que l'on cherche.

Disposition de la Règle.

Si 18 hommes font en 3 jours 45 toises, combien faut-il d'hommes pour faire en 12 jours 150 toises ? ℟. 15 hommes.

Règle de Trois double en Fractions.

Dans cette Règle il faut observer le même ordre que dans la Règle de Trois double en entiers, posant toujours le nombre qui emporte le sujet de la question au milieu des cinq termes, et observant, s'il se trouve quelqu'un des termes en nombres

entiers, de souscrire l'unité, comme il a été enseigné dans la troisième question de la Règle de Trois simple en fractions, ci-devant *page* 177.

Les nombres étant ainsi disposés, qu'il y ait fraction à tous les termes connus ou non, il faut multiplier de suite les deux premiers dénominateurs par les trois derniers numérateurs, et le produit sera le nombre à diviser ; puis, pour avoir le diviseur, il faut encore multiplier de suite les deux premiers numérateurs par les trois derniers dénominateurs, et le produit sera le diviseur ; puis faisant la division, le quotient donnera le sixième terme que l'on cherche, qui est la réponse à la question.

Exemple.

7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large ont coûté 52 livres $\frac{1}{2}$, on demande combien coûteront 20 aunes d'une autre étoffe qui sera large de $\frac{5}{6}$ aune.

Ayant réduit les entiers en leurs fractions, la Règle sera disposée comme il suit.

Si $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large X $\frac{105}{2}$ livres $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{5}{6}$ de large? Observant pour l'opération de la Règle l'ordre de l'explication ci-dessus, et opérant au surplus selon le précepte de la Règle de Trois double, on trouvera 152 $\frac{4}{23}$ livres pour la valeur de 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large.

Preuve.

Pour faire la preuve, il faut dire par une autre Règle de Trois double :

Si 20 aunes de $\frac{5}{6}$ de large coûtent 152 $\frac{4}{23}$ livres, on demande combien coûteront 7 aunes $\frac{2}{3}$ de $\frac{3}{4}$ de large.

Disposez la Règle comme ci-après, en réduisant les entiers en leurs fractions; et faisant l'opération, il viendra au sixième terme 52 $\frac{1}{2}$ livres pour le prix de 7 $\frac{2}{3}$ aunes de $\frac{3}{4}$ de large, à raison susdite, comme il a été proposé ci-dessus.

Disposition de la Règle.

Si $\frac{20}{1}$ aunes de $\frac{1}{8}$ de large X $\frac{3120}{23}$ livres, combien $\frac{23}{3}$ aunes de $\frac{1}{4}$ de large ? R. 52 $\frac{1}{2}$; ainsi des autres.

RÈGLE,

Appelée Conjointe, ou de Composition de raisons.

Cette Règle est une liaison de tant de Règles de Trois directes que l'on voudra ; et il faut observer que dans ladite Règle le premier nombre et le dernier, qui est celui de la question, soient de même nom, et le second et troisième de même nom aussi, etc., et que le nombre demandé ait même dénomination que le pénultième.

Exemple où il y a quatre termes conjoints.

Supposez que 2 ducats valent 13 livres tournois, et que 5 livres valent 5 florins de Savoie ; on demande la raison du florin de Savoie au ducat.

Pour résoudre cette Règle, et faire voir qu'elle est conjointe, c'est qu'au deuxième terme et au troisième il est parlé de même monnaie, savoir celle de France, laquelle conjoint la raison du ducat au florin.

Ayant disposé la Règle comme ci-dessous, il faut multiplier le troisième terme par le premier, et le quatrième par le second, les produits seront en raison inverse de la valeur de ces monnaies.

Opération.

Si 2 ducats valent 13 liv. et 5 liv. 5 florins.
5 2

65 florins 6

Ayant fait l'opération, on voit que la raison du ducat au florin sera comme 6 ducats à 65 florins.

Pour faire la preuve, multipliez le prix du ducat, qui est 6 liv. 10 sols, par 6; il viendra 39 liv.

Multipliez aussi le prix du florin, qui est 12 sols, par 65; il viendra 780 sols, qui valent aussi 39 l.

Opération.

6 l. 10 s. valeur du ducat,	12 s. valeur du florin,
par 6	par 65
39 livres.	78 0 sols.
	39 livres.

Autre Exemple.

Mais si d'aventure il y avait davantage d'espèces qui fussent conjointes, comme dans l'exemple ci-dessous où il y en a 8; alors ayant formé la question, on les disposera ensuite comme il se voit.

Supposé donc que 6 aunes de Rouen rendent 5 aunes à Paris, et que 4 aunes de Paris rendent 7 aunes en Hollande, et que 26 aunes ¼ aunes de Hollande rendent 9 cannes de Languedoc, et que 5 cannes de Languedoc valent 30 livres; on demande combien 20 aunes de Rouen valent de livres. ℞. 60 l.

Disposition de la Règle, et son Opération.

	6 aun. Rouen	5 aun. Paris.	combien 20
Si	4 aunes Paris	7 aun. Holl.	aunes de
	26 Hollande	9 cannes.	Rouen?
	5 cannes	30 livres.	℞. 60 liv.

24	35		
26¼	9		
144	315	189000	60 liv. pour la valeur de 20 aunes de Rouen.
486	30	3150	
630	9450	315	
5	20		

5150 diviseur, 189000 à diviser.

Explication de l'Opération ci-dessus.

Ayant disposé la Règle comme ci-dessus, j'ai multiplié les quatre termes antécédens, savoir 6, 4, 26 $\frac{1}{4}$ et 5 de suite, et le dernier produit est 3150 pour diviseur.

J'ai multiplié ensuite les 4 termes conséquens, savoir 5, 7, 9 et 30, le produit est 9450, que j'ai multiplié par 20 aunes de Rouen, qui est le terme de la question, et j'ai trouvé 189000 pour nombre à diviser.

Puis divisant 189000 par 3150, j'ai trouvé 60 l. pour la valeur de 20 aunes de Rouen.

Preuve.

Pour faire la preuve de cette Règle, il faut regarder quel nombre de cette Règle vous voulez qu'il vienne pour nombre inconnu. Par exemple, si vous voulez qu'il vienne 7 aunes de Hollande pour nombre inconnu, il faut disposer la Règle comme ci-après.

Si 5 aunes de Paris font 6 aunes à Rouen, et 20 aunes de Rouen valent 60 liv. 30 liv. 5 cannes et 9 cannes 26 aunes $\frac{1}{4}$ de Hollande; combien 4 aunes de Paris feront-elles d'aunes en Hollande ? Faites la Règle selon le précepte enseigné ci-dessus, et vous trouverez que les 4 aunes de Paris valent 7 aunes en Hollande.

Disposition des nombres.

	5 aunes Paris	6 aunes Rouen.	combien
Si	20 aunes Rouen	60 livres.	4 aunes
	30 livres	5 cannes.	Paris ?
	9 cannes	26 aunes $\frac{1}{4}$ Holl.	R. 7 aunes.

La Règle étant ainsi disposée, faites la Règle en multipliant les quatre termes antécédens entr'eux, et vous trouverez 27000 pour diviseur.

Multipliez aussi les 4 termes conséquens, et leur produit par les 4 aunes de Paris, vous trouverez 189000 pour nombre à diviser; puis divisant l'un

par l'autre, vous trouverez votre nombre inconnu, savoir, 7 aunes de Hollande.

Autre Exemple.

Si un cheval coûte 45 liv., 13 liv. valent 2 ducats, 6 ducats valent 65 florins; on demande combien un cheval vaut de florins.

Disposition de la Règle.

Si	1 cheval vaut	45 livres.	On demande combien un cheval vaut de florins.
	13 livres	2 ducats.	
	6 ducats	65 florins.	℞. 75 florins.

Faisant la Règle comme il a été enseigné, on trouvera 75 florins pour la valeur du cheval.

Preuve.

On peut prouver cette Règle comme il a été enseigné, ou d'une autre façon comme ci-dessous.

Sachant qu'un florin vaut 12 sols, on dira par Règle de Trois :

Si un florin vaut 12 s. comb. 75 flor. valeur du chev. multipliez 75 par 12 sols.

37	10 sols.
7	10 sols.

℞. 45 livres pour la valeur du cheval, comme il a été proposé ci-dessus.

Ayant amplement expliqué la construction des Règles vulgaires, je dirai que par ces mêmes Règles on peut faire toutes sortes de réductions, soit de monnaie, d'aunage, de la ₶ de poids, etc. comme il se verra ci-après.

TRAITÉ DES RÉDUCTIONS,

Ou de Rapport des Aunages, ou autres Mesures étrangères à l'aune de Paris ou de Lyon; comme aussi du Rapport des Poids les uns aux autres.

De la Mesure en général.

La mesure est une certaine quantité connue, qui étant appliquée aux choses, nous montre combien de fois elle y est comprise, ou quelle partie elles en contiennent, étant plus petites. On lui a donné différens noms, à cause de la diversité des Pays, quand on s'en sert pour connaître la longueur, largeur et superficie. Elle s'appelle aune, comme à Paris, Rouen, Lyon, Troyes, Hollande, Flandre, etc. A Gênes on la nomme la palme, verge en Angleterre, ras à Turin, barres à Valence, Aragon, Castille; cannes à Toulouse et Montpellier, pics à Constantinople, brasses à Milan, Mantoue, Modène, Bologne, Venise, Lucques, Bergame, Florence, Avignon, etc. cannes à Naples. La mesure s'appelle aussi perche, toise, pied, pouce, etc. Si on veut savoir la quantité de la pesanteur de quelque matière, on la nomme quintal, ℔, marc, onces, etc. Si on veut mesurer les choses liquides, elles portent le nom de tonneau, muid, poinçon, quarte, pinte, chopine, etc. S'il s'agit de mesurer des grains, la mesure s'appelle muid, septier, mine, minot, boisseau, quarte, litron, etc. Si c'est du sel, de même.

Il faut remarquer que par-tout elle retient aussi le

nom de mesure, excepté quand on l'emploie pour exprimer la quantité de la matière où elle prend celui de poids.

Rapport des mesures.

L'aune de Paris est communément mesurée entre les Marchands par $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{10}$. $\frac{1}{12}$, etc.

Plus par $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$ $\frac{1}{24}$, etc.

Table du rapport des Aunages, et autres Mesures étrangères à l'aune de Paris ou de Lyon.

100 Aunes de Paris, Lyon et Rouen, font

171 Aunes $\frac{4}{7}$ de Flandre et d'Allemagne, *ou* comme 7 à 12.

128 Aunes $\frac{4}{7}$ de Londres, *ou* comme 7 à 9.

175 Aunes de Hollande, *ou* comme 4 à 7.

480 Palmes de Gênes, *ou* comme 5 à 24, et 9 palmes font une canne.

200 Ras de Turin, et 200 brasses de Lucques.

130 Barres de Valence en Espagne, *ou* comme 10 à 13.

140 Barres de Castille, *ou* comme 5 à 7.

150 Barres d'Aragon, *ou* comme 2 à 3.

180 Pics de Constantinople, *ou* comme 5 à 9.

180 Brasses de Bergame, *ou* comme 5 à 9.

60 Cannes de Montpellier, *ou* comme 5 à 3, et la Canne est divisée en 8 pans.

66$\frac{2}{3}$ Cannes de Toulouse, *ou* comme 9 à 6.

225 Brasses de Milan, mesure de drap de soie, *ou* comme 4 à 9.

175 Brasses de Milan, mesure de drap de laine, *ou* comme 4 à 7.

187$\frac{1}{2}$ Brasses de Mantoue, Modène, Bologne et Venise, *ou* comme 8 à 15.

121 Brasses d'Avignon.
204 Brasses de Florence, *ou* comme 1 à 2, peu moins.
188¾ Cannes de Naples, *ou* comme 17 à 32.

Outre les aunages contenus dans la Table ci-dessus, il y en a une infinité d'autres, dont la connaissance s'acquiert par la pratique du négoce qui se fait tous les jours entre les Marchands, auxquels je laisse le soin d'en faire une plus exacte recherche.

Usage de la Table.

La Table ci-dessus exprime la valeur des mesures des lieux du trafic à l'égard de l'aune de Paris ou de Lyon, en telle sorte que 100 aunes de Paris ou de Lyon sont égales à celles qui sont vis-à-vis à la Table, à l'égard du lieu vis-à-vis duquel elles sont posées.

Par exemple.

Des cannes de Languedoc, il en faut 60 pour 100 aunes de Paris ou de Lyon, ou par abréviation, il faut 3 cannes pour 5 aunes.

Des aunes de Hollande, il en faut 175 pour 100 aunes de Paris, ou par abréviation, 7 aunes de Hollande font 4 aunes à Paris; ainsi des autres.

Réduction d'une quantité d'aunes de Hollande à l'aune de Paris.

Pour faire cette réduction, on peut se servir de deux manières, et choisir la plus facile.

La première est de multiplier les aunes de Hollande par 4, et diviser le produit par 7, en tirant le septième, et le quotient de la Division donnera des aunes de Paris, et s'il reste quelque chose à la Division, ce seront des aunes que l'on comptera pour autant de livres, que l'on réduira en sols, pour

en tirer encore le septième, et les sols et deniers qui en proviendront, seront pris pour telle partie de l'aune qu'ils seront partie de la livre, comme si en tirant le septième il vient 28 liv. 6 sols 8 den. ou environ, ce seront 28 aunes $\frac{1}{3}$; ainsi des autres.

Pour seconde manière de réduire les aunes de Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes de Hollande par les $\frac{4}{7}$ de la livre de 20 sols, qui sont 11 sols 5 deniers $\frac{5}{7}$, et le produit de la Multiplication donnera une quantité de livres que l'on comptera pour autant d'aunes; et si au même produit il se trouve des sols et deniers, on regardera quelle partie ce sera de la livre; comme s'il y avait 15 sols, qui sont les $\frac{3}{4}$ de 20 sols, il faudrait compter $\frac{3}{4}$ d'aune, et le tout ferait une quantité d'aunes entières, et $\frac{3}{4}$ d'aunes de Paris : le même se doit entendre des autres parties de la livre, que l'on doit convertir en parties de l'aune.

Exemple.

On demande combien 49 aunes de Hollande valent à Paris; dites, par Règle de Trois :

Si 7 aunes de Hollande valent 4 aunes de Paris, combien 49 aunes de Hollande? Faites l'opération, vous trouverez 28 aunes de Paris pour les 49 aunes de Hollande.

Opération.

Si 7 Hollande 4 Paris, combien 49 Hollande?

```
        5             4
       1̸9̸6̸          ———
      ——— ( 28     196 à diviser par 7.
       77
```

℞. 28 aunes de Paris.

Pour preuve, faites une autre question opposée à la précédente, disant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes de Hollande,

combien 28 aunes de Paris ? Faites la Règle, et vous trouverez 49 aunes de Hollande.

Autre Exemple.

On demande combien 38 aunes de Hollande valent d'aunes de Paris. Dites par Règle de Trois :

Si 7 de Hol. valent 4 de Paris, combien 38 de Hol. multipliez par 4

Produit 152 à diviser par 7; en tirant le septième, il vient 21 aunes $\frac{5}{7}$.

$$\frac{\not{1}\not{5}\not{2}}{\not{7}\not{7}} \;(\,21\tfrac{5}{7}$$

Pour preuve, faites une autre question, disant :

Si 4 aunes de Paris valent 7 aunes de Hollande, combien 21 $\frac{5}{7}$ aunes de Paris feront-elles d'aunes de Hollande ?

Multipliez 21 $\frac{5}{7}$ par 7, il viendra 152 pour nombre à diviser, que vous diviserez par 4, il viendra 38 aunes, comme il a été proposé dans l'exemple ci-dessus.

$$\frac{\not{1}\not{5}\not{2}}{\not{4}\not{4}} \;(\,38$$

Seconde manière de réduire des aunes de Hollande en aunes de Paris.

Par exemple, si on veut réduire 38 aunes de Hollande en aunes de Paris, multipliez 38 par 11 sols 5 deniers $\frac{5}{7}$, selon l'ordre de la Multiplication par sols et par deniers, et le produit donnera 21 $\frac{5}{7}$ aunes comme ci-dessus.

38 aunes de Hollande à			
	11 sols	5 den.	$\frac{1}{7}$
19			
1	18		
	12	8 den.	
	3	2	
		5	$\frac{3}{7}$,
21 liv.	14 sols	3 den.	$\frac{3}{7}$,
	ou		
21 aun. $\frac{5}{7}$.			

Faisant la Multiplication comme il se voit, il viendra 21 liv. 14 s. 3 deniers $\frac{3}{7}$; et pour les 21 livres, il faut compter 21 aunes; et pour les 14 sols 3 den. j'en ôte 13 sols 4 den. qui sont $\frac{2}{3}$ de la livre, que je compte pour $\frac{2}{3}$ d'aune, et reste 11 den. $\frac{3}{7}$, qui est une fraction d'aunage qui n'est pas considérable, qui néanmoins peut être estimée $\frac{1}{24}$ peu plus; ainsi des autres.

Avertissement sur la réduction d'aunage.

Comme j'ai dit ci-devant que pour réduire des aunes de Hollande en aunes de Paris, il faut multiplier les aunes de Hollande par 4, et diviser le produit par 7 pour avoir des aunes de Paris, par la raison que 7 aunes de Hollande ne valent que 4 aunes de Paris; ou autrement, qu'il faut multiplier les mêmes aunes de Hollande par les $\frac{4}{7}$ de 20 sols, qui est la plus juste réduction et la plus approchante.

Réduction des aunes de Flandre en aunes de Paris.

Ainsi pour réduire les aunes de Flandre en aunes de Paris, on voit que 7 aunes de Paris valent 12 aunes de Flandre; c'est pourquoi il faut multiplier lesdites aunes de Flandre que l'on veut réduire par 7, et diviser le produit par 12, en tirant le douzième pour avoir des aunes de Paris.

Ou bien multiplier les mêmes aunes de Flandre par les $\frac{7}{12}$ de 20 sols, qui sont 11 sols 8 deniers, et le produit de la Multiplication donnera des livres, sols et deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, et parties d'aune.

Réduction des verges d'Angleterre en aunes de Paris, à raison que les 9 verges font 7 aunes.

De même pour réduire des verges d'Angleterre en aunes de Paris, il faut multiplier les verges d'Angleterre par 7, et diviser le produit par 9, et l'on aura au quotient de la Division des aunes de Paris.

Autrement, il faut multiplier les verges d'Angleterre par les $\frac{7}{9}$ de 20 sols, qui sont 15 sols 6 den. $\frac{2}{3}$, et le produit donnera des livres, sols et deniers, que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, et parties d'aune.

Réduction des cannes de Languedoc en aunes de Paris.

Il arrivera la même chose pour la réduction des cannes de Languedoc, à raison que les 3 cannes valent 15 aunes de Paris.

Si donc on veut réduire des cannes de Languedoc en aunes de Paris, il faut multiplier les cannes par 5, et diviser le produit par 3, et le quotient donnera des aunes de Paris.

Autrement il faut tirer les $\frac{2}{3}$ des cannes, et les ajoutant aux cannes mêmes, il viendra une somme de livres, sols et deniers que l'on comptera pour autant d'aunes de Paris, et parties d'aune, s'il y échet; ainsi des autres.

Avertissement.

Mais si on veut savoir le rapport qu'il y a de l'aunage des autres lieux entr'eux, comme des aunes d'Hollande ou de Flandre avec les palmes de Gênes, il faut regarder à la même Table des mesures desquelles on se sert, et on trouve pour Amsterdam 175 aunes égales à 100 aunes de Paris; par conséquent 175 aunes d'Amsterdam vaudront 480 palmes de Gênes, qui seront aussi égales à 100 aunes de Paris ou de Lyon, et par réduction 7 aunes d'Hollande vaudront 24 palmes de Gênes, égales aussi à 4 aunes de Paris.

Si donc on veut savoir combien 32 aunes d'Amsterdam vaudront de palmes à Gênes, on fera une Règle de Trois, disant :

Si 7 aunes d'Hollande valent 24 palmes de Gênes, combien 32 aunes d'Hollande vaudront-elles de palmes de Gênes ?

Faisant la Règle de Trois, selon le précepte, il viendra 109 palmes pour la réponse, et restera $\frac{5}{7}$ de palme pour la bonne mesure ; ainsi des autres.

Par cette Table, on peut facilement connaître à combien une marchandise achetée selon la mesure d'un lieu, revient à la mesure d'un autre lieu

Par exemple, un Marchand a acheté du satin à 2 livres 5 sols la palme, on demande à combien revient l'aune, mesure de Lyon ou de Paris.

Pour le savoir, multipliez les 24 palmes de Gênes, par le prix de la palme, qui est 2 livres 5 sols, il viendra 54 pour le prix des 24 palmes.

Or, puisque les 24 palmes ne font que 5 aunes de Paris ou de Lyon, les mêmes 5 aunes de Paris vaudront aussi 54 livres, qu'il faut diviser par les 5 aunes de Paris, il viendra 10 livres 16 sols, et autant vaut l'aune de satin à Paris.

Opération.

24 palmes
à 2 livres 5 sols.

48	$\frac{54}{55}$ (10 liv. $\frac{4}{5}$ ou 16 sols.
6	

R. 54 livres à diviser par 5.

Autre Exemple.

Un Marchand a acheté du drap de Hollande à 11 livres 10 sols, aunage de Hollande ; on demande à combien reviendra l'aune du même drap, aunage de Paris.

Il faut considérer que les 7 aunes de Hollande en font 4 à Paris, c'est pourquoi il faut multiplier les 7 aunes de Hollande par 11 livres 10 sols, qui est le prix de l'aune de Hollande, et il viendra 80 livres 10 sols pour le prix de 7 aunes de Hollande, et autant valent aussi les 4 aunes de Paris; puisque les 4 aunes de Paris sont égales aux 7 aunes de Hollande, divisez donc 80 livres 10 sols par 4 en tirant le quart, et il viendra 20 livres 2 sols 6 deniers, et autant vaudra l'aune à Paris.

Opération.

7 aunes de Hollande
à 11 livres 10 sols.

℞. 80 livres 10 sols, dont il faut tirer le quart, il viendra 20 livres 2 sols 6 deniers pour la valeur de l'aune de Paris.

Preuve.

Pour preuve, on fera une autre demande, savoir, combien vaut l'aune de drap en Hollande, à raison que le même drap vaut 20 livres 2 sols 6 deniers à Paris.

Il faut considérer que 4 aunes à Paris valent 7 aunes en Hollande, par conséquent multipliez le prix de l'aune de Paris, qui est 20 liv 2 sols 6 den. par les 4 aunes de Paris, il viendra pour leur valeur 80 liv. 10 sols, et autant vaudront aussi les 7 aunes de Hollande; c'est pourquoi il faut diviser les mêmes 80 liv. 10 sols par 7 en tirant le septième, et il viendra 11 liv. 10 sols pour la valeur de l'aune en Hollande, comme ci-dessus.

Opération.

4 aunes Paris
à 20 liv. 2 sols 6 deniers.

Produit. 80 liv. 10 sols à diviser par 7.
$\frac{1}{7}$ 11 liv. 10 sols pour la valeur de l'aune de Hollande.

Autre Exemple.

Un Marchand ayant acheté une pièce de drap de satin en Languedoc, à raison de 13 liv. 15 sols la canne; on demande à combien lui reviendra l'aune mesure de Hollande.

Considérez que les 60 cannes de Languedoc font 175 aunes en Hollande, ou par abréviation, que les 12 cannes de Languedoc valent 35 aunes de Hollande; partant on multipliera les 12 cannes de Languedoc par le prix de la canne, qui est 13 liv. 15 sols, il viendra 165 liv. pour le prix de 12 cannes, et autant valent aussi les 35 aunes de Hollande : c'est pourquoi il faut diviser 165 liv. par les 35 aunes de Hollande, il viendra 4 liv. 14 sols 3 den. $\frac{3}{7}$, et autant vaudra l'aune de Hollande.

Preuve.

La preuve se fera par son contraire, comme dans l'exemple précédent.

On peut faire plusieurs semblables réductions, observant ce que je viens d'enseigner sur icelles.

Or, pour les mesures que l'on appelle cannes, il faut noter que la canne se réduit en 8 pans; le pan en $\frac{1}{2}\frac{1}{3}\frac{1}{4}\frac{1}{6}$, pour lesquels signifier on prend les parties de 12 deniers, ainsi que l'on a pris les parties aliquotes de 20 sols à l'aunage; c'est-à-dire, que quand on trouvera $\frac{1}{2}$ pan, pour en faire addition, on posera 6 deniers, etc. pour $\frac{1}{3}$ 4 deniers, pour $\frac{1}{4}$ 3 deniers, etc. on en peut faire un bordereau tout ainsi que celui de l'aunage, comme il se voit dans l'exemple ci-après.

Supposé qu'un Marchand ait acheté 5 pièces de drap de satin, comme ci-après :

La première contenant	10 cannes	4 pans	$\frac{1}{2}$ ou 6 d.
La seconde	8	5	$\frac{1}{3}$ ou 4
La troisième	12	5	$\frac{1}{4}$ ou 3
La quatrième	9	9	$\frac{3}{4}$ ou 9
La cinquième	12	6	$\frac{2}{3}$ ou 8
℞.	54 cannes	5 pans $\frac{1}{2}$.	

Ayant fait l'Addition, j'ai trouvé 30 deniers qui valent 2 sols 6 den. c'est-à-dire, 2 pans et $\frac{1}{2}$; j'ai posé $\frac{1}{2}$, et j'ai retenu 2, que j'ai porté avec les pans, qui font 29 en nombre, qui valent 3 cannes et 5 pans, j'ai écrit 5 pans, et retenu 3 cannes pour joindre aux cannes ; puis poursuivant l'Addition, il s'est trouvé 54 cannes 5 pans $\frac{1}{2}$ en tout, pour la quantité des cannes et parties des 5 pièces de drap de satin.

Des Poids.

Le poids n'est autre chose qu'une mesure par laquelle on examine quel rapport il y a des choses pesantes les unes aux autres : et afin de conserver en la mémoire la diversité des poids et le rapport qu'il y a entr'eux, j'ai mis par ordre douze Tables, qui se verront ci-après, ensuite de la Table des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre lesquelles il y a correspondance et rapport pour le poids.

TABLE des noms des vingt-deux Villes ou Provinces entre lesquelles il y a correspondance pour les poids.

Et parce qu'il y a plusieurs endroits où la ℔ de poids est égale, on voit dans la Table ci-dessus les lieux où le poids est égal, enfermés avec un crochet pour les faire remarquer, et se trouveront nommés de même à la tête des douze Tables qui se verront ci-après; par exemple, on verra en tête de la première Table, Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg, parce que 100 ℔ de Paris sont égales à 100 ℔ de Besançon, comme aussi à 100 ℔ de Strasbourg, et ainsi les poids de ces quatre endroits

étant égaux, il ne faut qu'une seule Table pour le rapport de leurs poids à celui des autres lieux contenus en la même première Table; ainsi des autres.

Première Table de la correspondance des poids.

100 ℔ de poids de Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg, sont égales à

116	De Lyon,
96 2/3	De Rouen,
121	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
125	De Marseille et de la Rochelle,
89	De Genève,
101	De Bourg-en-Bresse,
165 1/2	De Venise,
155	De Gênes, Milan et Piémont,
103	D'Anvers,
98	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
109 1/2	De Londres.

Seconde Table.

100 ℔ de Lyon sont égales à

86	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
83 1/2	De Rouen,
104	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
106	De Marseille et de la Rochelle,
77	De Genève,
87	De Bourg-en-Bresse,
143	De Venise,
133 1/3	De Gênes, Milan et Piémont,
98	D'Anvers,
85	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
94	De Londres.

Troisième Table.

	100 ₶ de Rouen sont égales à
120	De Lyon,
104	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
125	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
127 $\frac{1}{2}$	De Marseille et la Rochelle,
92	De Genève,
105	De Bourg-en-Bresse,
171 $\frac{1}{2}$	De Venise,
160	De Gênes, Milan et Piémont,
109	D'Anvers,
102	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
113 $\frac{1}{4}$	De Londres.

Quatrième Table.

	100 ₶ de Toulouse, Montpellier et Avignon, sont égales à
96	De Lyon,
83	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
80	De Rouen,
102	De Marseille et la Rochelle,
74	De Genève,
83 $\frac{2}{3}$	De Bourg-en-Bresse,
137	De Venise,
128	De Gênes, Milan et Piémont,
87 $\frac{1}{4}$	D'Anvers,
81 $\frac{1}{3}$	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg.
90 $\frac{1}{4}$	De Londres.

Cinquième

Cinquième Table.

100 ₶ de Marseille et de la Rochelle sont égales à

94	De Lyon,
81	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
78 $\frac{2}{3}$	De Rouen,
98 $\frac{1}{51}$	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
72 $\frac{1}{4}$	De Genève,
82	De Bourg-en-Bresse,
14 $\frac{1}{4}$	De Venise,
125 $\frac{1}{3}$	De Gênes, Milan et Piémont,
85 $\frac{1}{2}$	D'Anvers,
79 $\frac{2}{7}$	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
88 $\frac{1}{4}$	De Londres.

Sixième Table.

100 ₶ de Genève sont égales à

130	De Lyon,
112	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
108 $\frac{1}{5}$	De Rouen,
135 $\frac{1}{3}$	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
138	De Marseille et la Rochelle,
113	De Bourg-en-Bresse,
185 $\frac{1}{3}$	De Venise,
173	De Gênes, Milan et Piémont,
118	D'Anvers,
110	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
123	De Londres.

Septième Table.

100 ₶ de Bourg-en-Bresse sont égales à

115	De Lyon,

99	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
95 $\frac{1}{4}$	De Rouen,
120	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
122	De Marseille et la Rochelle,
88 $\frac{1}{2}$	De Genève,
164	De Venise,
153 $\frac{1}{2}$	De Gênes, Milan et Piémont,
104 $\frac{1}{2}$	D'Anvers,
97	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
108 $\frac{3}{4}$	De Londres.

Huitième Table.

100 ₶ de Venise sont égales à

70	De Lyon,
60 $\frac{1}{3}$	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
58 $\frac{1}{3}$	De Rouen,
73	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
74 $\frac{1}{4}$	De Marseille et la Rochelle,
54	De Genève,
61	De Bourg-en-Bresse,
93 $\frac{1}{3}$	De Gênes, Milan et Piémont,
63 $\frac{1}{3}$	D'Anvers,
59 $\frac{1}{3}$	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
95 $\frac{1}{3}$	De Londres.

Neuvième Table.

100 ₶ de Gênes, Milan et Piémont sont égales à

75	De Lyon,
64 $\frac{1}{2}$	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
62 $\frac{1}{2}$	De Rouen,
78	De Toulouse, Montpellier et Avignon,

79 ¾	De Marseille et la Rochelle,
57 ¾	De Genève,
65 ¼	De Bourg-en-Bresse,
107	De Venise,
68 ⅓	D'Anvers,
63 ½	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
71	De Londres.

Dixième Table.

100 ₶ d'Anvers sont égales à

110	De Lyon,
95	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
91 ⅔	De Rouen,
114 ¼	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
116 ¼	De Marseille et la Rochelle,
84 ¼	De Genève,
96	De Bourg-en-Bresse,
157	De Venise,
146 ⅔	De Gênes, Milan et Piémont,
95	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg,
104	De Londres.

Onzième Table.

100 ₶ de Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg sont égales à

117 ¾	De Lyon,
102	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
98	De Rouen,
123	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
125 ½	De Marseille et la Rochelle,
91	De Genève,
103	De Bourg-en-Bresse,
168 ½	De Venise,

157 ½ De Gênes, Milan et Piémont,
107 ¼ D'Anvers,
111 ½ De Londres.

Douzième Table.

100 ℔ de Londres sont égales à :

105	De Lyon,
92 ½	De Paris, Amsterdam, Besançon et Strasbourg,
88	De Rouen,
110	De Toulouse, Montpellier et Avignon,
112 ½	De Marseille et la Rochelle,
88 ½	De Genève,
92	De Bourg-en-Bresse,
151	De Venise,
141	De Gênes, Milan et Piémont,
96	D'Anvers,
89 ⅔	De Bâle, Berne, Francfort et Nuremberg.

Usage des Tables précédentes.

Pour se servir des Tables ci-devant; par exemple, si on veut savoir combien il faut de livres du poids d'un lieu, pour faire 100 livres dans un autre lieu, il faut chercher la Table où est le lieu duquel on demande le 100; comme si on demande combien il faut de livres de Montpellier pour faire 100 livres du poids de Paris, on regarde la Table où Paris est en tête, et descendant vis-à-vis de Montpellier, on voit qu'il y a 121, qui montre qu'il faut 121 livres du poids de Montpellier pour faire 100 livres du poids de Paris.

Autre Exemple.

On veut savoir combien il faut de livres du poids de Marseille, pour faire 100 livres du poids d'Avignon; il faut regarder la Table où Avignon est en tête, et descendant vis-à-vis de Marseille, on voit qu'il y a 102; c'est-à-dire, qu'il faut 102 ℔ du

poids de Marseille, pour faire 100 # du poids d'Avignon; et ainsi des autres.

Après avoir donné les Tables ci-dessus, par lesquelles, sans avoir recours aux Règles, on voit le rapport qu'il y a du 100 de # de poids d'un lieu à un autre lieu contenu dans la même Table; maintenant si l'on n'a point en mains ces Tables, et que l'on sache seulement le rapport ou la correspondance des poids de chaque lieu à l'égard de 100 de Paris ou autre endroit, et que l'on veuille savoir combien il faut de livres d'un lieu pour faire 100 l. à un autre lieu;

Par exemple, si on voulait savoir combien il faut de # de Marseille pour faire 100 # d'Avignon, on voit à la première Table, où Paris est en tête, que 100 # de Paris sont égales à 121 d'Avignon, et à 123 de Marseille; c'est pourquoi il faut dire :

Si 121 # d'Avignon valent 123 de Marseille, combien 100 # d'Avignon? Faisant la Régle de Trois selon le précepte, on trouvera 102 # de Marseille pour la valeur de 100 # d'Avignon.

On opérera de même façon pour le rapport de quelque lieu que ce soit à l'égard de celui d'un autre endroit.

Autre Exemple.

Sachant que 96 # de Lyon font 74 # de Genève, 100 # de Genève 112 # de Paris, et que 100 # de Paris valent 50 livres tournois, combien vaudront 48 # de Lyon?

Pour résoudre cette question, il faut se servir de la Règle conjointe, et on trouvera que les 48 # de Lyon vaudront 20 livres $\frac{18}{25}$.

Disposition de la Règle.

Si	96 # de Lyon font	74 # à Genève,	combien
	100 # de Genève	112 # de Paris,	38 # de
	100 # de Paris,	50 # tournois,	Lyon?
			R. 20 $\frac{1}{28}$

Comme j'ai expliqué la Règle conjointe, je me contente de mettre la Règle en disposition, sans en faire l'opération, et d'en donner la réponse.

On peut à l'infini former des exemples à l'imitation de ceux ci-dessus; c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire, pour passer à l'explication ✝

✝ *Du Rapport des Monnaies.*

Comme il n'y a point de stabilité dans la valeur des monnaies, et qu'elles sont sujettes à changer de prix, quand il plaît au Prince sous l'autorité duquel elles sont fabriquées, par la même raison il n'y a point de certitude dans les Tables que l'on pourrait dresser pour le rapport d'icelles aux monnaies étrangères, les pièces d'or ou d'argent, particulièrement en France, étant évaluées, tantôt à un prix, et tantôt à un autre; c'est pourquoi je me contenterai de dire tout simplement que la livre tournois vaut toujours 20 sols tournois.

Le sol,	12 deniers.
La livre parisis,	25 s. tournois.
Le sol parisis,	15 deniers.
L'écu d'or sol, en matière de banque,	60 s. tournois.
Le sol d'or,	3 sols.
Le denier d'or,	3 deniers.

Réduction des livres parisis en livres tournois.

A raison qu'une livre parisis vaut 25 s. tournois, on demande combien 60 l. parisis valent de liv. tournois.

Multipliez les 60 livres parisis par 1 livre 5 sols, il viendra 75 liv. tournois pour la réponse.

Réduction des livres tournois en livres parisis.

On demande combien 75 livres tournois valent de livres parisis.

Tirez le cinquième des 75 liv. tournois, il viendra 15, que vous multiplierez par 4 pour avoir 60, c'est-à-dire 60 livres parisis, comme ci-dessus; et c'est la preuve de la réduction.

Des Trocs.

QUAND il se fait des trocs ou échanges d'une marchandise à une autre, c'est toujours par le prix des monnaies que l'on connaît la valeur des marchandises, et le gain ou la perte qui peut se faire tant à la vente qu'au troc.

Par exemple, deux Marchands veulent troquer leur marchandise : l'un a des épiceries qui ne valent que 6 sols la ℔ argent comptant, et en troc il les veut faire valoir 10 sols : l'autre a de la cire qui vaut 12 sols argent comptant ; savoir combien il la doit survendre en troc, afin de n'être point trompé.

Pour résoudre cette question et les autres semblables, il faut dire, par la Règle de Trois : Si 9 sols argent comptant valent 10 sols en troc, combien 12 sols en argent comptant vaudront-ils en troc? ℟. 13 sols 4 deniers.

Autre Exemple.

Deux Marchands veulent faire un troc de marchandise : l'un a de la serge qui vaut 56 sols l'aune argent comptant, et en troc il en veut avoir 60 sols, et s'il veut avoir le tiers argent comptant : l'autre a de la laine qui vaut 20 sols la ℔ argent comptant ; combien la doit-il vendre en troc, afin de n'être pas trompé?

Il faut prendre le tiers de 60, qui est 20, et ôter ce nombre de 56 et de 60; du premier il restera 36, et du deuxième il restera 40 : puis on dira, par Règle de Trois :

Si 36 sols comptant valent 40 sols en troc, combien 20 sols comptant? ℟. 22 sols 2 deniers $\frac{2}{3}$.

Autre Exemple.

Deux Marchands troquent leurs marchandises ; l'un a de l'étain qui vaut 8 sols la ℔ argent comptant,

et en troc il le fait valoir 10 sols; l'autre a du cuivre qui vaut 26 sols argent comptant, et en troc il le fait valoir 30 sols : savoir lequel des deux gagne le plus.

Feignons d'ignorer combien le Marchand doit survendre son cuivre à proportion que l'autre survend son étain, et disons :

Si 8 sols argent comptant valent 10 sols en troc, combien 26 sols argent comptant vaudront-ils en troc? ℞. 32 sols 6 deniers; et par ce moyen l'on connaît que le Marchand de cuivre perd 2 sols 6 den. pour ⁺⁄₊, et que l'autre Marchand les gagne.

Mais si le Marchand de cuivre voulait avoir le tiers en argent comptant, savoir lequel des deux aurait le meilleur compte.

Pour le savoir, il faut prendre le tiers de la juste valeur du cuivre, c'est 10 sols, et ôter cette somme de 26 et 30, reste 16 et 20; puis dire : Si 16 donnent 20, combien 26? ℞ 32 sols 6 deniers; et ainsi l'on connaît que le Marchand de cuivre ayant le tiers de son argent comptant, fait troc égal avec l'autre Marchand.

Règle d'Alliage.

Quoique l'alliage ne s'entende que des métaux, néanmoins on entend par alliage tout le mélange que l'on peut faire, soit de métaux ensemble, de grains différens, comme blé, seigle, orge, etc. vins, etc. Par exemple, si on proposait de trois sortes de grains, du froment, du seigle et de l'orge, le froment coûtant 30 sols le boisseau, le seigle 24 sols, et l'orge 20 sols, et que l'on voulût faire un mélange de tous ces trois grains ensemble, afin d'accommoder un prix médiocre à ce mélange de froment, de seigle et d'orge, et que le prix

commun fût de 22 sols; savoir si on voulait avoir 130 boisseaux de ce mélange, combien on en prendra de chacun.

Règle.

Pour faire cette Règle, il faut ranger le prix d'un chacun de ces grains, comme ci-après.

Froment,	30 sols		2	
Seigle,	24	22	2	
Orge,	20		8	2

14 boiss. de ce mélange.

Mettez le prix commun au-devant, entre 24 et 20, on dira : qui de 30 ôte 22, reste 8, que l'on écrira au-devant de 20, parce qu'il est moindre que 22; puis on dira qui de 24 ôte le même 22, reste 2, que l'on écrira encore vis-à-vis de 20, parce que 20 est le seul moindre que 22; car s'il y en avait un moindre, on le mettrait vis-à-vis d'icelui. Cela fait, il faut que le 20 rende à 30 et à 24 ce qu'ils lui ont prêté, savoir, ôtant de 22 le même 20, reste 2, lesquels faudra écrire tant devant 30 que devant 24, à cause que le 30 et le 24 ont donné 8 et 2 à 20. Cela étant fait, il faut ajouter tous les restes ensemble, lesquels feront 14; tellement que pour faire 14 boisseaux de ce mélange, il faut deux boisseaux de froment, 2 de seigle, et 10 d'orge; et d'autant que nous avons affaire de 100 boisseaux, il nous faut faire comme à la Règle de Société trois Règles de Trois, disant :

Si 14 donnent 2 boisseaux de froment, combien 100
Si 14 2 boisseaux de seigle...... 100
Si 14 10 boisseaux d'orge......... 100

Et faisant les trois Règles de Trois, on aura ce qu'il faudra de froment, de seigle et d'orge, pour faire les 100 boisseaux demandés; savoir :

$14\frac{2}{7}$	boisseaux	froment	à 30 sols le boisseau.
$14\frac{2}{7}$		seigle	à 24 sols.
$71\frac{3}{7}$		orge	4 20 sols.

100 boisseaux.

Pour preuve, vous voyez que les 100 boisseaux du mélange se trouvent par l'Addition des grains differens.

Et pour seconde preuve, évaluez 100 boisseaux du mélange à 22 sols, vous trouverez 110 livres.

Evaluez aussi la quantité des grains différens, chacun par son prix, et faites addition des produits; vous trouverez les mêmes 110 livres.

Autre Exemple d'Alliage.

Un Orfévre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent au prix de 25 livres le marc, et parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, et qu'il en a de plus haut et de plus bas prix, il est nécessaire qu'il les allie ensemble; il a de l'argent de quatre titres différens, le premier à 21 liv., le second à 23 liv, le troisième à 29 livres, et le quatrième à 30 liv.; on demande combien il en doit prendre de chaque sorte, pour faire les 35 marcs proposés.

livres.		marcs.
30	liv.	2
29	25	4
23		5
21		4
		15

Ayant disposé les prix l'un sous l'autre, comme il se voit.

Construction.

Il faut prendre la différence de 30 à 25; c'est ce qu'il faut écrire vis-à-vis de 23; la différence de 29 à 25 est 4, qu'il faut écrire vis-à-vis de 21.

Ensuite, en remontant, la différence de 21 à 25 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 29.

Enfin la différence de 23 à 25 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 30.

Ayant posé les différences, la somme est 15.

Maintenant, si on veut savoir combien il faudra prendre de chaque sorte d'argent pour composer les 35 marcs, comme si on veut savoir combien il en faut prendre de celui à 30 livres le marc, il faut raisonner ainsi :

Si, pour faire une masse de 15 marcs d'argent, il en faut prendre 2 marcs de celui à 30 liv., combien en faut-il prendre pour faire une masse de 35 marcs ?

Opération.

Si 15 2 35 ℞. 4 marcs $\frac{2}{3}$.

De même pour savoir combien il en faut prendre de celui à 29 livres :

Si 15 4 35 ℞. 9 $\frac{1}{3}$.

Et continuant de même pour les autres, on trouvera qu'il en faut de celui à 23 livres, 11 $\frac{2}{3}$
et de celui à 21 9 $\frac{1}{3}$

Somme 35

Ayant fait addition des marcs de différens prix, il est venu 35 marcs, et c'est la preuve.

Pour seconde et meilleure preuve, multipliez les 35 marcs par 25 livres, il viendra 875 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs de différens prix, chacun par sa valeur, la somme des produits sera aussi 875 livres.

Autre Exemple d'Alliage.

Un Orfévre a de l'argent de quatre sortes d'aloi, savoir, à 17 livres, à 19, à 24 et à 37 liv. le marc; un Seigneur le vient trouver qui veut faire faire 240 marcs de vaisselle d'argent, et entend que le marc de la vaisselle ne lui revienne qu'à 21 livres d'aloi : on demande combien ledit Orfévre doit prendre de chaque sorte de son argent, afin de composer les 240 marcs, et que le marc ne revienne qu'à 21 livres.

Je ne donnerai pas ici l'explication de cette question, me contentant de faire l'opération, comme il se voit ci-dessous, à laquelle l'on prendra garde.

livres.		marcs.
17	liv. 21	3
19		16
24		4
37		2
		25 marcs.

Tellement que pour faire 25 marcs à 21 livres le marc, il faut 3 marcs à 17 livres.

16	à 19
4	à 24
2	à 37
25	

Mais comme il est question de composer une masse de 240 marcs, on demande dans cette même proposition combien on doit prendre de chaque sorte d'argent. Il faut faire quatre Règles de Trois, comme à la Règle de Compagnie, disant, pour trouver combien il en faut de celui à 17 livres :

Si 25 . . .	3 . . .	240	R.	28 $\frac{4}{5}$ à 17
Pour le second,				
Si 25	16	240	R.	153 $\frac{3}{5}$ à 19
Si 25	4	240	R.	38 $\frac{2}{5}$ à 24
Si 25	2	240	R.	19 $\frac{1}{5}$ à 37
			Preuve	240 marcs.

Pour seconde preuve, multipliez les 240 marcs par 21, il viendra 5040 livres.

Multipliez aussi la quantité des marcs ci-dessus par leur valeur, il viendra aussi 5040.

Autre Exemple d'Alliage.

Il y a du vin à quatre prix, à 10 sols, à 8 sols, à 5 sols et à 4 sols la pinte ; on en veut avoir 100 pintes

à 6 sols, qui soit composé de ces prix-là : on disposera les nombres pour en faire l'opération comme en l'exemple ci-dessus.

10		1
8	6 s.	2
5		4
4		2
		9

Ayant rangé les prix comme ci-dessus, et trouvé les différences, il est venu 9, c'est-à-dire que pour faire 9 pintes de vin qui reviennent à 6 sols la pinte, il faut une pinte à 10 sols, 2 pintes à 8 sols, 4 pintes à 5 sols, et 2 pintes à 4 sols; et d'autant que l'on en veut avoir 100 pintes, il faut dire par Régle de Trois :

Si 9 requièrent	1 pinte à 10 s. combien	100.	℞. 11 $\frac{1}{9}$
Si 9	2	100.	℞. 22 $\frac{2}{9}$
Si 9	4	100.	℞. 44 $\frac{4}{9}$
Si 9	2	100.	℞. 22 $\frac{2}{9}$
		Somme	100 pint.

La preuve se fait comme celle des Règles précédentes.

Autre sorte de Règle d'Alliage.

Si l'on proposait de mélanger plusieurs grains ou étoffes de divers prix, et que l'on sût la quantité de chacune, pour savoir le prix de ce qui serait mélangé.

Par exemple, s'il était proposé de mêler 15 boisseaux de froment à 22 sols le boisseau, avec 25 boisseaux de seigle à 16 sols le boisseau, et 12 boisseaux d'orge à 13 sols; le mélange étant fait, on demande à combien revient le boisseau dudit mélange.

Pour le savoir, il faut disposer la quantité des grains différens comme ci-dessous, et le prix de

chacun au-devant; ensuite il faut multiplier à part la quantité de chaque grain par son prix, et ajoutant les trois produits, ou plus, s'il y en avait, la somme de l'addition doit être divisée par le nombre des boisseaux, pour trouver au quotient la valeur du boisseau de ce mélange, comme il se voit par la disposition de la question à laquelle je me suis contenté de donner la réponse sans faire l'opération des Multiplications.

15 boisseaux de froment à	22 s. valent	330 sols.
25 boisseaux de seigle à	16	400
12 boisseaux d'orge à	13	156
—		———
52 diviseur. Somme des produits		886 s. à divis.

362
886
——— (17 sols, et reste 2 sols par-dessus le tout.
522
5

Ayant trouvé la somme des produits, qui est 886 sols, je l'ai divisée par le nombre des boisseaux qui est 52, il s'est trouvé au quotient 17 sols pour la valeur du boisseau du mélange proposé, et reste 2 sols par-dessus le tout.

Pour preuve, multipliez les 52 boisseaux par 17 sols, et ajoutez les 2 sols restés, le produit sera juste **les 886 sols qui ont été divisés.**

Voyez sur ce même sujet la question du Maître Chapelier, page 147.

Nouvelle Méthode du sieur FAURE, *pour résoudre la Règle d'Alliage, sans se servir de la Règle de Trois, beaucoup plus facile que celle que tous les Auteurs nous ont donnée, et par laquelle on évite toutes les fractions, ce qui ne se peut faire par l'ancienne méthode, comme on le verra dans les deux Exemples ci-dessous.*

Opération sur le premier Exemple de la page 225.

On veut faire le mélange de 100 boisseaux de trois sortes de grains à 22 sols le boisseau ; on a du froment à 30 sols le boisseau, du seigle à 24 sols, et de l'orge à 20 sols : on demande combien il faut en prendre de chacun.

Pour faire cette Règle, il faut ranger le prix de chacun de ces grains, comme il se voit ci-après en A.

Ayant disposé le prix de chaque boisseau l'un sous l'autre, il faut toujours prendre la différence du plus haut prix au moindre ; de même que des autres au moindre ; disant : la différence de 30 à 20 est 10, qu'il faut poser vis-à-vis de 30 ; la différence de 24 à 20 est 4, qu'il faut poser vis-à-vis de 24, comme il se voit en B.

Ces deux différences 10 et 4, sont deux diviseurs qu'il ne faut pas perdre de vue, qui servent à diviser le nombre que l'on va trouver, comme il suit.

Il faut multiplier 100 boisseaux par le prix du mélange, qui est 22, il viendra 2200 sols, ou 100 liv. comme il se voit en C.

Il faut encore multiplier 100 boisseaux par le moindre prix, qui est 20 sols; on aura 2000 sols,

comme il se voit en D. Il faut ôter 2000 de 2200, il restera 200, qui est le nombre à diviser, comme il se voit en E.

	A	B	C	D
Froment,	30 sols.	10	22	20
Seigle,	24	4	100	100
Orge,	20			
			2200 *	2000
			* 2000	
			200 E.	

La Règle étant ainsi disposée, il faut partager 200 en deux parties pour être divisées, l'une par 10 pour avoir des boisseaux à 30 sols, l'autre par 4 pour avoir des boisseaux à 24 sols, de manière que la partie qui sera divisée par 10, soit la plus grande qu'il se pourra, et qu'il ne reste rien. La partie qui sera divisée par 4, sera la plus petite qu'il se pourra, et qu'il ne reste rien non plus. Or, 180 et 20 sont les deux nombres qu'il faut prendre.

On divisera donc 180 par 10, il viendra 18 boisseaux de froment, et 20 par 4, il viendra 5 boisseaux de seigle. Pour trouver combien il faut de boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés 18 et 5 qui font 23, pour aller à 100, reste 77 ; c'est-à-dire, qu'il faut 77 boisseaux d'orge, et l'opération est faite.

Preuve.

18 boisseaux de froment	à 30 s. font 27 l.
5 boisseaux de seigle	à 24 s. font 6 l.
77 boisseaux d'orge	à 20 s. font 77 l.
100 boiss. de différens grains	font 110 l.
100 boisseaux de mélange	à 22 s. font 110 l.

On voit par l'opération ci-dessus, qu'il est plus facile d'opérer par la nouvelle que par l'ancienne méthode.

Avantage de la nouvelle Méthode.

Si le Marchand de grains n'avait que 16 boisseaux de froment, il faut prendre le même nombre à diviser ci-dessus 200, et les mêmes diviseurs 10 et 4. et opérer ainsi qu'il suit :

Il faut soustraire 10 fois 16 qui font 160, de 200, pour avoir 16 boisseaux de froment, le reste 40 il faut le diviser par 4, on aura 10 boisseaux de seigle. Pour avoir les boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui font 26 pour aller à 100, reste 74, qui font 74 boisseaux d'orge.

Preuve.

16 boisseaux de froment	à 30 s. font 24 liv.
10 boisseaux de seigle	à 24 s. font 12
74 boisseaux d'orge	à 20 s. font 74
100 boiss. de différens prix	font 110 liv.
100 boisseaux de mélange	à 12 s. font 110 liv.

On peut toujours diminuer les boisseaux de froment de deux en deux, on trouvera encore sept combinaisons, sans rencontrer aucune fraction. Voici la dernière de ces sept.

Si le Marchand n'a que deux boisseaux de froment, il faut ôter 2 fois 10 qui font 20, de 200, il restera 180 à diviser par 4, il viendra 45 boisseaux de seigle. Pour avoir le nombre des boisseaux d'orge, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés, qui sont 2 et 45, qui font 47, pour aller à 100 reste 53, c'est-à-dire, qu'il faut 53 boisseaux d'orge.

Preuve.

2 boisseaux froment	à 30 s. font	3 liv.
43 boisseaux seigle	à 24 s. font	54
53 boisseaux orge	à 20 s. font	53
100 boiss. à différens prix	font	110 liv.
100 boiss. de mélange	à 22 s. font	110 liv.

Avec le nombre à diviser 200, on peut mettre telles fractions que l'on voudra, en se servant toujours des mêmes diviseurs 10 et 4; ce que l'on ne peut faire avec l'ancienne méthode.

Exemple.

Le Marchand de grains n'ayant que 5 boisseaux et demi de seigle, il veut tout mettre dans le mélange. Il faut ôter 4 fois 5 $\frac{1}{2}$ qui font 22 de 200, il restera 178, qui étant divisés par 10, on aura au quotient 17 $\frac{8}{10}$, qui sont 17 $\frac{8}{10}$ boisseaux de froment. Pour avoir le nombre des boisseaux de seigle, il faut ajouter les boisseaux déjà trouvés qui sont 5 $\frac{1}{2}$ et 17 $\frac{8}{10}$, qui font 23 $\frac{3}{10}$, pour aller à 100, reste 76 $\frac{7}{10}$, c'est-à-dire 76 $\frac{7}{10}$ boisseaux d'orge.

Preuve.

17 $\frac{8}{10}$ boisseaux froment	à 30 s. font	26 l. 14 s.
5 $\frac{5}{10}$ boisseaux seigle	à 24 s. font	6 l. 12 s.
76 $\frac{7}{10}$ boisseaux orge	à 20 s. font	76 l. 14 s.
100 boiss. à différens prix	font	110 l. 0 s.

Seconde Opération sur l'exemple de la page 227.

Un Orfévre veut faire un ouvrage qui doit peser 35 marcs d'argent, au prix de 25 livres le marc, et parce qu'il n'a point d'argent à ce titre-là justement, et qu'il en a à quatre titres différens, savoir, à 30 livres le marc, à 29, à 23 et 21 livres; on demande combien il en faut prendre de chaque sorte, pour faire les 35 marcs proposés.

Il faut ranger les prix de chaque marc l'un sous l'autre, comme il se voit ci-dessous en A.

Il faut prendre la différence toujours du plus bas prix aux plus hauts, disant : la différence de 30 à 21 est 9, qu'il faut poser vis-à-vis de 30 ; la différence de 29 à 21 est 8, qu'il faut poser vis-à-vis de 29; et la différence de 23 à 21 est 2, qu'il faut poser vis-à-vis de 23, comme il se voit en B. Ces trois différences, 9, 8 et 2. sont trois diviseurs qui doivent diviser le nombre que l'on va trouver.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 35 marcs par 25 liv. prix du marc de l'ouvrage que l'Orfévre veut faire, il viendra 875, comme il se voit en C. Il faut aussi multiplier lesdits 35 marcs, par 21 livres, prix de l'argent le plus bas, on aura 735, comme il se voit en D. Il faut soustraire 735 de 875, il restera 140, comme il se voit en E.

A	B	C	D	E
30	9	35	35	* 875
29	8	25.	21	+ 735
23	2	———	———	———
21		175	35	140
		70	70	
		———	———	
		* 875	+ 735	

Ayant trouvé les trois diviseurs 9, 8 et 2, et le nombre à diviser 140, il faut partager 140 en trois parties qui puissent chacune se diviser sans reste, par chacun des trois diviseurs 9, 8 et 2, que la partie qu'on divisera par 9, soit la plus grande qu'il se pourra : comme 126, 8 et 6. Si on divise 126 par 9, il viendra 14 marcs à 30 livres; si on divise 8 par 8, il viendra un marc à 29 livres; et enfin divisant 6 par 2, il viendra 3 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre des marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà

trouvés qui sont 14, 1, 3, qui font 18, pour aller à 35 reste 17, c'est-à-dire, qu'il faut 17 marcs à 21 liv.

Preuve.

14 marcs à 30 liv.	font 420 liv.
1 marc à 29 liv.	fait 29 liv.
3 marcs à 23 liv.	font 69 liv.
17 marcs à 21 liv.	font 357 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font 875 liv.

Si l'Orfévre n'avait que 12 marcs à 30 livres, il faut ôter 9 fois 12 qui font 108, du nombre à diviser 140, pour avoir 12 marcs à 30 livres, il restera 32; de 32 il en faut ôter 3 fois 8 qui font 24, pour avoir 3 marcs à 29 livres; le reste 8 étant divisé par 2, donnera 4 marcs à 23 livres. Pour avoir le nombre de marcs à 21 livres, il faut ajouter les marcs déjà trouvés 12, 3 et 4, qui font 19, pour aller à 35 reste 16, qui font autant de marcs à 21 livres.

Preuve.

12 marcs à 30 liv.	font 360 liv.
3 marcs à 29 liv.	font 87 liv.
4 marcs à 23 liv.	font 92 liv.
16 marcs à 21 liv.	font 336 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.
35 marcs à 25 liv.	font 875 liv.

Opérant comme il vient d'être enseigné en dernier lieu, on trouvera les combinaisons suivantes.

10 marcs à 30 liv.	font 300 liv.
6 marcs à 29 liv.	font 174 liv.
1 marc à 23 liv.	fait 23 liv.
18 marcs à 21 liv.	font 378 liv.
35 marcs à diffé. prix	font 875 liv.

8	marcs à 30 liv.	ſont 240 liv.
6	marcs à 29 liv.	ſont 174 liv.
10	marcs à 23 liv.	ſont 230 liv.
11	marcs à 21 liv.	ſont 231 liv.
35	marcs à différ. prix.	ſont 875 liv.

6	marcs à 30 liv.	ſont 180 liv.
9	marcs à 29 liv.	ſont 261 liv.
7	marcs à 23 liv.	ſont 161 liv.
13	marcs à 21 liv.	ſont 273 liv.
35	marcs à différ. prix	ſont 875 liv.

4	marcs à 30 liv.	ſont 120 liv.
12	marcs à 29 liv.	ſont 348 liv.
4	marcs à 23 liv.	ſont 92 liv.
15	marcs à 21 liv.	ſont 315 liv.
35	marcs à différ. prix	ſont 875 liv.

2	marcs à 30 liv.	ſont 60 liv.
15	marcs à 29 liv.	ſont 435 liv.
1	marc à 23 liv.	fait 23 liv.
17	marcs à 21 liv.	ſont 357 liv.
35	marcs à différ. prix	ſont 875 liv.

10	marcs à 30 liv.	ſont 300 liv.
5	marcs à 29 liv.	ſont 145 liv.
5	marcs à 23 liv.	ſont 115 liv.
15	marcs à 21 liv.	ſont 315 liv.
35	marcs à différ. prix	ſont 875 liv.

6	marcs	à	30 liv.	font	180	liv.
8	marcs	à	29 liv.	font	232	liv.
11	marcs	à	23 liv.	font	253	liv.
10	marcs	à	21 liv.	font	210	liv.
35	marcs	à	differ. prix	font	875	liv.

4	marcs	à	30 liv.	font	120	liv.
10	marcs	à	29 liv.	font	290	liv.
12	marcs	à	23 liv.	font	276	liv.
9	marcs	à	21 liv.	font	189	liv.
35	marcs	à	differ. prix	font	875	liv.

On pourrait encore trouver grand nombre de combinaisons; mais ceci suffit pour faire voir l'avantage de cette nouvelle méthode sur l'ancienne.

Autre Question.

Un Orfévre a fait un vaisseau qui pèse 10 marcs d'argent, à 48 livres le marc, il y a mis de l'argent de France à 52 livres le marc, et de l'argent d'Allemagne à 36 livres : on demande combien il y a de marcs à 52 et à 36 livres.

Il faut poser 52 liv. et 36 liv. l'un sous l'autre, et prendre la différence de 52 à 36, qui est 16 qu'il faut poser vis-à-vis de 52. Cette différence 16 est le diviseur cherché.

Pour trouver le nombre à diviser, il faut multiplier les 10 marcs par 48 livres, on aura 480 pour la valeur du vaisseau; il faut aussi multiplier les mêmes 10 marcs par 36, qui est le plus bas prix, on aura 360.

Il faut soustraire 360 de 480, il restera 120 pour le nombre à diviser : ainsi divisant 129 par 16, il viendra au quotient 7 ½, c'est-à-dire 7 ½ marcs à

52 livres; ôtant $7 \frac{1}{2}$ de 10 marcs, il restera $2 \frac{1}{2}$ marcs à 36 livres.

Preuve.

$7 \frac{1}{2}$ marcs à 52 liv.	font 390 liv.
$2 \frac{1}{2}$ marcs à 36 liv.	font 90 liv.
10 marcs à différ. prix	font 480 liv.
10 marcs à 48 liv.	font 480 liv.

S'il y avait cinq sortes de métaux, grains, etc. à mélanger, il faut toujours suivre les explications ci-dessus; alors on aura quatre diviseurs à chercher : pour le nombre à diviser, il se cherche toujours de même.

RÈGLE DE CHANGE.

Règle d'Intérêt.

Ces Règles, quoique différentes du titre, sont néanmoins semblables pour l'opération et pour le raisonnement aussi, où il y a fort peu de différence.

Entre les Financiers, Banquiers et Marchands, le change ou l'intérêt se compte à tant pour 100 de perte ou de profit, comme

à 10 pour 100
$7 \frac{1}{2}$ pour 100
5 pour 100
$2 \frac{1}{2}$ pour 100, etc.

Et le change n'est autre chose qu'un profit que le Banquier fait de son argent ; c'est-à-dire qu'il gagne autant comme son argent lui profiterait, s'il le donnait à intérêt.

Pour l'opération de ces Règles, il n'y a autre chose à observer, sinon de former une Règle de Trois;

puis opérant selon le précepte d'icelle, on trouve la réponse à la question, comme il se voit par les exemples suivans.

Avertissement sur la Division par 100.

Il faut remarquer que quand on divise par 100, comme ci-après, il faut retrancher les deux dernières figures du nombre à diviser, et les figures à main gauche seront le quotient de la Division, soit que l'on divise des livres, des sols ou des deniers, il n'importe, parce que l'ordre de la Division ne change point.

De plus divisant des livres, s'il en reste, il les faut réduire en sols, en les multipliant par 20, pour les diviser de même que les livres.

Enfin ayant divisé des sols, s'il en reste, il les faut réduire en deniers, en les multipliant par 12, pour les diviser de même que les livres et les sols.

De l'utilité du Change.

La difficulté de transporter de l'argent d'un lieu à un autre, tant pour la pesanteur que pour les risques que l'on court sur les chemins, a donné lieu d'établissement à plusieurs Places, que l'on nomme Places de Change, comme à Paris, à Lyon, à Rouen, et autres endroits du Royaume, par le moyen de quoi chacun reçoit du soulagement, pouvant faire tenir telle somme d'argent que l'on veut, moyennant une Lettre de Change d'un Banquier, ou autre Négociant, pour laquelle on lui paye la valeur en deniers comptans, avec le change de la somme portée par ladite Lettre.

Question sur la Règle du Change.

Un Particulier voulant aller de Paris à Toulouse, va trouver un Banquier, pour lui faire recevoir 3000 livres net au même lieu; on demande combien il faut donner au Banquier pour le change desdites 3000 livres,

5000 livres, le change étant accordé à 3 livres pour 100.

Il faut dire par Règle de Trois :

Si pour 100 livres on paye 3 livres, combien pour 5000 livres?

Opération.

Si 100 liv coûtent 3 liv. combien 5000
3

R. 90 9000

Ayant fait la Règle, il est venu 90 livres qu'il faut payer pour le change; et partant il faut payer au Banquier 3090 livres, lequel fournira Lettre de Change de 5000 livres net sur son Correspondant de Toulouse.

Autre Exemple.

Mais si on veut savoir combien on recevra d'argent net à Toulouse, baillant 3000 livres à un Banquier de Paris, selon la même condition de 3 pour 100, il faut faire la Règle d'Escompte, disant :

Si 103 livres sont réduites à 100 livres, à combien 5000 liv.? Faisant l'opération, il viendra 2912 livres 12 sols 5 deniers $\frac{11}{103}$ que l'on recevra de net à Toulouse.

La construction de la Règle d'Escompte se verra ci-après.

Autre Exemple.

Quelqu'un ayant affaire de 300 liv. pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier pour les recevoir; on demande de combien la Lettre de Change doit être faite, prenant le Change ou la remise à 3 pour 100.

Il faut dire par Règle de Trois :

Si 100 liv. valent 103 combien 300 livres?

309 00

La réponse de la question sont les nombres séparés

à gauche, savoir 309; et partant ce particulier doit fournir au Banquier une Lettre de Change de 309 livres.

Autre Exemple.

Mais si ce particulier avait une Lettre d'un autre toute faite de 300 livres seulement à fournir au Banquier, savoir combien le Banquier lui devrait compter d'argent, rabattant le change à 3 pour 100.

Il y en a plusieurs qui ne prenant pas garde que c'est un escompte à faire, rabattraient 3 pour 100 seulement, et partant rabattraient 9 liv. sur 300, et payeraient le reste; ce qui n'est pas juste à l'égard de celui qui fournit la Lettre, comme je le ferai voir, lorsque je traiterai de la Règle d'Escompte ci-après; c'est pourquoi je n'en parlerai pas davantage ici.

Autre Question.

Quelqu'un veut prendre 3000 livres pour les prochains payemens de Lyon, le change étant à 2 $\frac{1}{2}$ pour $\frac{0}{0}$; on demande combien il doit payer pour le change desdites 3000 livres.

Dites par Règle de Trois :

Si 100 donne 2 $\frac{1}{2}$ combien 3000? et faisant la Règle, on trouvera qu'il faut payer 75 liv. pour le change; avec 3000 font 3075 liv. dont le débiteur fera promesse en blanc de fournir une Lettre de Change pour les prochains payemens de Lyon.

Autre Question.

Un Banquier de Bordeaux remet 1000 liv. à un Particulier sur un Banquier de Paris, mais la Lettre d'avis envoyée au Banquier, porte qu'il retienne le change à raison de 3 pour 100; on demande combien le Banquier doit retenir.

Il faut raisonner ainsi : Puisque les 1000 liv. sont composées du principal et de la remise, il faut déta-

cher la remise d'avec le principal, et se servir en cette rencontre de la Règle d'Escompte, et non pas de la Règle de Change simplement; car si le Banquier tirait la remise de 1000 livres à 3 pour 100, elle se monterait à 30 liv. et resterait à payer 970 liv. pour la Lettre de 1000 liv.; ce qui tournerait au préjudice du créancier : c'est de quoi je parlerai encore dans la Règle d'Escompte ci-après.

Autre Question, pour faire voir ce que c'est que le change du change, ou l'intérêt de l'intérêt.

Quelqu'un prend 5000 liv. à change ou à intérêt sur la place pour 3 mois, à 2 ½ pour 100 de sa perte pour les 3 mois; on demande combien il doit payer tant pour le principal que pour le change au bout desdits trois mois.

Dites par Règle de Trois :

Si pour 100 liv. on paye 102 ½ liv. pour principal et intérêt, combien payera-t-on pour 5000 liv.?

Faites la Règle de Trois, et vous trouverez pour ℞. 5125 liv. que le débiteur doit payer au bout des 3 mois, tant pour le principal que pour le change; ainsi des autres.

Mais comme le débiteur susdit, son terme étant venu, n'a pas d'argent pour payer la partie de 5125 liv., il demande à son créancier qu'il lui prolonge encore la partie de 5125 liv. pour 3 autres mois, à condition de lui en payer le change à la même raison de 2 ½ pour %.

Il s'agit donc de voir combien les 5125 liv. monteront, tant en principal qu'intérêt. Pour faire cette Règle, il faut dire comme ci-devant :

Si pour 100 liv. on paye 102 ½ livres, combien pour 5125 liv.? Faisant la Règle de Trois, vous trouverez pour ℞. 5253 liv. 2 s. 6 den. à payer au bout de ces 3 derniers mois.

Et si au bout du terme, le débiteur ne veut ou ne peut encore payer, il renouvellera de rechef sa promesse payable à 3 mois suivans, et y comprendra le change comme ci-dessus ; ainsi des autres.

Avis sur les intérêts.

Il faut remarquer que dans les Règles d'intérêts, il est nécessaire de trouver l'intérêt d'une somme à raison de l'intérêt et du temps seulement ; mais on peut prouver cette Règle en autant de façons qu'il y a de conditions dans icelle, qui sont quatre, savoir, que quelquefois on cherche l'intérêt du capital, quelquefois on cherche le capital même, quelquefois on cherche le temps, quelquefois on cherche la raison de l'intérêt, soit à raison de tant pour 100, ou du denier, tel comme au denier 16, 18, 20, etc. comme il se verra dans les quatre exemples suivans.

Premier Exemple.

Si on demande l'intérêt simple de 450 liv. pour 3 ans, à raison de 6 pour 100 pour un an, on dira :

Si pour 100 liv. on paye 6 liv. combien pour 450 livres ? ℟. 27 livres pour l'intérêt d'un an, dont le triple fera 81 livres pour l'intérêt des trois ans, lesquelles 81 livres jointes au principal, font 531 liv. pour la somme totale, tant du principal que de l'intérêt.

Second Exemple.

Si on demande quel était le capital, pour avoir reçu 531 liv. en 3 ans, tant en principal qu'intérêt, comptant l'intérêt à 6 pour 100 par an.

Posez que le principal fût 100 liv. qui à 6 pour 100 en 3 ans, font 118 liv. ; puis dites par une Règle d'Escompte :

Si 118 liv. sont venues de 100 livres, de combien viendront 531 liv. ? ℟. de 450 liv. et autant était le principal.

Troisième Exemple.

On a donné 450 livres à intérêt, à raison de 6 pour 100 par an; on demande en combien de temps 450 liv. donneront 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Pour faire cette Règle, ôtez le principal 450 liv. de dedans 531 liv. qui sont composées du principal et de l'intérêt, il restera 81 pour l'intérêt; puis regardez combien les 450 liv. profiteront en un an à raison de 6 pour 100, disant :

Si 100 livres donnent 6 livres de profit par an, combien donneront 450 liv.? ℟. 27 liv. pour l'intérêt d'un an.

Et si 27 liv. se gagnent en un an, en combien de temps se gagneront 81 livres? ℟. en trois ans; partant je dis, que les 450 liv. en 3 ans se monteront à 531 liv. tant en principal qu'intérêt.

Quatrième Exemple.

On a donné à intérêt la somme de 450 livres, qui en 3 ans ont rendu, tant en principal qu'intérêt, 531 liv.; on demande combien c'est pour 100 par an.

Otez 450 liv. de dedans 531 composées du principal et intérêt, il restera 81 liv. pour l'intérêt des 3 ans; ensuite divisez 81 par 3, il viendra 27 liv. pour l'intérêt de chaque année; puis dites par Règle de Trois :

Si 450 liv. donnent 27 liv. d'intérêt pour un an, combien 100 liv. donneront-elles par an? ℟. 6 liv.; par-là on voit que 450 liv. avaient été données à raison de 6 pour 100 par an.

Et si on veut savoir à quel denier c'est, il faut diviser 100 par 6, il viendra 16 $\frac{2}{3}$ livres.

Autrement divisez 450 par 27, il viendra aussi 16 $\frac{2}{3}$ livres.

Avertissement.

Il faut remarquer, outre ce que je viens de dire

ci-dessus, que l'on tire l'intérêt d'une somme de plusieurs manières. Les Financiers, Banquiers et Marchands font état de tirer l'intérêt à tant pour 100, comme je viens de l'exprimer; il y a aussi plusieurs endroits, comme en Provence, Languedoc, etc. où l'on dit donner de l'argent à rente ou à intérêt à tant pour 100, comme à 6 $\frac{1}{4}$ pour 100, à 5 pour 100, etc.; les autres le comptent au den. 16, 18, 20, etc. qui est ce qu'on appelle constitution de rente à tel ou tel denier, comme je l'ai expliqué page 145; enfin en l'une et l'autre manière, il n'y a point de différence qu'en la forme de l'opération.

Et afin que l'on voie le rapport qu'il y a entre donner de l'argent à intérêt à tant pour 100, comme 6 $\frac{1}{4}$ pour 100; ou au denier 16; comme aussi à 5 pour 100, ou au denier 20, etc. je donnerai un exemple ci-après, par lequel on verra la conformité qu'il y a entre ces deux manières de donner de l'argent à intérêt.

Donner de l'argent à intérêt au denier 16, c'est retirer une livre de profit de 16 liv. au bout d'un an, comme je l'ai expliqué page 145; et par conséquent si on veut tirer l'intérêt d'une plus grande somme, comme de 288 liv., il faut dire par Règle de Trois : Si 16 liv. donnent 1 liv. de profit au bout d'un an, combien donneront 288 liv.? Faisant la division, il viendra 18 liv. par an.

Opération.

$$\begin{array}{l} \not{1}\not{2} \\ \not{2}88 \\ \overline{\quad\quad} \ (18 \text{ liv.} \\ \not{1}\not{6}\not{6} \\ \not{1} \end{array}$$

Et si vous voulez savoir combien l'intérêt au

denier 16 se monte pour 100, divisez 100 par 16, il viendra 6 ¼ d'intérêt pour 100; et ainsi des autres.

Et pour faire voir que donner l'argent à intérêt au denier 16, ou à 6 ¼ pour 100, c'est la même chose, dites par Règle de Trois :

Si 100 livres méritent 6 ¼, combien 288 livres ?

℞. 18 liv. comme ci-devant.

TABLE des nombres les plus usités pour les constitutions de rente.

Les rentes au denier		donnent par an			
	10		10 l.			pour 100
	12		8	6 s.	8 d.	
	14		7	2	10 $\frac{2}{7}$	
	15		6	13	4	
	16		6	5		
	18		5	11	1 $\frac{1}{3}$	
	20		5			
	21		4	15	2 $\frac{6}{7}$	
	22		4	10	10 $\frac{10}{11}$	
	24		4	3	4	

Enfin la Règle est générale pour savoir combien d'intérêt pour 100, à quelque denier que ce soit, de diviser toujours 100 par le denier proposé, auquel on veut faire la constitution de rente.

Question sur la Règle d'intérêt.

Un Particulier veut vendre une maison 8190 liv., parce qu'il en retire 455 liv. par an ; on demande à quel denier elle sera vendue.

Divisez le principal 8190 liv. par 455 liv. qui est le revenu d'une année, et le quotient donnera 18 liv. c'est-à-dire, qu'elle sera vendue sur le pied du denier 18; et partant, en vendant sa maison, il en retirera une somme qui, étant mise en rente au denier 18,

lui donnera les mêmes 455 livres que sa maison lui rapportait par an.

Autre Question sur la Règle d'intérêt.

Un Particulier veut emprunter 40000 liv., et offre d'en payer l'intérêt au denier 16, à condition qu'il remboursera à son créancier 8000 liv. par an; on demande en combien de temps il sera quitte.

Pour faire cette Règle, il faut voir quel est l'intérêt de 40000 livres au denier 16 pour un an, afin de joindre l'intérêt de la première année avec le principal, et de la somme totale composée du principal et de l'intérêt, on en ôtera 8000 livres, qu'il doit acquitter chaque année jusqu'à la fin du payement.

On divisera donc 40000 liv. par 16, en tirant le quart du quart desdites 40000 livres.

40000
$\frac{1}{4}$ 10000
$\frac{1}{4}$ de $\frac{1}{4}$ vient 2500 livres d'intérêt.

Ajoutant donc 2500 liv. qui viennent pour l'intérêt avec les 40000 liv. de principal, le tout fait 42500 liv. à payer à la fin de la première année, sur quoi il en paye présentement, selon l'accord, 8000 livres.

Dette 42500 liv.
Paye 8000 liv.

Reste 34500 liv. à payer à la fin de la seconde année, avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt des susdites 34500 livres, on les divisera par 16.

34500
8625
Intérêt 2156 liv. 5 sols.

Ajoutant encore de même 2156 liv. 5 sols qui

viennent pour l'intérêt avec les mêmes 34500 liv.

Principal	34500 liv.
Intérêt	2156 liv. 5 sols.
Somme due	36656 liv. 5 sols.
Payement	8000 liv.
Reste	28656 liv. 5 sols à payer à la fin

de la troisième année, avec l'intérêt.

Pour savoir l'intérêt desdites 28656 liv. 5 sols, on les divisera encore de même par 16.

	28656 liv. 5 sols.			
	7164	1	3	d.
Intérêt	1791	0	3 ¼	d.

Il vient pour l'intérêt de 28656 liv. 5 sols, 1791 l. 0 sols 3 deniers ¼ denier.

Principal	28656 liv. 5 sols,			
Intérêt	1791	0	3	¼
Somme due	30447 liv. 5 sols 3			¼
Payement	8000			
Reste	22447 liv. 5 sols 3 den. ¼			à

payer à la fin de la quatrième année, avec l'intérêt.

On opérera de suite jusqu'à la fin du payement, comptant une année pour chaque opération.

A la dernière année, s'il paye le reste plutôt que la fin de l'année, on escomptera l'intérêt au prorata de la proportion d'année.

Question sur la Règle d'intérêt.

Quelqu'un a donné 678 liv. à intérêt à 10 pour 100 par an; on demande à combien monteront les intérêts au bout de 9 ans 9 mois et 6 jours. Dites par Règle de Trois :

Si 100 liv. 10 liv. 678 liv. ℞. 67 ⅘ liv. par an.

Et pour trouver l'intérêt de 9 ans 9 mois 6 jours :

Si 12 mois 67 $\frac{4}{5}$ liv. 117 $\frac{1}{5}$ mois? ℞. 662 liv. 3 sols 7 den. $\frac{1}{5}$.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, et au bout de deux ans on lui a rendu pour principal et intérêt 135 livres 2 sols 9 deniers $\frac{1}{4}$; on demande combien les 100 liv. susdites ont profité la première année, ayant été données à mériter à chef de gain sur gain.

Pour résoudre cette question, il faut réduire les 135 liv. 2 sols 9 deniers $\frac{1}{4}$, en quarts de denier ; il viendra 129735.

Réduisez aussi 100 liv. en quarts de den., il viendra 96000 ; ensuite multipliez 129735 par 96000, il viendra 12454560000, dont la racine quarrée sera 111600, qu'il faut diviser par 4, et il viendra 27900 deniers.

Cela fait, réduisez 27900 den. en liv., il viendra 116 liv. 5 s pour principal et intérêt de la première année ; il reste à ôter 100, qui est le principal de 116 liv. 5 sols, et restera 16 liv. 5 sols pour le gain de la première année.

Preuve.

Pour preuve, il faut dire :

Si 100 liv. ont gagné 16 liv. 5 sols la première année, combien gagneront les mêmes 16 liv. 5 sols pour la seconde année ? Faites la Régle de Trois selon sa disposition, et vous trouverez 2 liv. 12 s. 9 den. $\frac{1}{4}$ pour le gain de 116 liv. 5 sols ; puis ajoutant le principal 100 avec l'intérêt des deux années, il viendra 135 liv. 2 sols 9 den. $\frac{1}{4}$ comme veut la question.

Autre Question.

Un Banquier a donné 100 liv. à intérêt, et au bout de 3 ans on lui rend 337 liv. 10 sols pour principal et pour gain; on demande à quelle raison les 100 l. lui ont profité la première année, à raison de gain sur gain.

Pour la résolution de cette question, multipliez 100 pour 100, il vient 10000; ensuite multipliez 337 liv. 10 sols par 10000, il viendra 3375000, dont il faut tirer la racine cubique, et il viendra 150 livres pour principal et intérêt de la première année.

Pour trouver l'intérêt de la seconde année, dites par Règle de Trois:

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. combien 150 liv.? R. 75 liv. lesquelles deux sommes 150 livres et 75 jointes ensemble, font 225 liv. pour principal et intérêt de la seconde année.

Enfin, pour trouver l'intérêt de la troisième année, dites encore par Règle de Trois:

Si 100 liv. ont profité de 50 liv. la première année, combien profiteront 225 livres? R. 112 livres 10 sols; puis ajoutant les 225 livres avec 112 liv. 10 sols, la somme sera 337 liv. 10 sols pour le principal et intérêt de la troisième année, comme veut la question.

RÈGLE D'ESCOMPTE.

Définition.

ESCOMPTER est rabattre quelque chose d'une somme qui ne devrait être payée que dans un certain temps limité, lorsqu'on la paye plutôt que le terme échu ; lequel rabais se compte ordinairement entre Financiers, Banquiers et Marchands à tant pour 100, comme

à { 10 pour 100 par an
$7\frac{1}{2}$ pour 100 pour 9 mois.
5 pour 100 pour 6 mois.
$2\frac{1}{2}$ pour 100 pour 3 mois, etc. comme il }

a été expliqué dans la Règle de Change ci-devant.

Exemple.

Un Marchand a acheté pour 500 livres de marchandise à un an de terme ou de crédit, à condition qu'il en pourra faire l'escompte à raison de 10 pour 100 par an. Il arrive que 3 ou 4 jours après ce Marchand veut payer; on demande combien il doit payer, au lieu de 500 liv. qu'il payerait, s'il ne payait qu'au bout de son terme, qui est d'un an.

Pour résoudre cette proposition, il faut considérer que les 500 liv. qu'il doit payer au bout d'un an sont composées du principal et de l'intérêt pour un an, à raison de 10 pour 100 ; c'est pourquoi pour faire cette Règle, il faut ajouter le terme qui représente le principal, qui est 100, avec celui de l'intérêt, qui est 10, la somme est 110, qu'il faudra mettre au premier terme d'une Règle de Trois ; au second terme il faut poser 100 ; et au troisième terme la somme qui est 500 liv. dont on veut faire l'escompte ; et opérant selon le précepte, il viendra au quatrième terme

454 livres 10 sols 10 deniers $\frac{10}{11}$ denier qu'il faudra payer présentement au lieu de 500 livres.

Explication.

Pour l'intelligence de la Règle, il faut raisonner ainsi :

Si de 110 liv. dont mon argent comptant me tient lieu au bout d'un an, si je le donnais à intérêt, je n'en dois payer que 100 liv.; en payant présentement, combien faut-il que je paye pour 500 liv. que je ne dois que dans un an ?

Opération.

Si 110	100	500
		100
		+ 50000

656	1	1
+ 50000	1200	1200
(454 l.	(10 s.	(10 d. $\frac{10}{11}$.
11000	1100	1100
111	11	11
1		

Ayant fait la Règle de Trois ci-dessus, il est venu 454 livres 10 sols 10 $\frac{10}{11}$ den. qu'il faut payer présentement, au lieu de 500 livres.

Preuve.

Et pour preuve, si on donne à change pour un an la partie de 454 liv. 10 sols 10 $\frac{10}{11}$ den. ci-dessus, à la même raison de 10 pour 100, on trouvera 45 livres 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$ pour l'intérêt, et ces deux sommes jointes ensemble feront les susdites 500 liv. comme veut la question.

Autre Preuve.

On peut faire la preuve d'une autre façon, savoir, en proposant une question pour trouver l'escompte

ou profit que l'on fait en payant présentement, qui est telle :

Si sur 110 livres on gagne 10 livres en payant présentement, combien gagnera-t-on sur 500 livres ? Faisant la Règle de Trois, comme ci-dessous, on trouvera 45 livres 9 sols 1 denier $\frac{1}{11}$ pour l'escompte ou rabais, comme par la Règle de Change ; puis ajoutant la somme à payer présentement, ci-devant trouvée, qui est 454 liv. 10 s. 10 den. $\frac{10}{11}$, avec l'escompte ci-dessus, la somme sera 500 livres, comme il se voit par l'opération.

Opération de la Preuve.

Si 110 l. 10 + 500
65 1 1
+ 5000 1000 120
——— (45 l. ——— (9 sols. ——— (1 $\frac{1}{11}$.
1100 110 110
11

Argent à payer présentement	454 liv.	10 s.	10 $\frac{10}{11}$.
Escompte ou profit	45	9 s.	1 $\frac{1}{11}$.
Somme escomptée	500		

Ces deux preuves sont générales, c'est pourquoi on peut se servir de celle qu'on voudra. je conseille néanmoins de se servir de cette dernière, dont l'opération est ci-dessus, parce qu'elle est plus facile.

Avertissement sur la Règle d'Escompte.

Il y en a plusieurs qui, par ignorance ou par malice, font l'escompte de telle façon qu'il y a perte ou profit pour l'une ou pour l'autre des parties, se contentant de tirer le change de la somme de laquelle on demande l'escompte, et ayant rabattu le change de

cette même somme, le reste, disent-ils, est ce qu'il faut payer de net; ce qui n'est pas juste ni raisonnable, parce que si le créditeur rabat à son débiteur le change de la somme entière, le créditeur rabat le change du change qu'il ne reçoit pas, et ainsi il perd.

Par exemple, si quelqu'un doit 100 liv. à un autre, à payer dans un an, à condition d'escompte à 10 pour 100 par an, l'on voit que si l'on rabat le change de 100 liv. il restera seulement 90 livres à payer; ce qui tournerait à la perte du créditeur, parce que rabattant 10 livres, il perdrait le change des mêmes 10 livres, d'autant que le débiteur lui rabattrait le change de 10 liv. qu'il ne reçoit pas; ce qu'il est nécessaire de remarquer.

Autre Question.

Quelqu'un ayant affaire d'argent pour faire son voyage de Paris à Bordeaux, va trouver un Banquier auquel il donne une Lettre de Change de 300 livres; savoir combien le Banquier lui doit compter d'argent pour sa Lettre de 300 livres, rabattant le change à 3 pour 100.

Pour résoudre cette Règle, il y en a beaucoup qui ne sachant pas que c'est une Règle d'Escompte, se servent de la Règle de Change naturelle, et raisonnent ainsi :

Si sur 100 livres il y a 3 livres de perte, combien doit-on perdre sur 300 livres? Faisant la Règle de Trois, il viendra 9 livres que le Banquier retiendra par ses mains, et partant donnera 291 livres, ce qui n'est pas juste, parce qu'en ce cas-là le Banquier tire le change des 9 livres qu'il ne débourse pas; mais s'il fait l'escompte comme ci-dessous, il donnera 291 liv. 5 sols 2 den. $\frac{94}{103}$: il y a donc 5 sols 2 den. $\frac{94}{103}$ de perte pour celui qui fournit la Lettre; ce qui n'est pas considérable à l'égard d'une petite somme, mais bien à l'égard d'une grande.

Faites l'opération de la Règle, et vous trouverez la réponse avec la preuve ci-dessous.

Si 103 l. 100 l. 300 l. ℞. 291 l. 5 s. 9 den. $\frac{24}{103}$.

Preuve.

Si 103 l. 3 l. 300 l. ℞. 8 l. 14 s. 9 den. $\frac{24}{103}$.

Ajoutant les réponses, il viendra 300 liv. comme veut la question.

Autre Question.

Quelqu'un doit 856 liv. à payer à 9 mois, et son créditeur lui dit que s'il le veut payer présentement, il lui escomptera sa dette à 7 $\frac{1}{2}$ pour 100 pour les mêmes 9 mois; on demande combien le débiteur doit payer, en payant présentement. Il faut former la question comme ci-dessous; puis opérant selon le précepte de la Règle de Trois, il viendra 796 liv. 5 sols 6 $\frac{12}{43}$ den. à payer présentement; il faut raisonner ainsi :

Si de 107 $\frac{1}{2}$ liv. on n'en paye que 100 en payant présentement, combien faut-il payer pour 856 liv.

Opération.

Si 107 $\frac{1}{2}$ livres sont réduites à 100 liv., combien 856 livres?

Autrement, parce qu'il y a entier et fraction au premier terme, c'est-à-dire 7 $\frac{1}{2}$, il faut réduire les 107 $\frac{1}{2}$ en 215 demi; et le deuxième terme, qui est 100, en 200 demi; puis dire :

Si 215 liv. 200 l. 856 l. ℞. 796 l. 5 s. 6 d. $\frac{12}{43}$.

Pour preuve, il faut dire :

Si 215 liv. 15 l. 856 l. ℞. 59 l. 14 s. 5 d. $\frac{1}{43}$.

Ajoutant les deux ℞. il vient 856 l. comme il a été proposé.

Autre Question.

Mais s'il était question d'escompter pour quelque portion de temps, comme si on disait :

Quelqu'un doit 600 livres à payer au bout de 6 mois, et son créditeur lui offre de lui escompter

à 6 pour 100 pour 6 mois, du jour qu'il le voudra payer ; il arrive que le débiteur, 4 mois après, trouve de l'argent pour payer sa dette : savoir combien il doit payer au bout de 4 mois, au lieu de 600 liv. qu'il devait payer au bout de 6 mois. Il faut considérer que puisque le débiteur n'est obligé de payer qu'au bout de 6 mois, s'il paye au bout de 4 mois, il avance le payement de 2 mois ; par conséquent il y aura escompte à faire pour 2 mois.

Maintenant, pour trouver combien il faut escompter pour 2 mois, à raison de 6 pour 100 pour 6 mois, il faut dire, par Règle de Trois :

Si pour 6 mois on escompte 6 liv., combien pour 2 mois ? Faisant la Règle, il viendra 2 liv. p. % liv. à escompter.

Disposition de la Règle.

Si 6 mois 6 livres, 2 mois ? ℞. 2 livres.

Ayant trouvé que l'escompte se doit faire à 2 p. % pour 2 mois, on fera la Règle d'Escompte à l'ordinaire, disant :

Si de 102 liv. on ne paye que 100 liv. en payant présentement, combien faut-il payer pour 600 liv. ? ℞. 588 liv. 4 s. 8 den. $\frac{8}{17}$.

La preuve se fera comme les précédentes, disant : Si de 102 l. 2 l. 600 l. ℞. 11 l. 15 s. 3 d. $\frac{9}{17}$.

La manière de résoudre cette dernière question ayant été attaquée injustement par M. R** par la voie du Journal de Verdun, mois d'Octobre 1736, page 258 ; il est très-important d'avertir ceux qui s'attachent à ce Livre d'Arithmétique, qu'on peut dire être le meilleur en ce genre, que M. le Gendre a bien résolu la question dont il s'agit, et que M. R** ne l'a pas entendue, puisqu'il dit que l'escompte à 2 pour 100 est 24 liv. sur 600 livres, au lieu des 11 liv. 15 sols 3 den. $\frac{9}{17}$ de M. le Gendre.

Il ne faut pas être Arithméticien pour connaître l'injustice de sa critique ; car sans faire de Règle, ni sans connaître aucun nombre, tout le monde dira, en comptant par les doigts, puisqu'on n'escompte que 2 livres sur 100 livres, on n'escomptera que 12 livres sur 600 livres, et non pas 24 livres, comme il le prétend.

M. B*** qui s'apperçut de l'erreur du sieur R**, fit insérer des observations dans le Mercure de France, mois de Juin 1758, par lesquelles il réfute M. R**, après quoi il tombe lui-même dans une erreur d'une autre espèce, en disant : « Ce n'est pas que cette » question soit résolue bien exactement dans le » Gendre ; et en formant ma Règle d'une manière » qui me semble plus conforme...... en disant, par » Règle de Trois : Si 106 liv. donnent 100 liv., » combien 600 liv.? la réponse est 566 liv. 9 d. $\frac{3}{53}$, » laquelle somme étant ôtée de celle de 600 livres, » la différence est 33 liv. 19 s. 2 den. $\frac{10}{53}$ pour l'escompte de 6 mois, dont le tiers est 11 liv. 6 sols » 4 den. $\frac{12}{53}$ pour l'escompte de deux mois : ôtez » cette somme de 600 livres, il reste 558 liv. 13 sols » 7 den. $\frac{7}{53}$ pour la vraie réponse. » Et plus bas il critique encore un mémoire que le sieur Faure avait fait insérer dans le même Mercure de France le mois d'Avril précédent pour la défense de M. le Gendre.

« Si j'eusse trouvé, dit-il, sa critique aussi judi» cieuse qu'elle aurait pu être, je me serais abstenu » de mettre mes observations au jour. »

La manière de M. B*** pour trouver l'escompte à 6 pour 100, est parfaitement conforme avec M. le Gendre : mais de prendre le tiers de l'escompte à 6 p. $\frac{0}{0}$, pour avoir celui à 2 p. $\frac{0}{0}$, c'est une erreur manifeste et grossière, comme on le fait voir ci-dessous.

On pose 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$ à gauche, et 33 l. 19 s. 2 den. $\frac{10}{53}$ à droite vis-à-vis.

566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$. 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{10}{53}$.

L'escompte étant fait à 6 pour 100 sur 600 liv., on a 566 liv. 9 den. $\frac{3}{53}$ d'un côté, et 33 liv. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$ de l'autre. M. B*** prend le tiers de 33 l. 19 sols 2 den. $\frac{50}{53}$; il reste 22 liv. 12 s. 9 den. $\frac{51}{53}$, sur lesquels il n'escompte pas, et sur-le-champ il les fait passer de la droite à la gauche, pour les ajouter avec 566 livres 9 den. $\frac{3}{53}$, afin d'en former la somme de 588 liv. 13 s. 7 den. $\frac{1}{53}$ que le débiteur, dit-il, doit payer, en avançant le payement de deux mois.

Si M. B*** y avait pris garde, il aurait dit : puisque j'augmente le principal de 22 liv. 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, l'escompte doit aussi augmenter ; il aurait vu alors que sa Règle était mal faite ; mais puisqu'il n'a pas escompté sur les 22 liv. 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$, il n'a qu'à dire : Si 102 donnent 2, combien 22 livres 12 sols 9 den. $\frac{51}{53}$ donneront-ils ? Il trouvera 8 sols 10 den. $\frac{494}{901}$, qu'il ajoutera avec 11 liv. 6 sols 4 den. $\frac{12}{53}$, alors son escompte sera égal à celui de M. le Gendre.

Si M. le Gendre avait prévu qu'on eût critiqué sa question, il en aurait formé une autre, et aurait dit : Quelqu'un doit 600 liv. à payer au bout d'un certain temps ; on lui offre de lui escompter à 2 pour 100, s'il veut payer sur-le-champ. On demande combien il doit payer présentement au lieu de 600 l. qu'il devait payer dans un certain temps. Il aurait fait la Règle suivante.

Si 102 liv. donnent 100 liv., combien donneront 600 livres ? ℞. 588 liv. 4 s. 8 den. $\frac{8}{10}$, lesquels étant ôtés de 600 liv., il reste pour l'escompte de 2 pour 100, 11 liv. 15 s. 3 den. $\frac{9}{10}$.

Pour dernière preuve, comme M. B*** n'a pas résolu la question comme il faut, il n'a qu'à faire la Règle suivante, il verra que 11 liv. 6 s. 4 den. $\frac{12}{53}$, est l'escompte de 200 liv., à 6 pour 100 pour 6 mois, et non l'escompte de 600 liv. pour 2 mois : Si 106 donnent 6, combien 200 liv. ? ℞. 11 l. 6 s. 4 den. $\frac{12}{53}$.

Autre Question sur l'Escompte.

Et si l'escompte est à 10 pour 100 par an, et que le débiteur veuille ou puisse payer au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois, on demande combien on doit escompter pour 100 pour les 3 $\frac{1}{2}$ mois que l'on avance le payement; il faut dire :

Si pour 12 mois on escompte 10 livres, combien faut-il escompter pour 3 $\frac{1}{2}$ mois? Faisant la Règle, on trouvera 2 $\frac{11}{12}$ pour l'escompte des 3 $\frac{1}{2}$ mois; ainsi des autres.

Comme si on disait : Quelqu'un doit 600 livres à payer au bout d'un an, et son créditeur le prie de le payer le plutôt qu'il pourra, et qu'il lui escomptera du même jour à 10 pour 100 par an. Il arrive que le débiteur, au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois, trouve de l'argent sur la place, à meilleure condition qu'à 10 pour $\frac{0}{0}$ par an; pour s'acquitter des 600 livres, on demande combien il doit payer en payant au bout de 8 $\frac{1}{2}$ mois.

Pour résoudre la question, il faut dire, par Règle de Trois :

Si de 102 $\frac{11}{12}$ livres je n'en paye que 100 livres en payant comptant, combien pour 600 liv.? Faisant la Règle selon son précepte, vous trouverez 582 liv. $\frac{246}{247}$ pour la somme que le débiteur doit payer, au lieu de 600 liv.

Autre Question sur l'Escompte.

500 livres sont composées du principal et de l'intérêt au denier 18; on demande quel est le principal, et aussi quel est l'intérêt séparément. Il faut dire, par Règle de Trois :

Si 19 livres viennent de 18 livres, d'où viendront 500 livres? ℟. 473 liv. 13 sols 8 deniers $\frac{4}{19}$ pour le principal.

Pour preuve, il faut dire, par Règle de Trois :

Si 19 liv. donnent une livre de profit, que donneront 500 livres? ℞. 26 livres 6 sols 3 den. $\frac{11}{19}$ pour l'intérêt.

Et faisant addition du principal et de l'intérêt, il viendra 500 livres.

Principal	473 liv.	13 sols	8 den.	$\frac{4}{19}$.
Intérêt	26 liv.	6 sols	3 den.	$\frac{11}{19}$.
Somme	500 liv.	comme il a été proposé.		

Autre Question sur le même sujet, ou de la remise en dehors.

300 liv. sont composées du principal et du droit de l'Officier, à qui il appartient 6 den. pour livre pour la remise ; on demande le principal, et quel est le droit de l'Officier. Il faut dire, par Règle de Trois :

Si 246 deniers viennent de 240 den. d'où viendront 300 liv.? ou par réduction, en tirant le sixième de 246 et de 240?

Si 41 livres viennent de 40 liv., d'où viendront 300 livres? Faisant la Règle, il viendra 292 liv. 13 s. 7 den. $\frac{17}{41}$ pour le principal.

Et pour preuve, dites :

Si 41 livres donnent 1 livre, combien 300? Faisant la Règle, il viendra 7 livres 6 sols 4 den. et $\frac{4}{41}$ pour la remise ; puis ajoutant le principal avec la remise, la somme sera 300 liv., comme veut la question.

J'ai réduit le premier et le second terme en den., à cause que la remise est à 6 deniers pour livre ; mais si la remise était à 1 sol, j'aurais dit : si 21 sols viennent de 20 sols, d'où viendront 300 livres, etc.

Pour preuve : Si 21 sols donnent 1 sol, combien 300, etc.

Autre Question.

On veut trouver une somme de laquelle ôtant 18 deniers pour livre, le reste soit 952 liv. 10 sols.

Il faut raisonner ainsi : Puisque de 20 sols on en ôte 1 sol 6 deniers, le reste est 18 sols 6 den.; et partant il n'y a qu'à dire :

Si 18 $\frac{1}{2}$ sols viennent de 20 sols, d'où viendront 952 liv. 10 sols? Mais à cause de la fraction $\frac{1}{2}$ qui est au premier terme, au lieu de 18 $\frac{1}{2}$, il faut écrire 37, et 40 au deuxième terme; puis dire :

Si 37 viennent de 40, d'où viendront 952 livres 10 sols? Faisant la Règle, il viendra 1029 liv. 14 s. 7 den. $\frac{1}{37}$ pour la somme que l'on demande.

Pour preuve, il faut faire une autre question, et dire, par Règle de Trois :

Si 40 livres sont réduites à 37 livres, à combien seront réduites 1029 liv. 14 s. 7 den. $\frac{1}{37}$?

Faisant la Règle, il viendra 952 livres 10 sols, comme ci-devant.

Règle pour tirer la Tare des Marchandises qui se vendent au poids, ou à la mesure, comme Huile, Sucre, Savon, Poivre, Térébenthine, etc.

Définition.

Tare n'est autre chose que le déchet d'un poids total composé de quelque marchandise, et de ce qui l'enclôt ou contient, que l'on appelle emballage fait de toile, cordage, paille, caisse, tonneau, etc. tellement que ce qui est de surplus du poids de la marchandise, est appelé tare, laquelle diminue le poids du total, pour donner la quantité de la véritable marchandise; et cette tare est estimée arbitrairement entre les Marchands à certaine diminution, selon la diversité des Marchandises.

Les uns rabattent tant pour 100, ou dans le 100; et les autres rabattent tant sur 100.

Rabattre tant pour 100, ou dans le 100, c'est quand on soustrait une quantité de 100, et que l'on livre le reste net; comme si la tare est à 6 pour 100, on doit livrer 94 de net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 4 tonneaux d'huile, pesant ordinairement 4800 ℔; on demande combien il doit payer de net, en lui rabattant 16 pour 100 pour la tare.

Pour trouver la quantité de ℔ net, il faut dire, par Règle de Trois :

Si 100 liv. ordinaires sont réduites à 84 liv. net, combien sont réduites 4800 ℔ ordinaires? Faisant la Règle, il viendra 4032 ℔ net.

Rabattre tant sur 100, cela s'entend qu'il faut livrer 100, et quelque quantité par-dessus ; comme si la tare est de 10 sur 100, l'Acheteur de 110 ₶ ordinaires n'en payera que 100 ₶ net.

Exemple.

Un Marchand a acheté 6 tonneaux de sucre, pesant ordinairement 3600 ₶ ; on demande combien il y aura de ₶ net à payer, augmentant 16 sur 100 pour la tare.

Cette question se résout par Règle de Trois, comme la précédente, disant :

Si de 116 ₶ ordinaires on n'en paye que 100 ₶ net, combien en faut-il payer pour 3600 ₶ ordinaires ? Faites la Règle, et vous trouverez 3103 $\frac{11}{29}$ ₶ net ; ainsi des autres.

Pour preuve il faut trouver la tare, disant :

Si 116 ₶ ordinaires donnent 116 ₶ net, combien 3600 ₶ ordinaires ? ℞. 496 ₶ $\frac{16}{29}$.

RÈGLE DE COMPAGNIE.

Usages de la Règle de Compagnie.

La Règle de Compagnie se pratique ordinairement entre Financiers, Banquiers et Marchands ; elle sert pour donner à chacun des Associés proportionnellement ce qui lui appartient du gain qui s'est fait durant une Société, comme aussi pour lui faire porter sa part de la perte, s'il y en a, à raison de sa mise simplement, ou de sa mise et de son temps ensemble.

C'est pourquoi il y a deux sortes de Règles de Compagnie, l'une en même temps, et l'autre à divers temps.

La Règle de Compagnie en même temps est celle en laquelle les Associés ont commencé de négocier en

en même temps, et ont aussi fourni leurs effets ou argent en même temps.

La Règle de Compagnie, à divers temps, sera expliquée ci-après.

La Règle de Compagnie en même temps s'appelle ainsi, d'autant que le temps n'est nullement considéré en l'opération. C'est pourquoi n'ayant égard qu'à la portion de ce que chacun a mis dans la Société, on y procède en cette sorte, comme il se verra par l'exemple suivant.

Trois ont fait Compagnie pour un certain temps, et à la fin de leur Société ils ont trouvé 834 livres de profit : on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Mises particulières.

Le premier a mis	432 liv.
Le second	534
Le troisième	683
Somme totale des mises	1649 liv.

Pour résoudre cette Règle et toutes les autres semblables, ayant disposé les mises de chaque Associé l'une sous l'autre, comme ci-dessus, après avoir fait l'addition, la somme totale qui est 1649, doit être mise au premier terme d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Associés; au second terme, il faut poser le profit qui a été fait durant la Société; et au troisième terme la mise de chaque Associé.

Tellement que si on veut trouver le gain du premier Associé qui a mis 432 liv., on dira :

Si 1649 livres qui est la mise totale, ont gagné 834 liv., que gagneront 432 liv. qui est la mise du premier.

Faisant la Règle de Trois selon le précepte enseigné ci-devant, il viendra 218 liv. 9 s. 9 d. pour le profit du premier, et restera 507 deniers qui ne se peuvent diviser, que l'on rapportera à la preuve

On fera le même pour trouver le gain des deux autres, comme il se voit par les trois Règles de Trois ci-dessous mises en forme, que je répète.

	liv.	liv.	liv.		liv.	sols	den.		den.
Si	1649	834	432	℞.	318	9	9	reste	507
Si	1649	834	534	℞.	270	1	6	reste	558
Si	1649	834	683	℞.	345	8	8	reste	584

Somme des gains 833 l. 19 s. 11 d. + 1649
reste * 1

℞. 834 l. o s. o d. + 1649/1649 (1 *

Pour faire la preuve, il faut assembler les gains particuliers comme ci-devant, et la somme totale est venue égale au gain total moins un denier, qui s'est trouvé en ajoutant les deniers restés des divisions des deniers, dont la somme totale est 1649, que j'ai divisée par le diviseur des trois Règles de Trois, qui est aussi 1649, et il est venu 1, c'est-à-dire 1 denier qui, ajouté à 833 liv. 19 sols 11 den. somme totale des gains particuliers, il est venu juste 834 liv. gain total; et c'est la preuve.

Et s'il manquait deux deniers, ou plus, comme dans les Règles de Compagnie de quatre Associés, il peut manquer jusqu'à 3 deniers, et ainsi plus ou moins, selon la quantité des Associés, il faut toujours ajouter les deniers restans de la division des deniers, et partager la somme d'iceux par la somme totale des mises, qui est le diviseur commun, et il viendra juste les deux deniers ou plus, s'ils manquaient, et sans reste, autrement la Règle serait fausse.

On observera le même ordre pour la preuve des Règles de Compagnie à divers temps.

Il faudrait opérer de la même façon, s'il y avait perte, au lieu de gain, mais soustraire de chaque mise ce qui viendrait de perte pour chacun, au lieu de l'ajouter.

Autre Question.

Deux ont fait Compagnie, et ont gagné 4 livres 3 sols 6 deniers; on demande le gain de chacun à raison de sa mise.

Le premier a mis	2 liv.	1 sol	8 den.
Le deuxième	4	6	8

Construction de la Règle.

Dans cette Règle, il faut considérer que les mises particulières sont composées de livres, sols et deniers, et le gain total aussi; c'est pourquoi on réduira les 2 liv. 1 sol 8 den. du premier Associé en deniers, il viendra 500 deniers.

On réduira aussi les 4 liv. 6 sols 8 den. du second en deniers, il viendra 1040 deniers.

Cela étant fait, on voit que le premier a mis 500 deniers, et le second 1040 deniers, qui font en tout 1540 deniers, qu'il faudra mettre au premier terme des deux Règles de Trois; au second terme on posera 1000 deniers, provenus des 4 liv. 3 sols 4 den. gain total, réduits aussi en deniers; et au troisième terme la mise de chaque Associé; et faisant les deux Règles de Trois selon le précepte, il viendra pour le gain du premier Associé 324 den., et reste 1040; le second Associé aura de profit 675 den., et reste 500 deniers.

Puis ajoutant les deux gains particuliers, la somme sera 999 deniers, et le gain total devait être 1000 deniers, il manquera donc un denier; mais si on ajoute les restes, la somme sera 1540 que l'on divisera par le même nombre, qui est le diviseur commun, il viendra 1 denier, qui parfera le nombre de 1000 den., comme veut la question, et comme il se voit ci-dessous.

Disposition de la Règle.

	den.	den.	den.		den.	reste.
Si	1540	1000	500	℞.	324	1040
Si	1540	1000	1040	℞.	675	500
	Somme des gains				999 d.	1540
	Addition des restes				1 reste.	
	Total				1000 den.	

$\frac{1540}{1540}$ (1 den.

Avertissement sur la Règle de Compagnie.

S'il arrive que les mises particulières des Associés soient composées de livres et de sols, même quand il n'y aurait que la mise d'un seul Associé où il y eût des sols, et qu'il y ait aussi des livres et des sols au gain total, il faut tout réduire en sols, et opérer au surplus selon le précepte de la Règle de Compagnie. Par exemple, si on disait :

Deux Associés ont fait Compagnie, et ont gagné 90 livres 10 sols, ou 1810 sols ; on demande le gain de chacun, à raison de sa mise.

Le premier a mis	100 liv.	5 sols,	ou 2005 sols.
Le second	125 liv.	10 sols,	ou 2510 sols.
	Somme des mises		4515 sols.

Ayant ainsi réduit le gain total et les mises particulières en sols, si l'on veut trouver le gain du premier, on dira :

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2005 sols.

Et pour trouver le gain du second :

Si 4515 sols gagnent 1810 sols, combien 2510 sols.

Puis faisant les deux Règles de Trois, il viendra,

pour le premier 8o3 s., ou 4o l. 3 s. et reste 35o5.
pour le second 1006 s., ou 5o l. 6 s. et reste 1010.

Et pour la preuve, on observera ce que j'ai expliqué ci-devant.

Autre Question sur la Règle de Compagnie.

Trois ont fait Compagnie, et ont gagné 1000 liv.; on demande le gain de chacun à raison de sa mise.

A a mis	600 liv.
B	300
C	200
Somme des mises	1100

On voit qne la somme des misés est de 1100 liv., et le gain 1000 liv. Ensuite, pour donner à chacun des Associés ce qui lui appartient de profit, on fera les trois Règles de Trois, comme il a été enseigné.

Il faut observer, quand il y a des zéros au premier terme de la Règle de Trois, et au troisième, d'en retrancher autant de l'un que de l'autre, sans opérer par iceux; puis multipliant et divisant selon le précepte, il viendra la même chose que si on avait multiplié et divisé par tout le nombre. La raison est que si on retranche des deux nombres autant de l'un que de l'autre, et que l'on divise le reste par le reste, le quotient sera le même que si on divisait le tout par le tout, comme il se voit par la démonstration et opération suivante.

On dira donc, pour trouver le gain du premier qui a mis 600 livres :

Si 1100 liv. ont gagné 1000 livres, combien 600;

Ou, par abréviation :

Si 11 liv. 1000 liv. 6 ℞. 546 liv. 9 s. 1 d. $\frac{1}{11}$

Pour le second :

Si 11 liv. 1000 liv. 3 ℞. 272 liv. 14 s. 6 d. $\frac{6}{11}$

Pour le troisième :

Si 11 liv. 1000 liv. 2 ℞. 181 liv. 16 s. 4 d. $\frac{4}{11}$

Gain total 1000 liv.

Ayant trouvé que le gain du premier était 546 l. 9 sols 1 den. $\frac{1}{11}$, pour trouver le gain du second, j'en ai tiré la moitié; et pour avoir le gain du troisième, j'ai tiré le tiers, à cause de la proportion qu'il y a de 6 à 3, comme aussi de 6 à 2; ce que l'on observera, lorsqu'il y aura abréviation et proportion dans les nombres.

Autre Question sur la Règle de Compagnie.

Un Commissaire des vivres n'a que 2150 rations pour distribuer par jour à quatre Régimens, et il leur en devrait fournir 5130 rations; on demande combien il doit fournir 5130 rations; on demande combien il doit fournir de rations à chaque Régiment, au prorata de la quantité qu'ils devraient avoir selon l'Ordonnance.

Il faut premièrement considérer le nombre de rations que chaque Régiment devrait avoir.

Le premier doit avoir	850 rations.
Le second	750
Le troisième	700
Le quatrième	830

Le nombre des rations est 3130; mais comme il n'en a que 2150, il est question de voir combien chaque Régiment doit avoir de rations au lieu de la quantité ci-dessus. Pour faire cette Règle, il faut dire comme à la Règle de Compagnie :

Si 3130 rations sont réduites à 2150, à combien

seront réduites les 850 rations du premier Régiment, et ainsi des autres ; faisant les quatre Règles de Trois, comme à la Règle de Compagnie, il viendra :

Pour le premier Régiment	583 $\frac{271}{313}$ rations.
Pour le second	515 $\frac{55}{313}$
Pour le troisième	480 $\frac{260}{313}$
Pour le quatrième	570 $\frac{40}{313}$
Preuve	2150 rations.

Et d'autant que le nombre des rations qui se trouvent pour chaque Régiment, ne suffit pas pour donner à chaque Soldat ce qui lui est ordonné pour sa ration, il faut diminuer le poids de ladite ration.

Pour faire cette Règle, il faut supposer que la ration est de 24 onces ; pour la diminuer, on dira par Règle de Trois :

Si 850 rations donnent 24 onces, combien les 583 $\frac{271}{313}$ rations du premier Régiment ? Faisant la Règle de Trois, on trouvera au quotient 16 onces $\frac{152}{313}$ parties d'once ; il faut opérer de même pour les autres trois Régimens.

Autre Question.

Trois Marchands-Libraires ont entrepris l'impression d'un livre qui contient 200 feuilles, duquel ils veulent faire imprimer 1000 exemplaires ; on demande combien chacun doit payer pour la quantité d'exemplaires qu'il veut avoir pour sa part de ladite impression.

On suppose que le premier veut avoir 500 exemplaires, le second 300, et le troisième 200 ; pour savoir ce que chaque Associé doit payer, il faut voir premièrement à combien se monte la dépense, dont le bordereau suit :

400 rames de papier à 4 l. la rame, valent		1600 l.
200 feuilles à 8 l. la feuille pour l'impression,		1600
Pour le Privilége, assemblage, et autres frais,		100
	Dépense totale	3300 l.

Ayant trouvé que la dépense entière de l'impression dudit Livre se monte à 3300 liv, pour savoir combien chacun doit payer à raison de la quantité d'exemplaires ou volumes qu'il en veut avoir, on fera trois Règles de Trois, disant pour trouver l'argent que doit payer le premier :

Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien 500 vol. qui est la part du premier : ℞.	1650 l.
Si 1000 vol. valent 3300 liv. combien 300 vol qui est la part du second : ℞.	990
Si 1000 vol. valent 3300 liv combien 200 vol. qui est la part du troisième : ℞.	660
Preuve	3300 l.

Et si on veut savoir à combien revient chaque volume, il faut diviser les 3300 livres par 1000 vol. et il viendra 3 liv. 6 sols pour la valeur de chaque volume.

Autre Règle de Compagnie pratiquée parmi les Financiers.

Plusieurs traitent avec le Roi pour une ferme de 1200000 livres; posons le cas qu'ils soient cinq, et qu'ils aient financé chacun les sommes qui suivent.

Le premier	200000	On demande pour quelle partie de la livre de 20 sols chacun sera intéressé à ladite Ferme.
Le second	400000	
Le troisième	300000	
Le quatrième	240000	
Le cinquième	60000	

Finance totale 1200000 liv.

Pour faire cette Règle, il faut agir comme à la Règle de Compagnie ci-devant, posant 1200000 l. finance totale aux premiers termes d'autant de Règle de Trois qu'il y a d'Associés; aux seconds termes 20 sols; et aux troisièmes la finance particulière de chaque Associé; et faisant l'opération, il viendra aux quatrièmes termes ce que l'on cherche, comme il se voit ci-après.

Exemple pour celui qui a financé 200000 l.
Si 1200000 liv. valent 20 sols, combien 200000

Ou par abréviation, en retranchant cinq zéros: Si 12 l. valent 20 sols, combien 2 l.

Faisant l'opération, il viendra 3 sols 4 den., qui est $\frac{1}{6}$ de 20 sols; et partant, on dira que le premier est intéressé au parti pour $\frac{1}{6}$.

On fera de même pour le second, disant:

Si 12 livres valent 20 sols, combien 4 livres? Et faisant l'opération, il viendra 6 s 8 den. qui est $\frac{1}{3}$, et ainsi on dira qu'il est d'un tiers au parti; ainsi du troisième, quatrième et cinquième, comme il se voit ci-après par la représentation des nombres que je répète.

Finances particulières.		Parties de 20 sols.		
Finance du premier	200000 l.	3 sols	4 d. ou	$\frac{1}{6}$
du second	400000	6	8	$\frac{1}{3}$
du troisième	300000	5		$\frac{1}{4}$
du quatrième	240000	4		$\frac{1}{5}$
du cinquième	60000			$\frac{1}{20}$
Finance totale	1200000 l.	20 sols.		

Ayant observé tout ce que ci-dessus, il se trouve que le premier qui a financé 200000 liv. est pour $\frac{1}{6}$ au parti; le second à cause de sa finance pour $\frac{1}{3}$; le troisième pour $\frac{1}{4}$, le quatrième pour $\frac{1}{5}$, le cinquième pour $\frac{1}{20}$.

Il reste à voir ce qu'il faut observer pour partager le profit, s'il y en a.

Supposé, par exemple, qu'il y ait 600000 liv. de profit pour les Associés : si on veut savoir ce qui en appartient à chacun, à raison de la part qu'il a audit parti, comme si on veut savoir ce qui appartient au premier, qui est pour $\frac{1}{6}$;

Il faut tirer	$\frac{1}{6}$ des 600000 liv.	il viendra	100000
Pour le second	$\frac{1}{3}$	il viendra	200000
Pour le troisième	$\frac{1}{4}$	il viendra	150000
Pour le quatrième	$\frac{1}{5}$	il viendra	120000
Pour le cinquième	$\frac{1}{20}$	il viendra	30000
		Gain total	600000

Et si, au lieu de gain, il y avait de la perte 600000 liv., alors il faudrait opérer de même façon que ci-dessus, en tirant le sixième, le tiers, le quart des 600000 liv. etc.

Autre Exemple.

Mais si la finance de chaque Associé était inconnue, et qu'il fût question de la trouver; comme si quatre Particuliers voulaient prendre une Ferme du Roi, de 400000 liv., et que le premier y dût entrer pour $\frac{1}{2}$, le second pour $\frac{1}{4}$, le troisième pour $\frac{1}{5}$, et le quatrième pour $\frac{1}{20}$; on demande combien chacun doit financer à cette même raison.

Pour découvrir la finance de chaque Associé, comme celle du premier, qui est pour $\frac{1}{2}$ ou 10 s. à l'égard de 20 sols, il faut tirer la moitié de 400000 liv. qui est la finance totale, il viendra 200000 liv. qu'il doit payer pour sa part.

Et pour avoir la finance du second, il faut tirer le quart des mêmes 400000 livres, il viendra 100000 livres pour ce qu'il doit payer; ainsi des autres, comme il se voit par l'opération ci-dessous.

400000 Finance totale.

10 sols ou $\frac{1}{2}$ 200000, Finance du premier Associé.
5 sols ou $\frac{1}{4}$ 100000, Finance du second.
4 sols ou $\frac{1}{5}$ 80000, Finance du troisième.
1 sol ou $\frac{1}{20}$ 20000, Finance du quatrième.

Preuve 400000

Ayant ainsi tiré $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ et $\frac{1}{20}$ de la Finance totale, si on ajoute les produits qui représentent les Finances particulières, on trouvera les mêmes 400000 liv.; et c'est la preuve.

Il faut noter que si l'on veut, on se servira de 12 deniers pour dénoter le pied de la Finance, aussi bien que de 20 sols, pourvu que les parties de tous les Associés composent justement 20 s. ou 12 deniers; car si elles étaient excessives ou défectueuses, il s'ensuivrait que la Finance serait aussi excessive ou défectueuse, ce qui serait absurde.

Règle de Compagnie par temps.

Dans cette Règle la mise de chaque Associé est considérée, et le temps aussi; mais pour rendre égalité de la mise et du temps en un seul nombre, il faut multiplier la mise d'un chacun par son temps; puis ayant ajouté tous les produits, qui ont même force que si c'étaient des mises en temps égal, on en posera la somme totale au premier terme d'une Règle de Trois; au second terme on posera le gain, s'il y en a, ou la perte; et au troisième terme

chaque produit particulier; puis on fera autant de Règles de Trois qu'il y aura d'Associés, opérant au surplus comme la Règle de Compagnie simple, ci-devant expliquée, pour trouver le gain ou la perte de chaque Associé.

Exemple.

Trois ont fait Compagnie pour négocier, et ont gagné 132 livres; on demande le gain de chacun, à raison de sa mise et de son temps.

	* Mises particulières.		† Produit des temps et mises. †
Le premier a mis	240	pour 6 mois	1440
Le second	507	4	2068
Le troisieme	300	2	600
		Somme des produits	4108

Il faut multiplier les mises d'un chacun par son temps, comme 240, mise du premier, par 6 mois; ainsi des autres, dont il vient trois produits, desquels la somme totale est 4108, qu'il faut poser au premier terme d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Associés; au second terme il faut poser 132 liv. qui est le gain total; et au troisième le produit et la mise de chaque Associé; et faisant les trois Règles de Trois, ou plus, s'il y avait davantage d'Associés, il viendra le gain de chacun, comme il se voit ci-après.

Remarque. Dans cet endroit je me contenterai de mettre les trois Règles de Trois en disposition, et d'en donner la réponse au bout, sans en faire l'opération, supposant que ceux qui en viennent jusqu'aux Règles de Compagnie, ont la connaissance de la Règle de Trois, et qu'ainsi s'ils ont la curiosité d'examiner le compte, ils se donneront la peine d'opérer la Règle; on dira donc, pour trouver le gain du premier :

liv.		liv.		liv.	liv.	s.	d.	restes.
Si 4108	gag.	132	comb.	1440	℞ 46	5	4.	3968
	Pour le second :							
Si 4108		132		2068	℞. 66	8	11.	3964
	Pour le troisième :							
Si 4108		132		600	℞. 19	5	7.	284
		Somme des gains			131	19	10.	8216
		Il manque					2 den.	
		Preuve			132 l. 00			

8216
——— (2 den.
4108

L'addition ci-dessus fait connaître que la Règle est bien faite; c'est pourquoi il n'est pas besoin de donner d'autre explication pour la preuve, attendu que cette preuve n'est point différente de celle que j'ai expliquée pour la Règle de Compagnie simple.

Il faut remarquer qu'en toutes les Règles de Compagnie, soit que le temps finisse à un temps préfix, ou qu'il soit anticipé par un de la Société, on soldera alors le compte; et cela n'est autre chose que si le temps de la solde du compte était le temps préfix de l'association.

Autre Exemple.

Trois ont fait Compagnie ensemble pour 12 mois, et ont gagné 1000 liv.; on demande le gain de chacun à raison de sa mise et de son temps.

A a mis 700 livres, dont il a retiré 150 livres au bout de 7 mois.

B a mis 1500 livres, dont il a retiré 450 liv. au bout de 5 mois.

C a mis 400 livres, et 5 mois après, il a encore remis 350 liv.

Pour donner à chacun ce qui lui appartient de profit à raison de sa mise et de son temps, il faut raisonner pour chaque Associé, comme il s'ensuit.

Multipliez les 700 livres que le premier a mises par 7 mois, il viendra 4900, qu'il faut mettre à part, parce que les 700 livres ont profité durant les 7 premiers mois.

Ensuite il faut ôter les 150 liv. qu'il a retirées, des mêmes 700 liv., il restera 550 liv. qui ont demeuré le reste du temps, qui est 5 mois : multipliant donc 550 par 5, il viendra 2750, qu'il faut ajouter à 4900, et la somme sera 7650 livres pour la mise du premier.

Pour trouver la mise du second, il faut considérer qu'il a mis 1500 liv qui ont profité durant 5 mois; multipliez donc 1500 par 5, il viendra 7500; que l'on mettra à part; et au bout des 5 mois il a retiré 450 liv., reste donc 1050 liv. qui ont demeuré 7 mois dans la Société : puis multipliant 1050 livres par 7, il viendra 7350 liv. qu'il faut ajouter à 7500 ci-dessus, et la somme sera 14850 liv. pour la mise du second.

Enfin, le troisième a mis 400 liv. qui ont demeuré 5 mois; multipliez donc 400 par 5, il viendra 2000, qu'il faut garder à part; au bout des 5 mois il a encore remis 350 liv. tellement qu'ajoutant les 400 liv premiers avec 350, la somme est 750 liv. qui ont profité durant les 7 derniers mois : multipliant donc 750 par 7, il viendra 5250; puis ajoutant les 2000 trouvées ci-devant, avec les 5250 ci-dessus, le tout fera 7250 livres pour la mise du troisième.

Ayant observé tout ce qui est dit ci-dessus, et trouvé la mise de chaque Associé, savoir :

7650 liv. pour le premier.
14850 liv. pour le second.
7250 liv. pour le troisième.

29750 liv. qui est la somme totale des mises.

Pour trouver le gain de chaque Associé à proportion du gain total, qui est 1000 liv., il faut faire trois Règles de Trois, comme il a été enseigné dans les Règles de Compagnie ci-devant, à cause qu'il y a trois Associés, posant au premier terme la mise totale qui est 29750 livres, au deuxième 1000 livres gain total, et au troisième les mises particulières de chaque Associé.

Comme si on demandait le gain du premier Associé, duquel la mise est 7650 liv. on dira :

Si 29750 liv. ont gagné 1000 liv. combien 7650 l. Faisant l'opération, il viendra au quatrième terme ce que l'on cherche pour le gain du premier. On observera le même ordre pour trouver le gain du second, et de même pour trouver le gain du troisième.

Ceux qui seront curieux de voir la réponse, se donneront la peine de faire les trois Règles de Trois par le moyen desquelles ils verront le profit de chaque Associé.

Quiconque aura bien pris garde à mon explication touchant les Règles de Compagnie usitées ordinairement entre les Négocians, tant simples ou en même temps, qu'à divers temps, résoudra aisément celles qui lui seront proposées de cette même sorte.

Pour les Règles de Compagnie qui contiennent des circonstances extraordinaires dans leur proposition, et qui sont plutôt de curiosité que de nécessité, et pour donner envie aux curieux de pénétrer dans les nombres, afin d'en découvrir la beauté ; il

s'en verra plusieurs dans le Questionnaire que j'espère donner à la fin de mon Livre, c'est pourquoi je n'en parlerai pas plus amplement en ce lieu.

On a vu ci-dessus de quelle manière les Sieurs R** et B** ont critiqué la Règle d'Escompte : on va voir qu'ils n'ont pas mieux réussi en critiquant la Règle de Compagnie par temps.

On ne discutera point ici toutes les raisons des Sieurs Roslin, Lespart, Experts pour les comptes et calculs, Boulanger et Maget des Islettes ; ce dernier dit qu'il n'a jamais vu pratiquer la Règle de Compagnie par temps : on se contentera seulement d'indiquer les Journaux de Verdun, pour que ceux qui voudront se donner la peine de les lire, sachent comment ces Messieurs voulaient bannir à jamais la Règle de Compagnie par temps de tous les Livres d'Arithmétique, comme inutile, impraticable et usuraire; il faut néanmoins en excepter M. Boulanger, qui s'opposa au bannissement, mais toujours impraticable dans le sens de M le Gendre.

Il ne faut pas oublier M. de la Barre, qui dirigeait les mémoires des ennemis de la Règle en question. Le sieur Faure lui en fit des reproches, de même que sur sa partialité; aussi eut-on soin de dire dans le Journal de Février 1738, page 108, qu'il faut écouter M. Roslin qui se défend lui-même.

Voici les Journaux qui condamnent la Méthode de Messieurs le Gendre, Barrême, le P. Prestet, le Père Renaud, etc. c'est-à-dire, tous les Auteurs qui ont traité de cette Règle.

Journaux de Verdun, Septembre 1736, page 185; Février, page 107; Avril, page 256; et Mai 1738, page 343.

Voici ceux où sont insérés les Mémoires du sieur Faure, pour la défense de ladite Règle; Décembre

1737, page 427; Mars, page 189; Août, pag. 157; et Septembre 1738, page 236.

Pour prouver que la Règle de Compagnie par temps ne doit point être bannie des Livres d'Arithmétique, on va former ici deux demandes avec leurs réponses et leurs objections.

Première Demande.

On demande, s'il n'y a jamais eu de Compagnie par temps en France. Il me semble qu'on entend déjà les Adversaires de cette Règle dire, non.

On répond, que les Rentes sur l'Hôtel-de-Ville de Paris, sur le Bazacle, moulin sur la Garonne à Toulouse, la Compagnie des Indes, les emprunts du Clergé de France, et ceux des Communautés de Paris, sont des Compagnies par temps, où tous les Etats du Royaume reçoivent chacun selon sa mise et son temps.

Opération.

Mais, diront les Adversaires de la Compagnie par temps, on ne retire pas sa mise quand on veut. Cela est vrai généralement parlant; cependant on fait des remboursemens à l'Hôtel-de-Ville de Paris depuis vingt-quatre à vingt-cinq ans, soit en Loteries, ou par d'autres voies que tout Paris connaît. On peut encore vendre son contrat. Les Diocèses de Clermont en Auvergne et de Poitiers, font des remboursemens depuis trois à quatre ans. (Nous sommes en 1759.) Il y a des Communautés à Paris qui font des remboursemens, quand il y a de l'argent dans leurs coffres. On peut encore être remboursé de ses Actions sur la Compagnie des Indes fort facilement, en vendant ses Actions et dixièmes d'Actions, quelquefois même on y gagne. On a donc des Compagnies par temps en France.

Seconde Demande.

On demande s'il y a usure à mettre son argent en

rente sur la Ville, au Moulin de Bazacle, à la Compagnie des Indes, de prêter de l'argent au Clergé, et aux Communautés de Paris.

Réponse. On a consulté des Docteurs qui ont dit, qu'il n'y avait point usure, lorsque le Roi l'avait permis, et fixé le denier.

Il s'agit à présent de voir, si on veut appliquer la méthode de la Règle de Compagnie par temps, sur les rentes de l'Hôtel-de Ville, pour en démêler les intérêts qui seraient confondus entre plusieurs particuliers; pour cet effet on forme la Règle suivante.

Un particulier étant chargé de recevoir les rentes de Masion, Saurin et Crommelin; ce particulier étant mort, on a trouvé un billet, par lequel il est dit : Que 400 livres comprennent l'intérêt de trois mois au principal de 4000 liv. appartenant à Masion, l'intérêt de six mois au principal de 5000 liv. appartenant à Saurin, et l'intérêt de neuf mois au principal de 6000 liv. appartenant à Crommelin. On demande ce que doivent avoir Masion, Saurin et Crommelin, eu égard à leur temps et à leur remise.

Il faut multiplier 4000 liv. de Masion par trois mois, il viendra 12000 livres; 5000 liv. de Saurin par 6 mois, on aura 30000 liv.; et 6000 livres de Crommelin par 9 mois, on aura 54000 livres : ces trois principaux multipliés par leurs mises étant ajoutés ensemble font 96000 livres, qu'il faut poser pour premier terme de trois Règles de Trois; le gain 400 livres sera le deuxième, et les mises multipliées par leur temps seront le troisième, comme on voit ci-après.

Si 96000 gag. 400 l. comb. 12000. ℞. 50 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 30000. ℞. 125 l.
Si 96000 gag. 400 l. comb. 54000. ℞. 225 l.

Ayant fait les trois Règles, il est venu pour Masion 50 livres, pour Saurin 125 livres, et pour Crommelin

225 livres. Voici comme on doit raisonner, pour savoir si Masion, Saurin et Crommelin retirent sûrement chacun ce qui leur doit revenir sur les 400 liv.

On dit : si Masion retire 50 liv. pour 5 mois, c'est 200 liv. par an, par conséquent il faut diviser 4000 l. par 200, on aura 20 au quotient, c'est-à-dire, que ses 4000 liv. lui ont porté intérêt au denier 20.

Si l'argent du premier a profité au denier 20, celui des autres a dû profiter au même denier. 6000 livres au denier 20 donnent 250 livres par an ; mais comme 5000 n'ont été que 6 mois, il faut prendre la moitié de 250, qui est 125 pour la part de Saurin. On dira encore : 6000 livres de Crommelin doivent rapporter 300 liv. par an ; et comme son argent n'a resté que 9 mois qui est les trois quarts de l'année, il doit avoir les trois quarts de 300 l., qui font 225. On voit par l'opération qu'on vient de faire, que l'argent des trois Associés a profité au même denier. La Règle de Compagnie par temps n'est donc pas impraticable, usuraire ni inutile. Voilà ce que M. Roslin et ses adhérens n'ont pas compris.

De ce qui vient d'être dit on conclut, qu'on peut pratiquer la Règle de Compagnie par temps entre Négocians et autres, et même on doit la préférer, lorsqu'on fait une Société pour acheter une seule fois une certaine quantité de marchandises, et qu'à mesure qu'on les vend, l'argent reste dans la caisse jusqu'à la fin de la Société ; alors il est plus avantageux aux Associés de rembourser ceux qui sont pressés d'argent, lorsqu'il y en a dans la caisse, que de ne le pas faire ; leur argent profite ailleurs, sans faire tort à ceux qui ne retirent pas le leur, comme on le verra ci-après.

Voici l'énoncé de M. Roslin inséré dans le Journal de Verdun, Septembre 1736, page 175.

« Trois, dit-il, ont fait Compagnie, le premier » Janvier 1729, pour acheter des marchandises.

» Masion a mis 4000 livres pour trois mois, disant
» qu'il aurait droit de retirer au bout de ce temps ;
» ce qu'il a fait. Saurin a mis 5000 livres pendant
» six mois ; Crommelin a mis 6000 livres qui ont
» été sous le Commis de la Compagnie pendant neuf
» mois. Il y a 9000 liv. de gain pour les neuf mois;
» il ajoute, suivant son compte, que cela fait 3000
» livres tous les trois mois. On demande la part de
» chacun à proportion de son temps et de sa mise.

» Il est évident, dit-il encore, que lorsqu'il y a
» trois mois d'expirés, Masion qui n'a mis que pour
» ce temps, doit dire pour se faire rendre justice,
» voyons le gain ou la perte, car mon temps est
» fini ; faites mon compte......... Et plus bas il fait
» trois Règles de Trois en cette sorte :

» Si 15000 liv. 3000 liv. 4000 liv. ℟. 800
» Si 15000 liv. 3000 liv. 5000 liv. ℟. 1636 $\frac{7}{11}$
» Si 15000 liv. 3000 liv. 6000 liv. ℟. 3000

» Nous voyons, dit-il, que Masion doit avoir
» 800 liv. pour ses trois mois, et qu'il se retire. »

Voici Masion qui parle à M. Roslin, et qui lui dit: Ce n'est pas là mon compte; nous avons gagné 3000 liv. en trois mois, c'est pour moi 800 liv. cela est vrai, je ne veux point retirer ma mise à ce prix-là, j'entends partager avec la même proportion, tant dans l'argent qui est dans la caisse, que dans les marchandises qui ne sont pas vendues; nous sommes à temps égal, ainsi nous partagerons tous à proportion de nos mises. Lorsque je me suis associé, j'ai entendu partager à proportion de ma mise et de mon temps sur tout le gain, ou la perte. Mes marchandises seront vendues aussi bien que les vôtres; faisons un bilan général tout-à-l'heure. On demande à M. Roslin, si ce n'est pas la justice que Masion

demande. Si Masion avait acheté des marchandises pour ses 4000 livres, il aurait gagné 2400 livres, pendant que M. Roslin ne lui donne que 800 livres.

Or, pour ne commettre point d'injustice, il faut dire par Règle de Trois, après avoir multiplié chacune par son temps :

Si 96000 gag. 9000 comb. 12000 ℞. 1125
Si 96000 gag. 9000 comb. 30000 ℞. 2812 $\frac{1}{2}$
Si 96000 gag. 9000 comb. 54000 ℞. 5062 $\frac{1}{2}$

Pour prouver que les Associés gagnent dans la même proportion que les rentes de la Ville, on fait la Règle suivante :

Si 400 livres donnent 50 livres pour Masion, combien 9000 liv. lui donneront-ils ? ℞. 1125.

Si 400 livres donnent 125 livres pour Saurin, combien 9000 liv. lui donneront-ils ? ℞. 2812 $\frac{1}{2}$.

Si 400 livres donnent 225 liv. pour Crommelin, combien 9000 liv. lui donneront-ils ? ℞. 5062 $\frac{1}{2}$.

Voilà sans injustice ce que chaque Associé doit avoir pour sa part, et non 800 liv. pour Masion que lui donne M. Roslin.

Pour finir la défense de la Règle de Compagnie par temps, on va faire la même question à temps égal. Alors mettant ensemble les mises 4000 livres, 5000 livres, et 6000 livres, on a 15000 livres pour premier terme de chaque Règle de Trois, le gain 9000 livres au second ; et la mise de chaque Particulier au troisième.

Si 15000 gag. 9000 comb. 4000. ℞. 2400.
Si 15000 gag. 9000 comb. 9000. ℞. 3000.
Si 15000 gag. 9000 comb. 6000. ℞. 3600.

On a dit plus haut qu'il était avantageux au bout de trois, ou de six mois, de rembourser, lorsqu'il y a de l'argent dans la caisse. Crommelin sert ici d'exemple; au lieu de 5062 ½ liv, il n'a que 3600 liv., et Masion au lieu de 1125 liv., a 2400 livres.

On croit en avoir assez dit pour faire revenir M. Roslin de son erreur; quand il voudra, on lui fournira encore d'autres preuves.

Il ne reste plus qu'à faire connaître la raison par laquelle on doit multiplier la mise par le temps, pour résoudre les Règles de Compagnie par temps.

Quand on multiplie la mise par le temps, le produit qui en résulte gagne autant dans un mois que celui qu'on a multiplié gagne pendant son temps.

Exemple.

Si 4000 livres gagnent une somme au denier 20 pendant trois mois, 12000 livres qui est le produit de 4000 livres par trois mois gagnera autant au même denier pendant un mois : 4000 livres au denier 20 gagnent 200 livres par an, pour trois mois c'est 50 livres; 12000 liv. au même denier gagnent 600 livres par an, pour un mois c'est 50 livres.

Si 5000 livres au denier 20 gagnent en six mois 125 livres, 30000 livres qui est le produit de 50000 livres multipliées par 6 mois, gagnent autant en un mois; 30000 au denier 20 gagnent 1500 livres par an, donc pour un mois c'est 125 livres.

Si on multiplie encore 6000 liv. par 9 mois, on aura au produit 54000 livres qui gagneront autant en un mois, que 60000 liv. en 9 mois, l'un et l'autre au même denier 20.

Ce qui prouve que Masion ayant mis 4000 liv. pour trois mois, c'est comme s'il avait mis 12000 liv. pour un mois.

Saurin ayant mis 5000 livres pour six mois, c'est comme s'il avait mis 30000 livres pour un mois.

Et enfin Crommelin ayant mis 6000 liv. pour neuf mois, c'est comme s'il avait mis 54000 liv. pour un mois.

On voit par ce dernier raisonnement, que le temps étant égal pour les trois Associés, on doit dire :

Si 96000 mises des trois Associés gagnent 9000 livres, combien 12000 mise de Masion. ℟. 1125 livres; ainsi des autres.

DU MARC, OU SOL LA LIVRE,

ET DE SON USAGE.

Pour le département des Tailles, Subsistances, Décimes ou autres deniers à imposer ou à diminuer; comme aussi pour faire une discussion de banqueroute.

Pour imposer une somme de deniers au marc la livre à plusieurs proportionnellement, il faut premièrement chercher ce qui doit porter une livre à l'égard de la somme qui est à imposer, ou diminuer; ce qui se fait par une Règle de Trois, posant au premier terme la somme principale sur

laquelle on veut imposer ; au second terme la somme à imposer ; et au troisième une livre ou 20 sols ; et faisant la Règle de Trois selon son précepte, il viendra au quatrième terme ce que doit porter une livre.

Par exemple, supposé qu'il ait été ordonné au Conseil du Roi qu'il sera levé l'année présente la somme de 1200000 liv. d'augmentation plus que l'année passée sur ses Sujets contribuables aux Tailles ; on demande combien chacun doit payer de cette recrue, au prorata de ce qu'il a payé la dernière année.

Il faut premièrement distribuer ladite somme de 1200000 liv. à toutes les Généralités du Royaume, la part de chaque Généralité à ses Elections, la part de chaque Election à ses Paroisses, et la part de chaque Paroisse aux Habitans d'icelle.

Pour faire cette Règle, il faut mettre en ordre d'Addition les sommes que chaque Généralité a payées l'année dernière, dont je suppose la somme totale être 9600000, puis dire :

Si 9600000, qui est la somme principale, portent 1200000 de recrue, combien portera 1 livre ou 20 sols : faisant la Règle, on trouvera 2 sols 6 deniers pour livre.

Pour preuve, multipliez 9600000 livres par 2 sols 6 den. qui est $\frac{1}{8}$ de 20 sols, il viendra 1200000 livres qui est la recrue.

Et ainsi on voit que 2 sols 6 den. est le pied sur lequel on doit faire l'imposition des 1200000 livres sur chaque Généralité.

Par exemple, si la Généralité de Paris avait payé l'année dernière 1500000 pour sa taxe, on demande ce qu'elle doit payer de cette recrue : il faut tirer le huitième de 1500000 liv. à cause des 2 sols 6 den. pour livre, il viendra 187500 livres pour sa part de ladite recrue.

Il

Il faut faire le même pour trouver la taxe de toutes les autres Généralités; puis faisant l'addition de toutes les taxes particulières, la somme totale d'icelle doit être égale à la recrue. Je laisse à la discrétion du Lecteur d'établir les sommes de chaque Généralité, desquelles est composée la somme principale, qui est 9,600,000 liv. ci-dessus.

Si la somme à imposer de nouveau était toujours qu lque partie régulière de la somme principale sur laquelle on la veut imposer, savoir, la quatrième partie, la cinquième, la sixième, la huitième, la douzième, la seizième, etc. comme dans l'exemple ci-dessus, où la recrue, qui est 1,200,000 livres, est la huitième partie de 9,600,000 livres, somme principale; en ce cas, il n'y a qu'à tirer cette même partie, savoir, le huitième de toutes les taxes particulières, l'une après l'autre, comme il se voit dans l'exemple ci-après, dont je ferai l'opération entière.

Exemple d'un département d'une Généralité sur ses Elections.

Supposé qu'une Généralité composée de huit Elections, payât, l'année dernière, 695844 liv. pour somme principale, et que l'on lui envoie une recrue de 57987 livres; on demande combien chaque Election doit payer pour sa part de cette recrue.

Taxe particulière des Elections.

La première Election a payé	96000 liv.
La deuxième	87566
La troisième	56789
La quatrième	107567
La cinquième	96000
La sixième	87566
La septième	56789
La huitième	107567
Somme principale	695844

Ayant fait l'Addition ci-dessus, si on veut trouver ce que chaque Election doit porter pour sa part de la recrue, il faut dire, par Règle de Trois :

Si 695844 liv. portent 57987 liv., comb. 20 sols ?

20 sols.

1159740

463896
1159740
———— (1 sol.
695844

5566752
———— (8 den.
695844

℞. 1 sol 8 den. pour la valeur de la livre, ou 20 s., qui est le pied sur lequel on doit se régler pour faire la distribution ou répartiment.

Pour preuve que le pied ci-dessus est bon, il faut multiplier 695844 livres, somme principale, par 1 sol 8 deniers, en tirant le douzième, parce que 1 sol 8 deniers est la douzième partie de 20 sols; il viendra 57987 livres, qui est la recrue et la preuve.

Maintenant si on veut trouver ce que chaque Election doit porter de la recrue ci-dessus, qui est 57987 livres ;

Il faut multiplier la taxe particulière de chaque Election par 1 sol 8 den, en tirant le douzième de ladite taxe, comme ci-dessus, et ce qui viendra au produit sera la part de la recrue de chaque Election, comme il se voit ci-dessous, par l'opération de la Règle entière.

Opération entière de la Règle.

Elections.		Taxes anciennes.		Taxes de la recrue.		
1	*	96000	est	8000 liv.		
2		87566	est	7297	5 sols	4
3		56789	est	4732	8	4
4	Le douzième *	107567	est	8963	18	4
5		96000	est	8000		
6		87566	est	7297	3	4
7		56789	est	4732	8	4
8		107567	est	8963	18	4

Somme princ. 695844, recrue 57987 liv.

Remarque. Mais si la somme à imposer n'est pas justement une partie régulière de 20 sols à l'égard de la somme principale sur laquelle on veut faire l'imposition, comme si on voulait imposer 42793 livres 16 sols 8 deniers sur une Election qui payait l'année dernière 256788 livres, et que l'on voulût savoir ce qu'elle doit payer pour sa part de cette nouvelle imposition ; pour trouver le pied de la livre, il faut dire comme ci-devant, par Règle de Trois :

Si 256788 livres portent de recrue 42793 livres 16 sols 8 deniers, combien 20 sols ?

Opération.

Si 256788 liv. 42793 liv. 16 s. 8 d., combien 20 s.?

```
                     20
               ─────────────
               855876 sols        den.
 85512 par     12                256788
855876                          1026152
────── (3 sols                  ─────── (3 den.
256788                           256788
```

Ayant fait l'opération, il est venu 3 sols 3 den. pour livre, et reste 256788 den. qui ne se peuvent diviser.

Mais d'autant qu'il ne faut pas négliger ce reste qui est une fraction de denier fort approchante de l'entier, attendu que le reste susdit n'est différent du diviseur que de 1000 deniers qui valent 4 livres 3 sols 4 den., il faut prendre le reste pour 1 denier; partant si l'on impose sur le pied de 3 sols 4 den. pour livre, on imposera 4 livres 3 sols 4 deniers plus que ladite recrue, lesquels 4 livres 3 sols 4 deniers ne sont pas considérables, d'autant qu'il est facile d'ôter à l'œil ces 4 livres 3 sols 4 deniers sur toutes les Elections, à proportion de leurs taxes, pour faire la balance du compte de la recrue; au lieu que si on imposait sur un moindre pied, comme sur 3 sols 3 den. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$, le compte ne se trouverait pas assez fort, ou si on imposait précisément selon la fraction de denier, l'opération en serait trop pénible : c'est pourquoi il faut chercher le pied le plus approchant de l'entier que l'on peut, et suppléer ou ajouter le manque au produit de la Multiplication, ou diminuer à l'œil sur chaque contribuable ce qui se trouvera de plus en prenant un denier entier au lieu d'une fraction.

Preuve.

Pour preuve que l'imposition sera trop forte de 4 livres 3 sols 4 deniers, si l'on impose sur ledit pied de 3 sols 4 deniers pour livre, multipliez la somme principale, qui est 256788 liv., en tirant le sixième, parce que 3 sols 4 den. est le sixième de 20 sols, il viendra 42798 liv., et il ne devait venir que 42793 liv. 16 sols 8 den.

Et si au contraire on multiplie la même somme principale par 3 sols 3 den. $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$, il viendra seulement 42664 liv. 5 sols 1 den. $\frac{1}{2}$, et il devrait venir 42793 liv. 16 sols 8 deniers; partant il viendra 126 liv. 11 sols 6 den. $\frac{1}{2}$ moins que la recrue, comme il se voit par les opérations suivantes.

	256788 liv. à multip.		
par	3 sols 4 den.		
$\frac{1}{6}$	42798 liv.		
il faut ôter	4 liv.	3 s.	4 d.
reste	42793 l.	16 s.	8 d.

	256788 liv.			
par	3 sols 3 $\frac{1}{4}$ et $\frac{1}{2}$.			
	25678 liv.	16 sols.		
	12839	8		
	3209	17		
pour $\frac{1}{2}$	534	19 s.	6 d.	
pour $\frac{1}{4}$	267	9	9	
pour $\frac{1}{8}$	133	14	10	$\frac{1}{2}$
	42664 liv.	5 s.	1	$\frac{1}{2}$

Mais si je veux encore tirer la moitié du produit du $\frac{1}{8}$, et encore la moitié de la moitié, et ainsi tant que je voudrai de parties de partie, je trouverai mon compte fort approchant de la recrue, peu plus ou moins, pour faire quelque imposition que ce soit, de grandes sommes ou petites.

Ce que dessus étant bien entendu, et le pied de l'imposition étant assuré; pour ce que chaque livre doit porter par la preuve que j'en viens de faire à plus ou à moins, si on veut donner à chaque Election

N 3

ce qu'elle doit porter de la recrue, on multipliera sa taxe dernière par le pied trouvé ; et toutes les multiplications étant faites, il faut faire addition de tous les produits qui représentent les taxes nouvelles de la recrue, et la somme d'iceux doit être égale à la recrue, mais plus ou moins quelque chose, selon le pied plus fort ou plus faible que l'on aura trouvé et établi pour la valeur de chaque livre, observant, pour faire quadrer le compte, de rejeter s'il se trouve plus, ou d'ajouter s'il se trouve moins, comme je l'ai enseigné ci-devant.

Tout ce que dessus se doit entendre quant à l'usage de Messieurs les Commis des Intendans des Finances, qui n'ont à répartir une recrue que d'une Généralité sur ses Elections, lesquelles peuvent être au nombre de 12, 14, 16, 18, 20, etc. C'est pourquoi, ayant trouvé un pied pour livre plus fort ou plus faible de peu de chose, il ne faut que multiplier la taxe dernière de chaque Election par la valeur de la livre, et ajoutant les produits de toutes les multiplications, la somme des produits est la recrue plus ou moins peu de chose, qu'il faut ôter ou ajouter comme il a été enseigné.

Cela supposé entendu, s'il est question d'imposer ensuite la part de la recrue de chaque Election sur ses Paroisses, qui seront peut-être au nombre de 130, ou plus ou moins, s'il y échet, ou même d'une Paroisse sur ses habitans, qui seront peut-être aussi 150, ou plus ou moins; alors il est nécessaire de trouver ce que doit porter une livre, comme ci-dessus, même 1 sol, comme aussi 1 denier, lequel pied doit être juste, ni trop fort ni trop faible, afin de pouvoir sur icelui dresser un Tarif exact, par le moyen duquel, sans faire aucune multiplication, on pourra recueillir les parties proportionnelles, qui étant ajoutées donneront la somme que chaque contribuable doit payer pour sa part de la recrue. C'est de quoi il sera parlé ci-après.

De la manière de dresser un Tarif, et de son usage.

Le Tarif sert à départir une somme de deniers, proportionnellement à une grande quantité d'autres sommes.

Comme si on disait : Une Election payait l'année dernière 216000 livres de Tailles, et le Roi ayant ordonné qu'il soit levé une somme de deniers sur les contribuables aux Tailles, il se trouve que cette Election est taxée par sa commission à 25920 livres pour sa part de la recrue; il est question de dresser une Table proportionnelle que l'on appelle Tarif, pour faire la distribution de cette recrue aux Paroisses de chaque Election, et de la recrue des Paroisses aux habitans d'icelles.

Avertissement.

Quoique dans la somme principale et dans la recrue ci-dessus, dont il est question, il n'y ait point de sols ni deniers, néanmoins il ne faut pas laisser d'établir la valeur d'un denier dans la Table dudit Tarif que l'on veut dresser, parce qu'il peut arriver qu'il y aura des sols et deniers aux sommes particulières dont cette somme principale, ou telle autre que l'on voudra proposer, sera composée.

Pour donc commencer à dresser le Tarif, il faut poser tous les deniers depuis 1 jusqu'à 11, et les sols depuis 1 jusqu'à 10, négligeant les autres jusqu'à 19, parce qu'ils sont compris depuis 1 jusqu'à 10.

Il faut aussi poser les livres depuis 1 jusqu'à 10, puis écrire 20, 30, 40, etc. les autres nombres de suite jusqu'à 100, et consécutivement 200, 300, 400, etc. jusqu'à mille; puis 2000, 3000, etc. jusqu'à 10000; enfin 20000, 30000, etc. ou jusqu'au plus grand nombre qu'il sera besoin.

Cela étant fait, il faut poser au-devant de chaque nombre sa partie proportionnelle, par exemple, à l'égard d'un denier, d'un sol, d'une livre, de 100 livres.

Mais il faut remarquer que c'est à celui qui dresse le Tarif, de juger par quelle partie il doit commencer. Par exemple, s'il y a des livres, sols et deniers aux sommes particulières, il faut commencer par la partie proportionnelle de 1 denier, et ensuite par celle d'un sol, et après par celle d'une livre.

Et d'autant que d'ordinaire, quand il y a plusieurs sommes sur lesquelles on veut imposer, comme les sommes des Paroisses d'une Election, et celles des habitans d'une Paroisse, il y en a quelques-unes composées de livres, sols et deniers, par cette raison j'estime, si l'on veut faire le département tout juste, qu'il faut commencer à établir premièrement la valeur d'un denier, qui ne peut être qu'une fraction, et poser cette fraction au devant d'un denier, comme dans l'exemple ci-dessus, où la partie proportionnelle d'un denier est $\frac{25920}{2160000}$ livres, ou par réduction à plus petits nombres $\frac{3}{25}$, d'autant qu'il faut toujours éviter d'opérer par de grandes fractions, quand on en peut trouver de petites qui fassent la même valeur : on posera donc $\frac{3}{25}$, vis-à-vis d'un denier.

Et pour avoir la partie proportionnelle de 2 den., il faut doubler $\frac{3}{25}$, il viendra $\frac{6}{25}$, que l'on posera vis-à-vis de 2 deniers, et vis-à-vis de 3 den. on posera $\frac{9}{25}$, et ainsi en continuant jusqu'à 1 sol, où il se trouve $\frac{36}{25}$ qui valent 1 denier et $\frac{11}{25}$, que l'on posera au-devant d'un sol.

Au-devant de 2 sols on posera le double, savoir, 2 deniers et $\frac{22}{25}$; au-devant de 3 sols, le triple de la valeur d'un sol, et ainsi de suite jusqu'à 10 sols, ou jusqu'à 20 sols, qui sont 1 livre, si l'on veut, parce que le double de 10 sols donne la valeur de 20 sols, savoir, 2 sols 4 deniers $\frac{4}{5}$, que l'on posera vis-à-vis d'une livre.

Pour 2 liv., on doublera 2 sols 4 den. $\frac{4}{5}$, il viendra 4 sols 9 den. $\frac{3}{5}$, et ainsi de suite jusqu'à 10 liv., et de 10 liv. jusqu'à 100 liv., et de 100 liv. jusqu'à 1000 l., et de 1000 liv. jusqu'à 10000 liv., et de 10000 livres jusqu'à 100000 livres, et ainsi de suite jusqu'à plus grand nombre, s'il est besoin, comme il se voit par l'opération du Tarif dans la page qui suit.

Preuve du Tarif.

Pour prouver que le Tarif est bien dressé, il faut poser la somme principale à la fin du Tarif; et ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale, qui est 216000 liv., et icelles posées au-devant, la somme desdites parties proportionnelles doit être égale à la recrue qui est 26920 livres.

Quoique dans les parties proportionnelles de la somme principale dont il est question, il ne se trouve point de sols, ni de deniers, ni même aucune fraction de denier, néanmoins il se peut faire qu'il y en aura dans les sommes particulières desquelles elle est composée; c'est pourquoi il est à propos de dresser le Tarif, en commençant par la valeur d'un denier, comme étant le chemin le plus assuré pour faire son imposition toute juste.

Table du Tarif.

Principal.		Parties proportionnelles.			Principal.		Parties proportionnelles.		
1	den. porte		o den.	$\frac{3}{25}$	5	l. porte	12 sols	o	
2				$\frac{6}{25}$	6		14	4	$\frac{4}{5}$
3				$\frac{9}{25}$	7		16	9	$\frac{3}{5}$
4				$\frac{12}{25}$	8		19	2	$\frac{2}{5}$
5				$\frac{15}{25}$	9		1 l.	7	$\frac{1}{5}$
6				$\frac{18}{25}$	10		1	4 s.	
7				$\frac{21}{25}$	20		1	8	
8				$\frac{24}{25}$	30		2	12	
9			1 den.	$\frac{2}{25}$	40		4	16	
10			1	$\frac{5}{25}$	50		6		
11			1	$\frac{8}{25}$	60		8	4	
1	sol porte		1	$\frac{11}{25}$	70		7	8	
2			2	$\frac{12}{25}$	80		9	12	
3			4	$\frac{8}{25}$	90		10	16	
4			5	$\frac{19}{25}$	100		12		
5			7	$\frac{5}{25}$	200		24		
6			8	$\frac{16}{25}$	300		36		
7			10	$\frac{2}{25}$	400		48		
8			11	$\frac{13}{25}$	500		60		
9		1	0	$\frac{24}{25}$	600		72		
10		1	2	$\frac{2}{5}$	700		84		
1	liv.	2	4	$\frac{4}{5}$	800		96		
2		4	9	$\frac{3}{5}$	900		108		
3		7	2	$\frac{2}{5}$	1000		120		
4		9	7	$\frac{2}{5}$	2000		240		

Principal.	Parties proportionnelles.
3000	360
4000	480
5000	600
6000	720
7000	840
8000	960
9000	1080
10000	1200
20000	2400
30000	3600
40000	4800
50000	6000
60000	7200
70000	8400
80000	9600
90000	10800
100000	12000
200000 l. porte	24000
10000	1200
6000	720
216000	25920

On voit que les parties proportionnelles de la somme principale rapportent juste la recrue, et c'est la preuve.

* Ayant ainsi dressé la Table du Tarif, si on veut savoir combien une Paroisse qui payait l'année dernière 1568 liv. 16 sols 8 den., doit payer cette année pour sa part de la recrue proposée ;

Il faut prendre les parties proportionnelles qui sont à l'endroit de 1000, de 500, de 60 et de 8 liv., et encore vis-à-vis de 10 s. et de 6 sols, et de 8 den, comme il se voit par l'opération ci-après ; et ajoutant lesdites parties proportionnelles en une somme, ce qui viendra sera la taxe de la Paroisse susdite, et ainsi se trouveront les taxes des autres Paroisses.

1568 liv. 16 s. 8 d. Taxes de ladite Paroisse.

1000 liv.	portent		120 liv.			
500			60			
60			7	4 sols		
8			0	19	2 d.	$\frac{10}{25}$
	10 sols		0	1	2	$\frac{10}{25}$
	6		0	0	8	$\frac{16}{25}$
		8 d.	0	0	0	$\frac{24}{25}$
1568 liv.	16 s.	8 d.	188 liv.	5 s.	2 d.	$\frac{10}{25}$

Ayant recueilli les parties proportionnelles de la somme principale, selon l'ordre du Tarif comme ci-dessus, il se trouve qu'une Paroisse qui payait l'année dernière la somme de 1568 liv. 16 sols 8 d. payera 188 liv. 5 sols 2 den. $\frac{10}{25}$ pour la présente recrue ; ainsi des autres.

Voilà la manière d'imposer une grande somme sur plusieurs autres ; et c'est à quoi Messieurs les Officiers de chaque Election doivent bien prendre garde, quand ils voudront asseoir les Tailles sur les Paroisses de leur Election, lorsqu'il y a recrue ou diminution; car si les Tailles étaient toujours en même état, on n'aurait qu'à se servir des anciens rôles.

Département des Décimes.

Il n'y a point de différence du département des décimes au département des Tailles, quant à l'imposition de quelque nouvelle levée de deniers, sinon qu'en matière de Tailles, au lieu de dire imposer de la Généralité sur les Elections, des Elections sur les Paroisses, et des Paroisses sur les habitans; à l'égard de décimes, on distribue la levée nouvelle par Provinces, de chaque Province aux Diocèses d'icelle, et des Diocèses aux Bénéficiers contribuables : c'est pourquoi je me contenterai de ce que je viens de dire sur ce sujet.

Si au contraire le Roi ordonnait une décharge sur ses sujets, au lieu d'une recrue, il faudrait opérer de même façon pour trouver la diminution de chaque contribuable, soit en matière de Tailles ou de décimes, et l'ôter de la taxe de l'année dernière, au lieu qu'il l'y faut ajouter en manière d'augmentation ou recrue.

Discussion de Banqueroute.

Comme d'ordinaire, quand il se fait une banqueroute, il y a quantité de créanciers qui y sont intéressés, ainsi s'il est question de partager au marc ou sol la livre, quelques effets que l'on a trouvés appartenans à celui qui a fait faillite; par exemple, si quelqu'un avait fait banqueroute de 216000 liv. et que ses effets ne fussent estimés qu'à 45920 liv., on demande comment il faudrait faire pour donner à chaque créancier sa part desdits effets proportionnellement à ce qui lui est dû. Il faut dresser aussi un Tarif comme celui ci-devant pour l'imposition des tailles, par le moyen duquel on pourra donner justement à chaque créancier ce qui lui appartient desdits effets, montans à 45920 liv., tout ainsi que j'ai enseigné qu'il faut faire pour trouver ce qu'il faut que chaque Paroisse paye de taxe pour sa part d'une recrue envoyée à l'Election de laquelle elle dépend.

Par exemple, s'il était dû à un créancier la somme de 1568 liv. 16 sols 8 deniers, et qu'il fût question de savoir ce qui lui reviendra des effets ci-dessus nommés, ayant dressé le Tarif comme il se voit ci-devant, il faut recueillir dans icelui les parties proportionnelles de la dette dudit créancier, qui est 1568 liv. 16 sols 8 den ; et faisant addition desdites parties, on trouvera 333 liv. 10 sols 5 den. $\frac{49}{135}$ qu'il retirera pour sa part desdits effets, au lieu de 1568 l. 16 sols 8 den. qui lui sont dus.

Il y en aura qui me pourront objecter que c'est une grande peine de dresser un Tarif juste; particulièrement quand les deux sommes, tant sur laquelle on impose, que celle à imposer, sont composées de livres, sols et deniers. J'avoue qu'il est bien fâcheux et pénible à ceux qui ne savent pas bien l'Arithmétique, particulièrement les fractions, parce que quand il y a livres, sols et deniers à toutes les deux sommes, pour trouver le pied d'un denier, il faut réduire les deux sommes chacune en deniers, et posant les deniers de la somme à imposer sur les deniers de la somme sur laquelle on impose, ce qui vient, qui est une fraction, c'est la valeur ou le pied d'un denier.

Pour avoir la valeur de 2 deniers, il faut multiplier le numérateur de la fraction, c'est-à-dire, les deniers à imposer, par 2, et diviser le produit, s'il est assez grand, par le dénominateur de ladite fraction, c'est-à-dire, par les deniers de la somme sur laquelle on impose, il viendra 1 denier au quotient de la division, et s'il reste quelque chose, on l'écrira de suite dessous pour numérateur; et le dénominateur sera réservé à l'écart sur le papier, parce que ce serait trop de peine de l'écrire à chaque opération : mais si le produit de la Multiplication des 2 deniers ne se peut diviser, on l'écrira en son rang sous la valeur d'un denier.

Et si on veut avoir le pied de 3 deniers, on multipliera la valeur d'un denier par 3, observant pour le produit le même ordre que ci-dessus, et ainsi en continuant jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sol, au-devant duquel on posera la partie proportionnelle trouvée.

Ayant la valeur ou le pied d'un sol, si on veut avoir la valeur de 2 sols, il faut multiplier cette valeur d'un sol par 2, et le produit sera la valeur de 2 sols; ainsi de suite jusqu'à 20 sols, au-devant desquels on posera leur valeur.

On continuera le Tarif de suite jusqu'au plus grand nombre de livres contenues dans la somme principale.

Par exemple, si on proposait d'imposer 12000 l. 16 sols 8 den. sur 60000 liv. 13 sols 4 den., on demande le pied ou la valeur d'un denier, afin de dresser un Tarif comme ci-devant, pour la distribution de la somme ci-dessus proposée sur quantité de sommes particulières, qui composent la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 den. sur laquelle il faut imposer.

Il faut réduire, comme il vient d'être dit, la somme à imposer, qui est 12000 liv. 16 sols 8 den, il viendra 2880200 den.

Il faut aussi réduire la somme principale, qui est 60000 liv. 13 sols 4 den. en deniers, il viendra 14400160.

Cela fait, il faut poser ces deux sommes de deniers l'une sur l'autre, il viendra $\frac{2880200}{14400160}$, et c'est la valeur d'un denier, que l'on peut réduire à plus petite dénomination, savoir, à $\frac{72005}{360004}$.

On posera donc au-devant d'un denier 72005; laissant à part 360004 qui est dénominateur ou diviseur, pour s'en servir quand il en sera besoin.

Et au-devant de 2 den., on posera le double, qui est 144010 que l'on écrira au-dessous de 72005.

Et au-devant de 3 den. le triple de 1 den., ainsi de suite jusqu'à 12 deniers qui valent 1 sol, où il se trouve 2 deniers, et 144052 de reste, comme il se voit par l'opération que j'ai commencée exprès, pour faire voir comment il en faut user en pareille rencontre.

		72005
		+ 12
1 denier porte	72005	———
2 deniers	144010	864060
3 deniers	216015	
4 deniers	288020	144052
5 deniers	360025	864060
6 deniers	432030	——— (2 d.
1 sol porte 2 den. +	154052	360004
2 sols portent 4 deniers	288104	

On continuera le même ordre jusqu'à 10 sols, où l'on trouvera 2 sols et $\frac{504}{360014}$ de reste, on dira donc :

10 sols portent 2 sols 0 den.		504
1 liv.	4	1008
2	8	2016

En continuant l'opération jusqu'à 10 livres, où la partie proportionnelle sera 2 liv. 0 sols 0 deniers et $\frac{10080}{360004}$ de reste, on dira :

10 liv. portent 2 liv. 0 sol 0 den.		10080
20	4	20160

Ainsi de suite jusqu'à 100 liv, de 100 liv. jusqu'à 1000 liv., et de 1000 livres jusqu'à tel autre grand nombre que l'on voudra, observant le même ordre que dans le Tarif ci-devant, dont j'ai dressé la Table entière, pour servir de modèle à tous les autres dont on aura besoin dans les rencontres.

On me pourra encore dire, que s'il était question de faire un rôle pour imposer la recrue d'une Paroisse, ce serait une chose trop inconnue de commencer par une grande fraction de den. pour dresser le Tarif pour ladite imposition comme ci-devant ; mais pour rendre la chose plus facile, il faut chercher combien la somme à imposer est pour livre de la somme principale, par l'ordre enseigné ci-devant pages 288 et 291.

Par exemple, si le diviseur était 435678 livres, et

qu'il fût venu 3 sols 5 den. pour livre, et 216934 de reste, alors il faut commencer par le Tarif, posant premièrement 1 livre et 3 sols 5 deniers obole ou ½ den. au-devant pour le pied d'une livre, parce que le reste de la division est environ ½ du diviseur ou peu moins, et si le reste eût été environ ¼ du diviseur ou une autre partie, on mettrait ¼ de den. ou telle autre partie de denier que le reste est du diseur ou environ.

Ayant ainsi trouvé la valeur d'une livre, pour trouver la valeur de 10 sols, en descendant, il faut prendre la moitié de la valeur de 1 livre, prenant le dixième de la valeur de 10 sols, ce sera la valeur de 1 sol; et si de la valeur d'un sol, on en tire le douzième, on aura la valeur d'un denier; mais non pas si juste, comme il se peut faire par la manière ci-devant.

Et pour rehausser d'une livre jusqu'à 10 livres, il faut observer l'ordre du Tarif; et par ce moyen on dresse aisément la Table proportionnelle, et étant dressée, les plus simples peuvent avec la plume ou le jeton recueillir les parties proportionnelles, et donner à chaque habitant ce qu'il doit porter pour sa part de la recrue.

On peut observer le même ordre pour faire la discussion d'une banqueroute.

RÈGLE TESTAMENTAIRE.

La Règle Testamentaire se pratique dans la distribution des legs faits par un Testateur, et néanmoins se peut aussi accommoder dans le commerce.

Première Question.

Soit proposé un Testateur avoir laissé à ses héritiers, qui sont trois, la somme de 432 livres, mais à telle condition, que quand le premier en prendra la moitié, l'autre en prenne le tiers, et l'autre le quart; on demande ce qu'ils doivent avoir chacun.

Il faut entendre les parties de moitié, tiers et quart à l'égard d'un certain tout, comme serait le nombre 12, 24, ou 48, etc. non pas à l'égard de cette somme de 432 livres, qui est léguée, d'autant que les parties portées par le testament excèdent l'entier.

Mais cela est entendu, que prenant, comme il vient d'être dit, un entier comme 12 qui ait moitié, tiers et quart, toutes les parties mises ensemble, savoir 6, 4 et 3 font $\frac{13}{12}$, c'est-à-dire plus que l'entier, et que pour faire la distribution desdites 432 liv. en cette même raison, il n'y a qu'à suivre l'ordre de la Règle de Compagnie naturelle.

Faisant donc les trois Règles de Trois, il viendra à chacun la part de chaque héritier, comme il se voit par l'opération.

12 nombre supposé, 432 somme léguée.

$\frac{1}{2}$	6 Si 13 liv...	432 liv. combien	6 liv.
$\frac{1}{3}$	4 Si 13	432	4
$\frac{1}{4}$	3 Si 13	432	3
	13		

Faisant les trois Règles de Trois :

il viendra au *	* premier	199 l.	7 sols	8 d.	$\frac{4}{13}$
	deuxième	132	18	5	$\frac{7}{13}$
	troisième	99	13	10	$\frac{2}{13}$
	Somme	432 l. et c'est la preuve.			

Autre Question.

Mais si les conditions du testament étaient telles que l'on ne trouvât pas commodément un nombre à plaisir, dans lequel fussent contenues les parties demandées; par exemple, si quelqu'un donnait par testament 1000 livres à quatre personnes, à condition que le premier en eût $\frac{1}{2}$, le second $\frac{1}{5}$, le troisième $\frac{1}{7}$, et le quatrième $\frac{1}{9}$, alors il faut multiplier tous les dénominateurs de suite, et le produit 630 sera le nombre qui aura $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{9}$, comme il se voit par l'opération.

70
9

$\frac{1}{2}\ \frac{1}{5}\ \frac{1}{7}\ \frac{1}{9}$ ———

630 nombre requis, duquel les parties de moitié, cinquième, septième et neuvième, qui sont 315, 126, 90, 70, étant ajoutées, font 601, qui est le premier terme des quatre Règles de Trois, 1000 livres somme à partager, le deuxième, et chaque partie particulière, le troisième; puis opérant au surplus selon la Règle de Compagnie, il viendra la part de chacun, comme à la question ci-dessus.

Autre Question.

Et si quelqu'un avait laissé par testament 100 liv. à trois héritiers, à condition que le premier en prendrait les $\frac{1}{5}$, le deuxième les $\frac{4}{9}$, et le troisième les $\frac{5}{12}$; pour trouver le nombre contenant ces parties-là, il faut multiplier, comme je viens de dire, les trois dénominateurs, 5, 9 et 12 entr'eux, il viendra 540 pour le nombre que l'on cherche, dont on tirera les $\frac{1}{5}$, les $\frac{4}{9}$ et $\frac{5}{12}$, qui seront les nombres auxquels on distribuera la somme de 100 livres ci-dessus proposée.

Opération.

	60		540
$\frac{3}{5}$ $\frac{4}{9}$ $\frac{5}{12}$	9	$\frac{3}{5}$	324
		$\frac{4}{9}$	240
	540	$\frac{5}{12}$	225
			789 premier term.

Ayant ainsi disposé la Règle, le reste est facile, parce que c'est comme s'il y avait 100 liv. à partager en trois Associés, dont le premier aurait mis 324 l. le deuxième 240 liv. le troisième 225 liv., et faisant trois Règles de Trois, comme à la Règle de Compagnie, il vient à chacune la part de chaque Associé; on dira donc pour le premier :

Si 789 liv.	100 liv.	324 liv.
Pour le second :		
Si 789	100	240
Pour le troisième :		
Si 789	100	225

Ceux qui voudront avoir la réponse, feront les Règles ci-dessus, avec la preuve, comme il a été enseigné.

Autre Question.

Un homme faisant testament, a laissé 1456 livres à sa femme qui était enceinte, à cette condition que si elle enfante un fils, il aura $\frac{2}{3}$ de ladite somme, et sa femme l'autre troisième partie ; mais si elle enfante une fille, la femme aura les $\frac{2}{3}$, et la fille le reste : or, il arrive que la femme enfante un fils et une fille; on demande la part de la mère, du fils et de la fille, afin de satisfaire à la volonté du Testateur.

Il faut considérer que la part du fils étant double de celle de la mère, celle de la mère doit être double de celle de la fille ; par conséquent si on suppose 4 pour le fils, la mère aura 2, et la fille 1, lesquelles

trois parties font 7 : prenant donc la septième partie de 1456 liv., il viendra 208 liv. pour la part de la fille, pour la mère 416 liv. qui est le double de la fille, et 832 liv. pour le fils, et c'est fait, comme il se voit par l'opération.

	1456 somme à partager.
1 pour la fille $\frac{1}{7}$	208 part de la fille.
2 pour la mère	416 part de la mère.
4 pour le fils	832 part du fils.
7 Somme à partager.	1456 l. et c'est la preuve.

Autre Question.

Un Marchand étant tombé malade, et faisant testament, a laissé à sa femme enceinte 4000 liv. pour être partagées, à condition que si elle enfante un fils, il aura 3000 liv. et la mère le reste; mais si elle enfante une fille, elle aura 3000 liv. et la fille le reste : or, il arrive qu'elle enfante un fils et deux filles; on demande comment il faut faire pour exécuter la volonté du Testateur selon les conditions proposées.

Il faut considérer, puisque le fils doit avoir trois fois autant que la mère, quand le fils prendra 9, la mère n'aura que 3; et comme la part de la fille est à celle de la mère en même raison que celle de la mère est à celle du fils, la mère prenant 3, chacune des deux filles aura 1.

Tellement qu'il faut distribuer les 4000 l. en cette proportion de 9, 3, 1 et 1, lesquelles parties étant ajoutées, font 14 pour le premier terme d'autant de Règles de Trois qu'il y a d'Associés.

Mais pour éviter de faire quatre Règles de Trois, il faut trouver ce qui appartient à la plus petite portion qui est 1, disant :

Si 14 ont 4000 liv. combien 1?

Il faut diviser 4000 liv. par 14, ce qui se fera,

pour le plus court, en prenant le septième de la moitié de 4000 liv.; il viendra 285 liv. $\frac{5}{7}$ pour chaque fille.

Ayant trouvé la part de chaque fille, il est facile de trouver les autres, parce que multipliant la part d'une fille par 3, il viendra la part de la mère, et la part de la mère étant multipliée aussi par 3, il viendra la part du fils, comme il se voit par l'opération.

4000 liv. à partager.

$\frac{1}{2}$ 2000 (barré)
$\frac{1}{7}$ 285 $\frac{5}{7}$ part de la fille.
285 $\frac{5}{7}$ part de la sœur.
857 $\frac{1}{7}$ part de la mère.
2571 $\frac{3}{7}$ part du fils.

Somme 4000 liv. et c'est la preuve.

Autre Question.

Un homme faisant testament, a laissé à sa femme qui était enceinte, 855 livres, à telle condition que si elle accouche d'une fille, elle aura la moitié de ses biens, et la fille la troisième partie, et si elle enfante un fils, il veut qu'il en ait la moitié, et la mère le tiers: mais il arrive qu'elle accouche d'un fils et d'une fille; on demande comment l'on doit faire pour accomplir la volonté du Testateur.

Construction.

Il faut considérer que la part du fils à celle de la mère est en proportion comme $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$, ou comme 3 à 2 (à l'égard de 6), et la volonté du Testateur est que la portion de la fille soit à celle de la mère, comme celle de la mère est à celle du fils; il faut donc trouver un nombre qui soit au-dessous de 2, comme 2 est au-dessous de 3; ce qui se trouvera, en disant: Si 3 pour le fils n'en donnent que 2 pour la mère,

que donneront les 2 de la mère à la fille ? Faisant la Règle, il viendra 1 $\frac{1}{3}$ pour la fille.

Opération.

Si 3. . . . . 2. . . . . ℞. 1 $\frac{1}{3}$
multipliez par 2

vient 4

tirez $\frac{1}{3}$, il viendra 1 $\frac{1}{3}$.

Puis assemblant 3, 2 et 1 $\frac{1}{3}$, il viendra 6 $\frac{1}{3}$ pour premier terme ; on dira donc :

Si 6 $\frac{1}{3}$ 855	3	℞.	405 liv.
	2	℞.	270
	1 $\frac{1}{3}$	℞.	180
Somme à partager			855 liv.

et c'est la preuve.

Et pour seconde preuve et plus assurée, je dis que 405 liv., 270 et 180 sont en proportion, comme 3, 2 et 1 $\frac{1}{3}$, entr'eux ; ce qui se peut voir par les deux Règles de Trois suivantes :

Si 3 405 liv. 2 ℞. 270
Si 2 270 1 $\frac{1}{3}$ ℞. 180 } ainsi des autres.

De l'Etat de l'extraordinaire des Guerres.

PREMIÈREMENT, pour la paye d'un Régiment, il y a l'Etat-Major, qui est composé,

Du Mestre-de-Camp,
Sergent-Major,
Aide-Major,
Maréchal-des-Logis,
Aumônier,
Et Chirurgien.

Leur Paye par montre.

Le Mestre-de-Camp reçoit	100 liv.
Le Sergent-Major,	150
L'Aide-Major,	100
Le Maréchal-des-Logis,	60
L'Aumônier,	30
Le Chirurgien,	30
Somme pour l'Etat-Major,	470 liv.

Pour une Compagnie par montre.

Le Capitaine reçoit	150 liv.
Le Lieutenant,	60
L'Enseigne,	55
Les deux Sergens,	36
Les deux Caporaux,	32
Les deux Anspessades,	30
80 simples Soldats à 12 liv. chacun,	960
Fonds d'une Compagnie par montre,	1303 liv.

Et pour savoir quel fonds il faut pour 20 Compagnies à cette même raison, il faut multiplier la paye d'une Compagnie par 20, et le produit sera la somme qu'il faut pour toutes les 20 Compagnies, à laquelle il faut ajouter la somme de l'Etat-Major, et le tout sera la paye d'un Régiment entier, comme il se voit ci-dessous.

1303 paye d'une Compagnie, à multiplier
par 20

26060
470 paye de l'Etat-Major.

26530 liv. pour le fonds de 20 Compagnies.

Pour

Pour le plus court, en prenant le septième de la moitié de 4000 liv, il viendra 285 liv. $\frac{5}{7}$ pour chaque fille.

Ayant trouvé la part de chaque fille, il est facile de trouver les autres, parce que multipliant la part d'une fille par 3, il viendra la part de la mère; et la part de la mère étant multipliée aussi par 3, il viendra la part du fils; comme il se voit par l'opération.

4000 liv. à partager.

$\frac{1}{2}$	2000	
$\frac{1}{7}$	285 $\frac{5}{7}$	part de la fille.
	285 $\frac{5}{7}$	part de la sœur.
	857 $\frac{1}{7}$	part de la mère.
	2571 $\frac{3}{7}$	part du fils.
Somme	4000 liv.	et c'est la preuve.

Autre Question.

Un homme faisant son testament, a laissé à sa femme qui était enceinte, 855 livres, à telle condition que si elle accouche d'une fille, elle aura la moitié de ses biens, et la fille la troisième partie; et si elle enfante un fils, il veut qu'il en ait la moitié, et la mère le tiers : mais il arrive qu'elle accouche d'un fils et d'une fille; on demande comment l'on doit faire pour exécuter la volonté du Testateur.

Construction.

Il faut considérer que la part du fils à celle de la mère est en proportion, comme $\frac{1}{2}$ à $\frac{1}{3}$, ou comme 3 à 2 (à l'égard de 6) ; et la volonté du Testateur est que la portion de la fille soit à celle de la mère, comme celle de la mère est à celle du fils. Il faut donc trouver un nombre qui soit au-dessous de 2, comme 2 est au-dessous de 3; ce qui se trouvera, en disant : Si 3 pour le fils n'en donnent que 2 pour

la mère, que donneront les 2 de la mère à la fille ? Faisant la Règle, il viendra 1 $\frac{1}{3}$ pour la fille.

Opération.

Si 3. . . . . . 2. . . . . . ℞. 1 $\frac{1}{3}$.
multipliez par 2

vient 4

tirez $\frac{1}{3}$, il viendra 1 $\frac{1}{3}$

Puis assemblant 3, 2 et 1 $\frac{1}{3}$, il viendra 6 $\frac{1}{3}$ pour premier terme ; on dira donc :

Si 6 $\frac{1}{3}$ 855	3	℞.	405 liv.
	2	℞.	270
	1 $\frac{1}{3}$	℞.	180

Somme à partager 855 livres, et c'est la preuve.

Et pour seconde preuve plus assurée, je dis que 405 liv. 270 et 180 sont en proportion, comme 3, 2, 1 $\frac{1}{3}$ entr'eux; ce qui se peut voir par les deux Règles de Trois suivantes :

Si 3 405 liv. 2 ℞. 270 }
Si 2 270 1 $\frac{1}{3}$ ℞. 180 } ainsi des autres.

De l'Etat de l'Extraordinaire des Guerres.

Premièrement pour la paye d'un Régiment il y a l'Etat-Major, qui est composé,

Du Mestre-de-Camp,
Sergent-Major,
Aide-Major,
Maréchal-des-Logis,
Aumônier,
Et Chirurgien.

Leur paye par montre.

Le Mestre-de-Camp reçoit	1100 liv.
Le Sergent-Major,	150
L'Aide-Major,	100
Le Maréchal-des-Logis,	60
L'Aumônier,	50
Le Chirurgien,	50
Somme pour l'Etat-Major	1470 liv.

Pour une Compagnie par montre.

Le Capitaine reçoit	150 liv.
Le Lieutenant,	60
L'Enseigne,	55
Les deux Sergens,	36
Les deux Caporaux,	32
Les deux Anspessades,	30
80 simples Soldats, à 12 liv. chacun,	960
Fonds d'une Compagnie par montre,	1303 liv.

Et pour savoir quel fonds il faut pour 20 Compagnies à cette même raison, il faut multiplier la paye d'une Compagnie par 20, et le produit sera la somme qu'il faut pour toutes les 20 Compagnies, à laquelle il faut ajouter la somme de l'Etat-Major, et le tout sera la paye d'un Régiment entier, comme il se voit ci-dessous.

1303 paye d'une Compagnie à multiplier
par 20

26060
1470 paye de l'Etat-Major.

27530 liv. pour le fonds de 20 Compagnies.

Pour la paye de la Cavalerie par montre.

Pour la paye de l'Etat-Major, il y a 500 liv.
Pour avoir le payement d'un Régiment, il faut avoir la paye d'une Compagnie, savoir :

Pour le Capitaine, il faut	470 liv.
Pour le Lieutenant,	265
Pour le Cornette,	195
Pour les Cavaliers, savoir, 60 Maîtres à 45 liv. chacun,	2700
Somme	3630 liv.

pour la paye d'une Compagnie de Cavalerie.

Et si on veut avoir la paye de 8 Compagnies, il faut multiplier par 8 la somme ci-dessus, qui est pour chaque Compagnie, il viendra 29040 liv. pour la paye des 8 Compagnies ; puis ajoutant au produit les 500 livres pour l'Etat-Major, la somme sera 29540 liv. pour le payement entier d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Opération.

3630 liv. à multiplier
par 8 Compagnies.

29040 liv. pour 8 Compagnies.
500 liv. pour l'Etat-Major.

Somme 29540 liv. pour la paye d'un Régiment de Cavalerie de 8 Compagnies.

Il faudrait opérer de même ordre, s'il y avait plus ou moins de Compagnies à chaque Régiment.

RÈGLE DE FAUSSE POSITION.

Avertissement.

Comme il y a quantité de questions à faire sur les Règles de fausse position, tant simple que double, sur les progressions Arithmétiques et Géométriques, comme aussi sur les racines quarrées et cubiques, je me contenterai de donner l'explication des Préceptes avec quelques exemples, pour en faire voir les Opérations, renvoyant pour les questions au Questionnaire, que j'espère donner à la fin de mon Livre.

L'usage de la Règle de fausse position est de trouver une chose requise par une suposition autre que la vérité, participant néanmoins aux conditions de la chose demandée. Cette Règle est double, simple, ou composée.

La Règle de fausse position simple se résoud ordinairement par une seule Règle de Trois, et en voici un Exemple.

On veut trouver un nombre duquel la moitié, le tiers et le quart fassent 52. La fiction de la Règle est de dire : Ce nombre peut être quelque nombre de la nature de ceux qui contiennent moitié, tiers et quart. On en prend un de ceux-là, quel qu'il soit, comme 12, dont la moitié est 6, le tiers 4, et le quart 3 ; lesquelles parties de moitié, tiers et quart étant ajoutées font 13, et nous cherchons 52, partant ce n'est pas la vérité que le nombre 12 soit celui que nous demandons. Pour donc trouver le véritable nombre, il faut former une Règle de Trois, disant :

Si 13 viennent de 12, d'où viendront 52, nombre proposé ? Faisant la Règle selon le précepte, il

viendra 48 pour le nombre que l'on cherche, comme il se voit par l'opération.

	12 nombre supposé.			
$\frac{1}{2}$	6	Si 13 de 12, d'où 52		+ de 48
$\frac{1}{3}$	4	12		
$\frac{1}{4}$	3		$\frac{1}{2}$	24
		10 Produit	$\frac{1}{3}$	16
	13	624 +	$\frac{1}{4}$	12
		48 nombre		
		133 requis		Preuve 52
		1		nombre proposé.

Il faut remarquer que les nombres les plus petits que l'on peut trouver, sont les meilleurs pour l'opération, pourvu qu'ils se puissent diviser par les dénominateurs sans reste, comme ce nombre 12 cidessus.

Autre Exemple.

Mais s'il était question de trouver un nombre duquel $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{7}$ et $\frac{1}{8}$ fassent 64, d'autant qu'il n'est pas facile de trouver à tâtons un nombre qui ait ces parties-là, alors il faut considérer le nombre qui dénote la partie que l'on demande, comme 5 dénote le cinquième, 7 le septième, 8 le huitième ; cela supposé, si je veux trouver un nombre qui contienne cinquième, septième et huitième, je multiplie de suite les dénominateurs 5, 7 et 8 l'un par l'autre, et je trouve au produit 280, qui est un nombre lequel se peut diviser par 5, par 7 et par 8, puisque 5, 7 et 8 l'ont produit, et sera dénominateur commun à toutes les fractions. Si donc on tire le cinquième de 280, il viendra 56, le septième de 280 sera 40, et le huitième des mêmes sera 35, lesquelles trois parties étant ajoutées, feront 131, et devaient faire 64, par conséquent 280 n'est pas le nombre que l'on cherche ; donc pour le trouver, il faut dire, par Règle de Trois :

Si 151 viennent de 280, d'où viendront 64? Faisant l'opération, il viendra 136 $\frac{104}{131}$.

Partant, je dis que 136 $\frac{104}{131}$ est le nombre désiré.

Pour preuve, il faut tirer le cinquième, le septième et le huitième de 136 $\frac{104}{131}$, et ajoutant les parties, il viendra juste 64.

Opération de la Preuve.

	136	$\frac{104}{131}$
$\frac{1}{5}$	27	$\frac{47}{151}$
$\frac{1}{7}$	19	$\frac{71}{131}$
$\frac{1}{8}$	17	$\frac{11}{131}$
	64 nombre requis.	

Autre Question sur la Règle de fausse position.

Quatre Marchands ont à partager entr'eux la somme de 500 liv., à telle condition que le premier aura pour sa part les $\frac{3}{4}$ de tout l'argent, et le second la moitié, le troisième le tiers, et le quatrième le quart; on demande combien ils auront chacun.

Pour résoudre cette question, il faut prendre un nombre à plaisir, le plus petit que l'on puisse, qui ait les parties requises, comme 12, dont les $\frac{3}{4}$ sont 9, et le $\frac{1}{2}$ est 6, et le $\frac{1}{3}$ est 4, et le $\frac{1}{4}$ est 3; lesquelles parties ajoutées ensemble, font 22, et doivent faire 500. Maintenant il n'y a plus qu'à faire une simple Règle de Trois, disant :

Si 22 viennent de 12, d'où viendront 500? ℟. 272 $\frac{8}{11}$ pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, si l'on prend les $\frac{3}{4}$ de 272 $\frac{8}{11}$, comme aussi $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ et $\frac{1}{4}$, le tout ajouté fera 500 liv., comme il se voit par l'opération de la preuve.

	$272 \frac{8}{11}$	nombre désiré.
$\frac{3}{4}$	$204 \frac{6}{11}$ liv.	pour le premier.
$\frac{1}{2}$	$136 \frac{4}{11}$	pour le second.
$\frac{1}{3}$	$90 \frac{10}{11}$	pour le troisième.
$\frac{1}{4}$	$68 \frac{2}{11}$	pour le quatrième.
Preuve	500 livres.	

Règle de deux fausses positions.

La Règle de deux fausses positions est ainsi appelée, parce qu'au moyen de deux nombres pris à plaisir (que nous appelons faux), nous découvrons le véritable que nous cherchons.

Dans cette manière, il faut feindre premièrement un nombre, et avec icelui poursuivre la question proposée, comme si c'était un vrai nombre conçu en icelle ; et si à la fin on ne parvient pas au but que l'on prétend, il faut écrire le nombre supposé avec sa différence de plus ou de moins.

Ensuite il faut supposer un autre nombre avec lequel on répète un semblable discours que ci-dessus ; et si ce nombre ne se trouve pas ainsi que le nombre désiré, il faut écrire ce second nombre au-dessous du premier, avec sa différence de plus ou de moins comme ci-dessus ; puis multipliant le nombre de la première proposition par la différence de la seconde, il viendra un produit qu'il faut mettre à part. Multipliant aussi le deuxième nombre pris à plaisir par la première différence, il viendra un autre produit qu'il faut encore écrire à part.

Cela fait, il faut considérer si les deux différences sont semblables ou dissemblables ; si elles sont semblables, c'est-à-dire, toutes deux plus, ou toutes deux moins, il faut ôter le moindre produit du plus grand,

et la moindre différence de la plus grande ; puis diviser ce qui restera des produits par ce qui restera des différences, et le quotient sera le nombre inconnu que l'on cherche.

Mais si les deux différences sont dissemblables, c'est-à-dire que l'une soit notée de plus, et l'autre de moins, ou au contraire, il faut ajouter les deux produits, et semblablement les deux différences ; puis divisant la somme des produits par celle des différences, le quotient de la division donnera le nombre inconnu que l'on cherche comme ci-dessus ; d'où s'ensuit la Règle suivante, qu'il faut observer, savoir que

Le plus de plus, et moins de moins convient soustraire ;
Mais plus et moins, ou moins et plus, c'est le contraire.

Exemple.

Un homme donne par testament 100 liv. à trois personnes, à telle condition que le premier en prenne une partie, le second deux fois autant que le premier moins 8, et le troisième trois fois autant que le premier moins 15 ; savoir combien ils auront chacun.

Posons que le premier en prenne 15, partant le second en prendra 22, et le troisième en prendra 30 ; lesquels trois nombres étant ajoutés ensemble, font 67, il devrait venir 100 Partant nous connaissons que le premier nombre pris à plaisir est trop petit, et qu'il y a 33 de moins, qui est la différence de 67 à 100 ; nous poserons donc notre nombre 15 avec sa différence 33.

Ensuite il faut faire une autre position, feignant que le premier doive prendre 18, et par conséquent le second 28, et le troisieme 39 ; mais ces trois nombres étant joints ensemble, ne font que 85, il

devrait venir 100, il y a donc 15 moins de différence. Partant nous poserons le nombre de notre seconde position, qui est 18, sous la première position 15, et la seconde différence 15 au-dessous de la première différence 33, comme il se voit.

Différences.

Première position 15 moins 33
Seconde position 18 moins 15.

Ayant ainsi rangé les deux positions et les deux différences, il faut multiplier en croix la première position par la différence de la seconde, et réciproquement la seconde position par la différence de la première, et des deux produits qui seront 54 et 225, il en faut prendre la différence qui sera 369, qui sera le nombre à diviser. Il faut aussi ôter la petite différence 15 de la grande différence 33, le reste sera 18 pour diviseur. Divisant donc 369 par 18, il viendra 20 $\frac{1}{2}$ au quotient pour la part du premier, et par conséquent le deuxième en aura 33, et le troisième 46 $\frac{1}{2}$, lesquels trois nombres joints ensemble, font juste les 100 livres proposées; et c'est la preuve, comme il se voit par l'opération suivante.

	Multiplications.		Produits	Différences.	
	33		15	594	33
	18		15	225	15
	264		75 divid.	369 diviseur	18
	33		15		
Prod.	594	Prod.	225		
			369		
				(20 ½ part du 1.er	
			188	33 part du 2.e	
			1	46 ½ part du 3.e	
Preuve				100	

On gardera le même ordre que ci-dessus, lorsque les différences seront toutes deux plus, ou toutes deux moins.

Autre Opération de la même Question, dans laquelle il y a plus et moins de différence.

Que le premier en prenne 30, donc puisque le second en doit prendre deux fois autant que le premier moins 8, il en aura 52, et le troisième trois fois autant que le premier moins 15, il en aura 75; la somme de tous les trois est 30, 52 et 75, qui font ensemble 157, et ils ne doivent faire que 100; partant il faut mettre pour première position 30 plus 57, d'autant que nous avons excédé la condition de 57.

Maintenant posons que le premier ait 15; puisque le second doit avoir le double du premier moins 8, il aura 22; le troisième ayant le triple du premier moins 15, aura 30; lesquels trois nombres 15, 22 et 30 ne font que 67, qui sont moins de 100 de 33, il y aura donc 33 moins de différence; et pour avoir la solution, si on multiplie l'excès 57 par 15, il viendra 855, et le défaut 33 par 30, il viendra 990, lesquels deux produits mis ensemble font 1845, qui

seront divisés par 90, qui est la somme des erreurs 57 et 33, et le quotient sera 20 $\frac{1}{2}$ pour la part du premier; la part des deux autres se trouvera comme ci-devant.

Opération de la Règle.

30	plus	57	57	990
15	moins	33	15	855
	33	90 diviseur	285	1845 à diviser.
	30		57	
	990		855	

1845 (20 $\frac{1}{2}$ pour le premier.
900 33 pour le second.
9 46 $\frac{1}{2}$ pour le troisième.

Preuve 100 liv.

Autre Question.

Trois hommes se trouvent ensemble par rencontre, et s'entretenant de leur âge, l'un d'eux dit : Tel a quatre ans plus que moi, et cet autre a autant d'âge que nous deux, et tous trois nous avons 148 ans; savoir quel âge ils avaient chacun.

Pour résoudre cette question selon les préceptes ci-devant donnés, il faut supposer que le premier eût 20 ans, le second en aurait donc 24, et le troisième 44, qui font en tout 48 ans, qui sont 60 moins que le nombre que l'on cherche, puisqu'ils avaient tous trois 148 ans. On écrira donc 20 moins 60 différence, pour la première position.

Pour la seconde position on prendra 24 pour le prem.
Le second aura donc 28
Et le troisième 52 lesquels trois nombres font 104, et devraient faire 148, on a donc erré par moins de 44, c'est pourquoi on posera la

seconde hypothèse 24 avec la différence 44, comme il se voit.

20 moins 60
24 moins 44

Puis faisant les multiplications et soutractions, comme il a été enseigné, il viendra 560 pour nombre à diviser, et 16 pour diviseur. Enfin faisant la division, il viendra 35 ans pour l'âge du premier. Le reste est facile.

Opération de la Division.

8
560
—— 35 ans pour le premier.
16 39 pour le second.
1 74 pour le troisième.

Preuve 148 ans. Ainsi des autres.

DES PROGRESSIONS.

Les Progressions sont Arithmétiques, Géométriques et Harmoniques. Pour l'Harmonique, d'autant que l'ouïe est l'arbitre coutumier de la Musique, elle sert fort rarement à l'Arithmétique. Les deux autres Progressions, savoir, l'Arithmétique et la Géométrique sont en usage.

De la Progression Arithmétique.

La Progression Arithmétique naturelle, n'est autre chose qu'une suite de nombres se surmontant l'un l'autre naturellement par égale différence : comme 1, 2, 3, 4, 5, etc. ou 2, 4, 6, 8, etc. ou 3, 6, 9, 12, etc.

Toute Progression Arithmétique est appelée naturelle, lorsque l'excès est semblable au premier nombre, comme dans les trois exemples ci-dessus. Si les excès du premier au second, du second au troisième, etc sont égaux, cette Progresion s'appellera Progression Arithmétique continue ; mais si l'excès ou la différence du premier au deuxième est égale à celle du troisième au quatrième, et ainsi de deux en deux sans considérer les inter-moyens, elle s'appellera Progression Arithmétique discontinue, comme il se voit ci-dessous.

2... 5... 8... 11... 14... 17... 20 continue.
4 7 8 9 10 13 14 discontinue.

En toutes Progressions Arithmétiques, soit continue ou discontinue, quand les termes sont en nombre pair, la somme des termes est égale à la somme des inter-moyens également distans des extrêmes, comme l'exemple ci-après le démontre.

Exemple.

14

2 4 6 8 10 12

14

Pour avoir la somme de tous les termes d'une Progression Arithmétique continue, il faut ajouter le premier et le dernier ensemble, et multiplier la somme par la moitié du nombre des termes, le produit donnera la somme de tous les nombres.

Exemple.

4 6 8 10 12 14 16 18

On voit que la somme des deux extrêmes est 22, et la multitude des termes est 8, dont la moitié est 4; multipliant donc 22 par 4, le produit sera 88 pour la somme de tous les termes.

On pourrait former sur ce sujet une question telle :

Un Marchand a vendu 150 aunes d'étoffe, à condition que de la première aune il recevra 1 livre, de la deuxième 2 liv., et de la troisième 3 liv. et toujours en augmentant d'une livre, selon la naturelle Progression jusqu'à la dernière aune; on demande combien doit recevoir le Marchand.

Pour faire cette Règle, ajoutez le premier terme 1 avec 150 dernier terme, la somme sera 151, qu'il faut multiplier par 75, moitié de 150, et le produit donnera 11325 livres pour la valeur desdites 150 aunes.

Preuve.

La preuve se doit faire par une autre question opposée, disant :

Un Marchand a vendu un certain nombre d'aunes d'étoffe 11325 liv. il a donné la première aune pour 1 livre, la deuxième pour 2 livres, et la troisième pour 3 livres, et toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la dernière aune; on demande combien il a vendu d'aunes.

Pour faire cette Règle, il faut doubler le produit ci-devant trouvé qui est 11325, il viendra 22650, dont la racine quarrée sera 150, et ce sont autant d'aunes qu'il a vendues, observant qu'il faut que le reste de l'extraction se trouve égal au quotient, comme il se verra ci-après par l'opération, autrement la Règle serait fausse.

```
 1̸    1̸
 2̸    2̸6̸    50
─────────────────  ( 150 aunes, et reste 150.
 1̸    2̸5̸    0̸0̸
       3
```

Autre Question.

Il y a 120 pierres dans un panier, que l'on propose de placer en ligne droite, de sorte qu'elles

soient éloignées l'une de l'autre de 6 pieds, mais à condition que celui qui les doit ranger, les prendra dans ledit panier une à une pour les poser ; puis étant toutes rangées en leur place, il faut qu'il les relève toutes une à une pour les remettre dans ledit panier où il les avait prises : on demande combien il fera de chemin.

Pour résoudre cette question, il faut considérer que les pierres étant posées de 6 pieds en 6 pieds ; pour parvenir jusqu'à la dernière, il se trouvera 119 fois 12 pieds (à cause qu'il faut aller et revenir), qui valent 1428, qui est le dernier terme d'une Progression Arithmétique, de laquelle le premier terme est 2, et la multitude des termes est 119. Maintenant pour trouver combien il faudra qu'il chemine de pieds, j'ajoute 1428 avec 12, cela fait 1440, dont la moitié 720 étant multiplié par 119, le produit sera 85680 pour le nombre des pieds de l'étendue du chemin qu'il doit faire pour les placer; et s'il veut ramasser lesdites pierres, et les remettre dans ledit panier de même ordre, il sera obligé de cheminer encore autant; il n'y a donc qu'à doubler 85680, il viendra 171360 pieds, et c'est le chemin qu'il doit faire pour les placer et les relever.

Or, pour savoir combien ce serait de lieues et parties de lieue qu'il ferait, on sait qu'un pas Géométrique vaut 5 pieds, tellement que si on divise les 171360 par 5 pieds valeur d'un pas, on trouvera 34272 pas. On compte 2000 pas pour une lieue ; divisant donc 34272 pas par 2000, on aura 17 lieues à faire, et 272 pas davantage, qui valent un demi-quart de lieue et 22 pas.

Preuve.

Pour preuve qu'il cheminera 85680 pieds pour poser lesdites pierres, il en faut tirer le douzième,

il viendra 7140, qu'il faut doubler selon l'ordre de la preuve de la Progression naturelle, il viendra 14280, dont la racine quarrée sera 119, et 119 de reste; et c'est la preuve.

Dans les questions que je ferai à la fin, il y en aura plusieurs sur ce sujet, ce que ci-dessus n'étant que pour servir d'instruction.

De la Progression Géométrique.

LA Progression Géométrique est celle dont le premier terme est au deuxième, comme le troisième au quatrième; par exemple, 2 est à 4 en même raison que 4 est à 8, parce que 2 est contenu 2 fois en 4, et 4 est aussi contenu 2 fois en 8.

On appelle Progression Géométrique continue, quand le premier terme est au deuxième, comme le troisième au quatrième, comme il se verra ci-après.

Dans la Progression Géométrique, si plusieurs nombres sont proportionnels continuement, la multiplication des extrêmes est égale à la multiplication de ceux d'entr'eux deux qui sont également éloignés des mêmes extrêmes.

Par exemple, 2, 4, 8, 16, 32, 64.

La multiplication de 2 par 64 est égale à la multiplication de 4 par 32, et à celle de 8 par 16.

Et si d'aventure les nombres proportionnels étaient en nombre impair, le quarré de celui du milieu serait égal à la multiplication du premier et du dernier, c'est-à-dire des extrêmes.

Et de-là on peut tirer la solution de la question suivante: Un Seigneur veut faire faire une Tour de 18 toises de hauteur, il a fait marché avec l'Entrepreneur à telle condition, qu'il payera 1 livre pour la première toise, 2 liv. pour la deuxième toise, et 4 liv. pour la troisième, 8 liv. pour la quatrième, ainsi de suite en

doublant toujours jusqu'à la dernière, selon l'ordre de la Progression Géométrique ; on demande combien coûteront les 18 toises de maçonnerie : il est nécessaire de trouver la valeur de la dix-huitième toise, d'autant que deux fois sa valeur moins une livre est la valeur de ladite Tour, ayant 18 toises de hauteur.

Il faut considérer que le premier terme étant 1 liv., le deuxième sera 2, le troisième sera 4, ainsi qu'il se voit de suite.

Nombre des termes	1...	2...	3...	4...	5...	6...	7...	8
Valeur des termes	1	2	4	8	16	32	64	128

On voit que le huitième terme est 128, lequel étant multiplié par soi-même, il viendra au produit 16384 pour le quinzième terme : Or, le quinzième terme étant trouvé, on voit que la différence du quinzième au dix-huitième que l'on cherche, est la même que du premier au quatrième ci-devant. On dira donc par une simple Règle de Trois : Si un premier terme produit 8 pour quatrième terme, que produira le quinzième terme, qui est 16384 ; faisant l'opération comme ci-après, il viendra 131072 pour le dix-huitième terme que l'on cherche.

Opération.

	128	à multiplier
par	128	
	1024	
	256	
	128	
	16384	..... 15.e terme, puis
* Si 1 donne 8, comb.	16384	(on dira,
	8	
℞. *	131072	pour le dix-huitième

terme que l'on cherche.

Mais si on veut avoir la valeur des 18 termes, il faut doubler le nombre * ci-dessus trouvé moins 1, à cause que la Progression est en raison sous-double, il viendra 262143 liv. pour la valeur des 18 toises proposées.

Second Exemple.

Un Crocheteur ayant une charge de 20 coterets à vendre, il se présente un Bourgeois pour les acheter; ils conviennent de prix, à telle condition que du premier coteret le Bourgeois en payerait 1 denier, du deuxième il payerait 3 deniers, du troisième 9 deniers, et ainsi de suite en raison triple; on demande combien ledit Crocheteur devait recevoir d'argent pour sa charge de coterets.

La question ci-devant enseigne comme il faut procéder pour la résolution de celle-ci, c'est pourquoi je me contenterai d'en faire l'explication.

Nombre des termes	1	2	3	4	5	6	7	8
Valeur des termes	1,	3,	9,	27,	81,	243,	729,	2187

Il se trouve 2187 pour la valeur du huitième terme qu'il faut multiplier par soi-même, il viendra 4782969 pour le quinzième terme.

Et pour avoir le vingtième qui est le dernier, il faut considérer que la différence du quinzième terme, au vingtième, est égale à celle du premier au sixième; il n'y a donc qu'à dire par Règle de Trois : Si un premier terme donne 243 pour sixième terme, que donnent 4782969 qui est le quinzième terme

℟. 1162261467 deniers et c'est la valeur du vingtième coteret.

Et si on veut avoir la valeur de tous les vingt coterets, il faut ôter 1, qui est le premier terme, de la valeur du vingtième, puis prendre la moitié du reste, à cause que la Progression est en raison triple, et ajoutant cette moitié au vingtième terme susdit la somme sera la valeur de tous les coterets, comme il se voit par l'opération.

1 1 6 2 2 6 1 4 6 7 vingtième terme,
5 8 1 1 3 0 7 3 3 moitié.

1 7 4 3 3 9 2 2 0 0 deniers pour la somme des 20 termes et la valeur des 20 coterets.

Pour faire entendre ce qui est dit ci-dessus touchant l'addition de tous les termes, je dirai qu'en toute Progression, le premier terme et le dernier étant connus, si on ôte le moindre nombre du plus grand, et que l'on divise le reste par le nombre exprimant la différence des termes, le quotient donnera la différence de tous les termes moins le plus grand, lesquels ajoutés ensemble, la somme qui en provient est la valeur de tous les termes de la Progression, comme il se voit ci-dessus, et aussi par l'exemple ci-après d'une Progresion, qui est telle :

1 4 16 64 256 1024 * 4096

En cet exemple, la différence du premier terme au deuxième est 3, par conséquent ayant le septième terme, qui est 4096, si on veut trouver la valeur

de tous les sept termes, il faut diviser 4096 moins 1 par 3, il viendra 1365 qu'il faut ajouter aux mêmes 4096, et il viendra 5461 pour la somme des sept termes proposés. Ainsi des autres.

DE L'EXTRACTION

De la Racine quarrée.

La Racine quarrée doit être considérée comme une mesure parfaite ou égale en deux dimensions, savoir, longueur et largeur.

D'où il s'ensuit qu'ayant trouvé la superficie d'une figure très-irrégulière, qui ait autant de côtés que l'on voudra, si on veut la rendre dans un quarré parfait où toute ladite superficie soit comprise, il faut prendre la superficie de ladite pièce, suivant les Règles que j'enseignerai dans mon Traité de l'Arpentage ci-après; puis ayant trouvé que la superficie de la pièce de terre contient 64 toises ou perches quarrées, de ce produit j'en tirerai la racine quarrée qui sera 8; cela fait, je dis que pour faire un quarré égal à cette susdite pièce irrégulière, il faut qu'il y ait huit toises de chaque côté.

Pour l'intelligence de ce que ci-dessus, il faut savoir que quand on dit quarrer un nombre, c'est le multiplier par soi-même, et réciproquement que tout nombre multiplié par soi-même, produit un quarré, comme 3 multiplié par 3 font 9, 8 par 8 font 64, et réciproquement ces deux nombres 3 et 8 sont appelés racines des quarrés 9 et 64, ainsi des autres. Pour mieux faire entendre cela, j'ai dressé la Table ci-dessous des quarrés et de leurs racines jusqu'à 100.

Racines.

1...2...3...4...5...6...7...8...9...10

Quarrés.

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100

Par le moyen de cette Table, on peut facilement extraire la racine quarrée de tous les nombres qui sont au-dessous de 100, parce qu'ils sont compris dans icelle; comme si on demande la racine quarrée de 49, on trouvera que c'est 7, car 7 fois 7 font 49 nombre quarré.

Mais si l'on ne trouve pas quelque nombre exactement dans l'ordre des quarrés, on prendra le prochain moindre; comme si on voulait extraire la racine quarrée de 69, on prendra 64, qui est le prochain quarré au-dessous de 69, dont la racine est 8 pour nombre entier; le reste qui est 5, sera une fraction dont il sera parlé page 337.

Mais si le nombre duquel on veut extraire la racine quarrée est plus que 100, par exemple 73964, il faut opérer en cette sorte.

Ayant posé le nombre dont il est question, et formé un demi-cercle au-devant d'icelui pour poser le quotient comme à la division, il faut séparer les figures de deux en deux avec un point commençant à la première figure vers la main droite, et finissant à gauche, comme en cet exemple, le dernier point tombe sur le 7 qui est à main gauche; on dira donc pour commencer, la racine quarrée de 7 est 2, qu'il faut écrire au quotient, et aussi sous le 7 si l'on veut, puis dire 2 fois 2 font 4, lesquels ôtés de 7 reste 3, que l'on écrira au-dessus du 7, barrant en même temps le 7 et le 2 aussi qui est au-dessous, comme à la division.

3			
~~7~~.	39.	64.	(2
~~2~~			

Ensuite pour trouver un diviseur, il faut doubler

la racine 2 qui est venu au quotient, il viendra 4 qu'il faut mettre au-dessous de 33, mais en avançant d'une figure, comme à la division; puis dire, en 33 combien de fois 4, je trouve qu'il y est 7 fois, lequel 7 étant écrit au quotient ensuite de 2 déjà posé, il le faut aussi écrire pour diviseur sous le 9, puis on dira 7 fois 7 font 49, ôtés de 49, reste zéro, et retiens 4; puis continuant, 7 fois 4 font 28, et 4 que j'ai retenus font 32, ôtés de 33, restera 1, que j'écris au-dessus de 3.

```
 3   10
 7.  39.   64  (27
 ─────────────────
 2   47
```

Maintenant, pour trouver un second diviseur il faut doubler les deux racines 27, disant : 2 fois 7 font 14, je pose 4 sous 6, et retiens 1; ensuite je dis 2 fois 2 font 4, et 1 que j'ai retenu font 5, que j'écris sous 7, vis-à-vis du zéro; puis je dis, en 10 combien de fois 5, je trouve qu'il n'y peut être qu'une fois, que j'écris au quotient; ayant posé 1 au quotient, on l'écrira aussi pour diviseur sous 4, première figure à main droite, et continuant comme à la division, on dira une fois 1 est 1, ôté de 4 qui sont dessus reste 3, qu'il faut écrire sur 4; puis une fois 4 est 4, ôtés de 6, reste 2, qu'il faut écrire dessus 6; puis une fois 5 est 5, lesquels ôtés de 10, reste 5, qu'il faut écrire sur le zéro; le tout comme il se voit par les opérations ci-dessus.

```
        8
 3   10   23
 7.  39.  64
 ─────────────  (271
 2   47   41
        8
```

L'opération étant ainsi achevée, on trouve que la racine en nombres entiers est 271, et qu'il reste 523, dont il sera parlé ci-après.

Preuve de l'extraction de la Racine quarrée.

Pour preuve, il faut multiplier 271 par eux-

mêmes, et ajouter à leur produit le reste de l'extraction qui est 523, la somme des produits sera 73964, qui est le nombre duquel on a tiré la racine quarrée : et s'il ne reste rien, on ajoutera tout simplement les produits, la somme donnera le nombre requis : ce que l'on observera généralement pour la preuve de la racine quarrée.

Opération de la preuve.

```
   271
   271
   ---
   271
  1897
  542
   523 reste
  -----
  73964
```

Autre Preuve de la Racine quarrée par 9.

Comme la preuve de la racine quarrée par 9 a été jusqu'à présent négligée, parce qu'elle n'est pas de grande utilité, et par cette raison, que les Auteurs qui ont traité de l'Arithmétique, n'ont pas voulu se donner la peine de l'expliquer, je n'en parlerai que fort légèrement, et comme par curiosité, afin de témoigner au lecteur que je n'ai voulu rien omettre de ce que j'ai jugé lui devoir donner quelque satisfaction.

Je proposerai donc la question suivante, pour mettre en pratique ladite preuve.

On veut extraire la racine quarrée de 67895. ℞. 260, et reste 295.

```
       2                        8
 6.   78.   95  ( 260         1 X 7
 ----------------
 2.   46.   20                 88
       8
```

Ayant

Ayant jugé à propos de faire suivre les questions suivantes, appliquées au sujet de la racine quarrée.

Première Question.

On veut former un bataillon en forme rectangulaire en proportion triple, comme de 1 à 3, par le moyen de 2523 soldats; on demande combien il y aura d'hommes de front, comme aussi de flanc. Divisez 2523 par 3, il viendra 841, dont la racine quarrée est 29 pour le flanc; et pour avoir le nombre des hommes de front, multipliez 29 par 3, il viendra 87 pour le front.

Pour preuve, multipliez 87 par 29, il viendra 2523, comme il a été proposé.

Seconde Question.

On veut mettre 465 hommes en bataillon qui soit en forme équilatérale ou triangulaire; mais on entend que le premier rang soit 1 homme, et le deuxième rang 2, et le troisième 3 : on demande combien il y aura de rangs, et combien il y aura d'hommes au dernier rang.

Doublez 465, et du double tirez la racine quarrée; il viendra 30 pour le dernier rang, c'est-à-dire, qu'il y aura 30 rangs. Pour preuve, ajoutez le premier qui est 1 avec 30, il viendra 31, qu'il faut multiplier par la moitié de 30, qui est 15, il viendra au prodruit 465; ainsi des autres.

Troisième Question.

On veut former un bataillon par le moyen de 758 hommes, mais on entend que ce soit en proportion comme de 1 à 3 $\frac{1}{2}$; on demande combièn il y aura d'hommes de front et flanc.

Réduisez 3 $\frac{1}{2}$ en demi, il viendra 7; et d'aûtant que nous agissons par $\frac{1}{2}$, doublez 758, il viendra

1516 à diviser par 7, le quotient sera 216, et reste 4, dont la racine quarrée est 14, et restera 20; partant, 14 sera le nombre de front. Pour avoir le flanc, multipliez 14 par 3 ½, il viendra 49.

Pour preuve, multipliez 49 par 14, le produit sera 686; puis multipliez 20 restés de l'extraction par 7 diviseur, le produit sera 140, auxquels ajoutant les 4 restés de la division, le tout fait 144 dont la moitié est 72 qu'il faut ajouter à 686, et le tout fera 758, comme veut la question.

Quatrième Question.

Il y a 400 hommes desquels on veut former un bataillon en forme de losange; on demande combien il y aura d'homme à chacun des côtés du bataillon.

Pour former un balaillon en forme de losange ou rhomboïde, il faut former deux bataillons en forme équilatérale, et les joindre ensemble pour former la losange, mais il faut qu'il y en ait un où il y ait un rang plus qu'à l'autre.

Pour former un bataillon, on a la coutume de doubler le nombre; mais pour le dresser en losange, il ne faut pas doubler, il faut seulement extraire la racine quarrée du nombre des hommes, comme de 400, laquelle sera 20 pour la plus grande moitié de la losange; elle sera donc équilatérale, et l'autre moitié équilatérale aussi; mais les côtés de ce dernier ne seront que de 19 hommes, lesquels joints ensemble, seront une véritable losange de 400 hommes.

Et pour prouver le grand triangle qui a 20 de tous côtés, il faut ajouter, selon la progression arithmétique, le premier rang 1 avec le dernier 20, la somme sera 21, que vous multiplierez par la moitié de 20, qui est 10, il viendra 210 pour les hommes qui composent le plus grand triangle.

Ajoutez aussi le premier rang du petit triangle avec le dernier, savoir, 1 avec 19; la somme sera 20, que vous multiplierez par 9 $\frac{1}{2}$, moitié de 19, le produit sera 190, que vous ajouterez à 210, la somme sera 400 hommes qui composent le bataillon en forme de rhomboïde ou losange.

DE L'EXTRACTION

De la Racine Cubique.

Le Cube Géométrique est un corps ayant trois dimensions, savoir, longueur, largeur et profondeur ou hauteur, lequel forme six superficies égales et quarrées, telles qu'elles sont représentées en la figure d'un dé à jouer, à la ressemblance duquel on appelle un nombre cube, qui est fait d'un nombre multiplié par soi-même deux fois, comme si on multiplie 6 pieds par 6, il viendra 36 pieds quarrés, et 6 multipliés encore par 36 font 216 pieds cubes contenus dans la toise cube.

Tout nombre cube a pour côté ou racine le nombre qui commence à multiplier pour le produire, et réciproquement le produit est appelé le cube de la racine cubique même.

Quand les racines des nombres cubes sont données, il est facile d'en trouver les cubes; mais les cubes étant donnés, il est difficile d'en trouver les racines. Néanmoins l'on en vient about, si on connaît les cubes des racines qui sont depuis l'unité jusqu'à dix, exprimées en la Table suivante, qu'il est nécessaire d'apprendre par cœur, pour opérer plus facilement dans l'extraction de la racine cubique de tout nombre proposé.

TABLE.

Racines,	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Quarrés,	1	4	9	16	25	37	49	64	81	100
Cubes,	1.	8.	27.	64.	125.	216.	343.	512.	729.	1000.

Après avoir entendu la Table ci-dessus, si d'aventure l'on veut extraire la racine cubique d'un nombre qui soit compris justement en icelle, ou moindre que le plus grand cube suivant, l'on cherchera le même dans la ligne des cubes, s'il s'y rencontre, et au-dessus d'icelui se rencontrera sa racine cubique. Si d'aventure le nombre ne se rencontrait pas précisément, on prendra la racine cubique du plus prochain nombre de la Table, et étant le cube pris à la Table du nombre duquel on veut extraire la racine, le reste de la soustraction sera écrit sur une ligne, pour numérateur d'une fraction dont il sera parlé ci-après, *page* 346.

Exemple.

Si je veux extraire la racine cubique de 437, je cherche dans la Table, à la ligne des cubes, et trouve que 437 se rencontre entre 343 et 512; partant, je prends 343, nombre cube prochain, duquel la racine cubique est 7, pour la racine du nombre proposé, et reste 94.

Mais pour extraire la racine cubique d'un nombre au-dessus de 1000 contenu en la Table, comme de 48627125, après avoir écrit ledit nombre, on séparera les figures de 3 en 3 avec un point, à cause des 3 dimensions du cube, commençant premièrement à main droite, et finissant à la gauche; comme il se voit dans l'opération suivante; on décrira aussi au-devant dudit nombre un demi-cercle comme à la division, pour poser les racines que l'on trouvera en faisant l'extraction.

Exemple.

On veut extraire la racine cubique de ce nombre 48627125 : ayant séparé les figures de 3 en 3, comme il a été enseigné ci-dessus, il faut prendre la racine cubique de la première séparation qui est 48, et on trouvera que la racine est 3, lequel 3 sera écrit au quotient pour racine; ayant écrit 3, il le faut cuber, et son cube est 27, qu'il faut soustraire de 48, et le reste 21 sera écrit sur 48, comme en la division.

```
21
48. 627. 125. (3
----------------
27
```

Pour seconde opération, où il faut trouver un diviseur, il faut prendre le triple du quarré de la racine déjà posée, qui est 3, disant : 3 fois 3 font 9, et 3 fois 9 font 27 (ce que l'on observera généralement pour trouver les diviseurs), lequel diviseur 27 sera écrit sous 48, mais en avançant d'un degré; puis on dira comme à la division, en 21 combien de fois 2; on sait qu'il y est naturellement 10 et plus, mais je suppose qu'il y puisse entrer seulement 6 fois, j'écris donc 6 au quotient pour racine; cela fait, je multiplie le diviseur 27 par 6, il vient 162 au produit, que j'écris à l'écart; ensuite je prends le triple du quarré de la racine 6, il vient 108, parce que le quarré de 6 est 36, et le triple de 36 est 108 aussi que je multiplie par la première racine trouvée qui est 3, et le produit est 324 que j'écris sous 162, mais en avançant d'un degré.

Enfin je cube la racine 6, et son cube est 216 que j'écris sous 324, en avançant encore d'un degré; puis ajoutant ces trois produits mis l'un sous l'autre à l'écart, la somme est 19656, qu'il faut soustraire de 21627, et le reste sera 1971 qu'il faut écrire sur 21627, comme il se voit par l'opération ci-après.

27 diviseur.
6 racine.

162 produit.
(36 36 quarré.
3

108 triple.
3

324 produit.
216 cube de 6.

21 971
48. 627. 125

27
27 diviseur
19656

Produits.
162
324
216

19656

Par cette méthode d'extraire la racine cubique en posant à l'écart les produits, on voit si la somme d'iceux est plus grande ou plus petite que ce qui est resté de la première opération pour la seconde, ou de la seconde pour la troisième, et ainsi de suite. Si la somme des produits est plus grande, c'est signe que l'on ne peut pas mettre pour racine un si grand nombre que celui que l'on a supposé; si aussi la somme est un peu moindre ou égale, c'est signe que la racine est bien trouvée, comme dans l'exemple ci-dessus la somme des produits est 19656, et le reste était 21627; par conséquent on peut mettre hardiment 6 pour seconde racine; et observant ce que ci-dessus, l'on est assuré si on peut mettre la racine supposée, ou non, parce que si la somme des produits est plus grande que le reste du nombre de l'extraction, il faut supposer un moindre nombre pour racine; ce que l'on observera pour chaque opération, soit deuxième, troisième, quatrième, cinquième, etc.

Pour troisième opération, il faut encore trouver un diviseur; et pour faire cela, il faut prendre le triple du quarré des deux racines déjà trouvées, qui sont 36, en la même manière que ci-devant,

le produit sera 3888, qu'il faut poser pour diviseur sous 1971 restés, mais en avançant d'un degré.

Puis pour trouver la racine de la troisième tranche ou séparation, je dis : en 19 combien de fois 3, je juge qu'il y peut entrer seulement 5 fois, je pose donc 5 pour racine au quotient; puis pour voir si je puis poser 5, je multiplie le diviseur 3888 par la racine 5, il vient 19440 que j'écris à l'écart, comme je l'ai expliqué ci-devant.

Ensuite je prends le triple du quarré de la racine 5, il vient 75, que je multiplie par les deux premières racines 36, et le produit est 2700 que j'écris sous 19440, en avançant d'un degré.

Enfin je cube la même racine 5, il vient 125 pour son cube, que j'écris sous 2700, en avançant encore d'un degré.

En faisant addition des trois produits, la somme sera 1971125, qu'il faut écrire sous les nombres restans du nombre dont on fait l'extraction; et faisant la soustraction, il ne restera rien. Partant, le nombre 48627125 ci-devant proposé, est un nombre parfaitement cube, dont la racine cubique est 365, comme il se verra par l'opération entière ci-après.

21.971		36	
48.627.125 (365		36	5
27		216	25
27		108	3
18656		1296	75
3888		3	36
1971125			
	Second diviseur	3888	450
		5	225
Produit du second diviseur		19440	2700
		2700	
Cube de la racine 5.		125	
		1971125	

Preuve de l'extraction de la Racine cubique.

Pour preuve, il faut quarrer la racine, ou plusieurs, s'il y en a, et multiplier le produit par la racine même; ce dernier produit donnera le nombre proposé duquel on a fait l'extraction, s'il ne reste rien. Mais s'il reste quelque chose, comme en l'exemple ci-dessous, il le faudra ajouter, et on trouvera justement le compte.

Exemple.

On veut tirer la racine cubique de 39678.

Opération.

3	81 produit du diviseur.
12 741	81
39 678 (33	27 cube.
27	8937
27	
2 337	

Ayant fait l'extraction ci-dessus, il est venu 33 pour racine cubique, et reste 3741 que je rapporte à la preuve, comme il a été dit ci-dessus, et la somme de l'addition des derniers produits se trouve égale au nombre proposé, et c'est la preuve.

Preuve.	
33	
33	
99	
99	
1089	produit.
33	
3267	
3267	
3741	reste.
Preuve * 39678	

Autre Preuve par 9.

Quoique la preuve de l'extraction de la racine cubique par 9 soit extraordinaire, et que jusqu'ici je ne l'aie point vue expliquée dans aucun Auteur, néanmoins j'ai voulu l'enseigner par curiosité; elle se fait ainsi :

Il faut tirer la preuve de la racine 33, il vient 6 qu'il faut poser au haut de la croix.

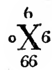
Ensuite il faut cuber ce même 6 et son cube est 216, dont la preuve est zéro, qu'il faut écrire au côté gauche de la croix.

Puis il faut tirer la preuve du reste qui est 3741, il vient 6 de reste que je pose à main droite de la croix.

Cela fait, j'ajoute le 6 dernier posé avec le zéro, la somme est 6, que j'écris au bas de la croix.

Enfin je tire la preuve de 39678 nombre proposé, il vient aussi 6 égal au 6 dernier trouvé, et partant il y aura deux figures au bas de la croix, qui doivent être égales, autrement la Règle serait fausse, comme il se voit par la pratique.

39678 nombre proposé.
3741 reste de l'extraction.
33 racine.



Autre Exemple.

Ayant tiré la racine cubique d'un nombre non cube, savoir ce qu'il faut ajouter à icelui pour le rendre parfaitement cube, et partant augmenter sa racine d'une unité, comme dans l'exemple ci-dessous de 188 proposés, dont la racine cubique est 5, et reste 63.

Il faut prendre le triple du quarré de la racine, il vindra 75, il faut encore tripler la racine 5, il viendra 15, et y ajouter 1, sont 16 qu'il faut écrire sous 75, et ajoutant le tout la somme sera 91; puis de 91 ôtant 63, qui est le reste de l'extraction, le reste 28 sera le nombre à ajouter pour le rendre parfaitement cube, et la racine, au lieu qu'elle était 5, sera 6, comme il se voit par les opérations.

63
188
——— (5 racine.
225

5
———
25
5
———
75
15
1 plus
———
* 91

* 91
63
———
28

188
28
———
+ 216

+ 216
——— (6 racine.
216

Les 91 ci-dessus peuvent être aussi pris pour dénominateur d'une fraction que l'on écrira sous une ligne, et 63 qui est le reste, seront le numérateur de ladite

fraction, que l'on écrira sur la même ligne, et ainsi la racine de 188 sera 5 entiers, et $\frac{63}{91}$ au plus près. Ce que l'on observera pour le reste de toutes les extractions cubiques.

Il faut remarquer qu'en faisant l'extraction cubique d'un nombre proposé, s'il reste 1 après l'extraction faite, cette unité sera le numérateur d'une fraction, parce que 1 est un nombre cube et quarré, et le triple du quarré de la racine sera le dénominateur de ladite fraction.

Comme si on disait, la racine cubique de 28 est 3, et reste 1; ayant écrit cette unité sur une ligne, on voit que le triple du quarré de 3 est 27, qu'il faut écrire sous la même ligne, et partant le reste de l'extraction, qui est un, sera $\frac{1}{27}$ partie de tel entier que l'on voudra.

Autre Exemple.

On veut tirer la racine cubique d'entiers et fractions, comme de 15 $\frac{5}{8}$.

Il faut réduire 15 $\frac{5}{8}$ en $\frac{125}{8}$, puis tirant la racine cubique de 125, il viendra 5 pour racine; tirant aussi la racine de 8, il viendra 2; et écrivant 5 sur 2, ce seront $\frac{5}{2}$ ou 2 $\frac{1}{2}$ pour la racine de 15 $\frac{5}{8}$, et c'est la réponse.

Pour preuve, cubez $\frac{5}{2}$, il viendra 15$\frac{5}{8}$; ce qui se fait ainsi, disant : 5 fois 5 font 25, et 5 fois 25 font 125.

Ensuite 2 fois 2 font 4, et 2 fois 4 font 8; puis écrivant 125 sur 8, ce sont $\frac{125}{8}$ égaux à 15 $\frac{5}{8}$, comme veut la question.

Autre Exemple.

Tirer la racine cubique d'une fraction radicale, comme de $\frac{27}{64}$.

Il faut tirer la racine cubique de 27, il viendra 3.

Il faut aussi tirer la racine de 64, il viendra 4, et ce seront $\frac{3}{4}$ pour racine cubique de $\frac{27}{64}$.

Autre Exemple.

Etant donnée une fraction irradicale, comme $\frac{5}{72}$; pour en trouver la racine cubique, P 6

Il faut quarrer 7, il vient 49, qu'il faut multiplier par 5, le produit est 245, dont la racine cubique est 6, et reste 29 pour numérateur, et le dénominateur sera 127; ce seront donc 6 $\frac{29}{127}$ qu'il faut diviser par 7, et le quotient sera $\frac{791}{889}$ pour la racine cubique des $\frac{5}{7}$ à fort peu près ; ainsi des autres.

Question sur la racine cubique.

Il y a une terrasse rectangulaire solide, laquelle contient 5832000000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, et la hauteur 6 fois l'épaisseur ; on demande combien la longueur, la hauteur et l'épaisseur.

Je pose que l'épaisseur soit un pied, et selon la règle des rectangles, la hauteur sera six pieds, et la longueur 36, lesquels multipliés l'un par l'autre, le poduit donnera 216 pieds cubes, et on devait trouver 5832000000 ; c'est pourquoi la position est fausse. Mais si je divise le tout par 226, le quotient donnera 27000000, desquels la racine cubique est 300 pieds pour l'épaisseur, lesquels multipliés par 6, le produit sera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, et on aura au produit 10800. Pour preuve, si vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5832000000 pieds cubes, comme veut la Règle.

Quoique la racine cubique ne serve en rien aux choses qui concernent le commerce des hommes, et que ce n'est qu'une subtilté de Géométrie, néanmoins j'ai jugé à propos d'en expliquer amplement le précepte avec toutes ses circonstances, afin que ceux qui en auront besoin pour la résolution de plusieurs questions que l'on verra ci-après, ensuite du Traité du Toisé, puissent y avoir recours, autrement ils auraient grande peine de sortir des difficultés qui se rencontrent ordinairement dans les positions concernant la Géométrie.

Fin de l'Arithmétique.



TRAITÉ
DE
GÉOMÉTRIE PRATIQUE,

Contenant l'Arpentage, et le Toisé des Ouvrages de Maçonnerie, Charpenterie, des Cubes, des Vaisseaux, et autres mesures dépendantes de cette Science.

AVERTISSEMENT.

Comme la Géométrie est une des principales parties des Mathématiques, et très-utile à toutes sortes de personnes, mais principalement à ceux qui travaillent journellement dans l'Arpentage, Maçonnerie, Charpenterie, et autres ouvrages où il s'agit de mesure; je me suis résolu de mettre ce Traité au jour, pour l'utilité publique. J'y traiterai premièrement des définitions de Géométrie; secondement, je ferai la description des Instrumens propres pour l'Arpentage; en troisième lieu, l'Arpentage même; et en quatrième lieu, je donnerai un Traité particulier du Toisé, tant des Plans que des Solides.

Pour commencer, je dirai pour définition que la Géométrie est la science de bien et parfaitement mesurer toutes superficies : elle contient quatre parties principales, savoir :

La Planimétrie, qui est pour la mesure des choses planes, appelée Arpentage.

L'Altimétrie, qui est la mesure des hauteurs élevées orthogonellement ou à-plomb sur le plan de terre, comme sont Tours, Clochers, Pyramides et autres.

La Longimétrie, qui est la mesure des longueurs, largeurs et distances, tant accessibles qu'inaccessibles.

La Stéréométrie, qui est la mesure des corps solides, lesquels se mesurent par les trois dimensions, longueur, largeur et hauteur, comme murailles, turcies, parapets, plate-formes, vidanges de fossés, digues, terrasses et autres.

Or, pour travailler en cesdites parties, il faut se servir, quand la nécessité le requiert, d'un instrument qui sera représenté ci-après, appelé Equerre; et pour cet effet, il est nécessaire de savoir les mesures dont on se sert aux pays et lieux où l'on est pour travailler, comme à Paris les mesures ordinaires sont le pied de Roi ayant 12 pouces, chaque pouce 12 lignes.

La toise contient 6 pieds.

La perche 18 pieds, plus ou moins selon le Pays, comme il se verra au commencement de l'Arpentage. (Il faut remarquer que le tout s'entend par pied courant en longueur.)

Le pied quarré contient 12 pouces de long sur 12 pouces de large, qui font 144 pouces quarrés pour le pied quarré.

La toise quarrée contient 6 pieds de long sur 6 pieds de large, faisant 36 pieds quarrés pour la toise quarrée.

La perche quarrée contient 18 pieds de long sur

18 pieds de large, faisant 324 pieds quarrés pour ladite perche quarrée.

Et ainsi il faut multiplier la longueur par la largeur de toutes les mesures qui se rencontrent dans les divers Pays, qui donneront différentes superficies, comme les longueurs et les largeurs sont inégales.

J'ai supposé ci-devant, que la perche était de 18 pieds, dont la superficie se trouve quarrément sur le pied ; et si on supposait ladite perche être de davantage de pieds, la quantité se trouverait plus grande : si elle était de moins de pieds, elle se trouverait plus petite aussi. Cela supposé :

Le pied cube contient 12 pouces de long sur 12 pouces de large et 12 pouces de hauteur, faisant en tout son quarré cube 1728 pouces cubes, et ainsi dans les autres mesures pour les cubes ; il n'y a qu'à considérer trois dimensions, longueur, largeur et hauteur, et dans le quarré, longueur et largeur seulement, ce qu'il faudra bien observer pour éviter de notables abus qui se peuvent commettre dans les opérations de la mesure.

Ayant expliqué ce que c'est que la Géométrie, et l'ayant divisée en quatre principales parties, il reste à traiter des définitions, par lesquelles on apprend à discerner les divers objets qui tombent sous la mesure, lesquels ont des formes diverses approchantes à-peu-près des figures, comme triangle, quarré, quarré long ou rectangle, rhombe, rhomboïde, trapèze et trapézoïde, ovale, cercle et autres superficies régulières et irrégulières, c'est-à-dire, qui ont plusieurs ou différens côtés en longueur, desquels je ferai connaître ci-après la pratique par des Règles fondamentales, qui ne peuvent recevoir aucun doute, pourvu que l'on ait bien observé les longueurs et les largeurs dans le trait quarré, quand il s'y trouve.

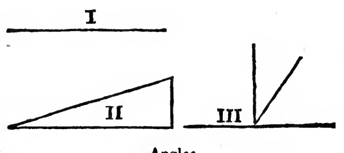
Définition de la Géométrie.

1. La ligne droite est celle qui est également contenue entre ses extrémités, ou le plus court chemin d'un point à un autre.

2. Angle est l'inclinaison d'une ligne droite à une autre, de sorte qu'elle ne fasse pas une seule ligne droite.

3. Quand une ligne droite tombant sur une autre ligne droite, fait l'Angle d'un côté aussi grand que l'autre, cette ligne est appelée perpendiculaire, et les Angles sont appelés Angles droits.

L'Angle droit est celui qui a 90 degrés ; et celui qui excède les 90 degrés est appelé obtus, et celui qui est moindre est appelé aigu.



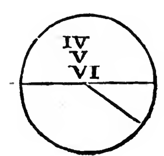
Angles.

Remarque. Deux lignes droites n'enferment point un espace.

4. Figure est ce qui est enclos d'une ou de plusieurs lignes, et de celle-là le cercle est une figure contenue d'une seule ligne, appelée circonférence, au dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes tirées à la circonférence sont égales. Ce point est appelé centre.

5. Diamètre du cercle est une ligne droite passant par le centre, et se terminant à la circonférence.

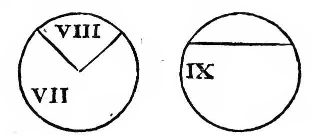
6. Le demi-cercle est une figure comprise de la moitié de la circonférence et du diamètre.



7. Grand secteur de sercle est une figure composée de deux demi-diamètres, et de plus de la moitié de la circonférence.

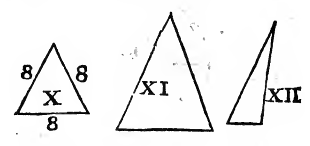
8. Petit secteur est une figure composée de deux demi-diamètres du même cercle, et d'une moindre partie de la circonférence.

9. Segment est une figure comprise d'une ligne droite, et d'une portion de la circonférence plus grande ou plus petite que la moitié.



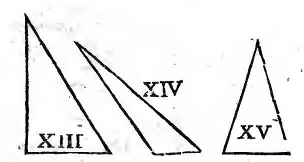
10. 11. 12. Des figures rectilignes, celle qui est contenue de trois lignes droites est appelée Triangle; et des Triangles, celui qui a les trois côtés égaux,

s'appelle Equilatérale; celui qui en a deux seulement égaux, s'appelle Isocèle; et celui qui a tous les trois côtés inégaux s'appelle Scalène.



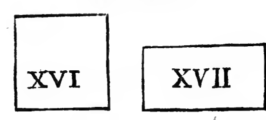
Equilatéral. Isocèle. Scalène.

13. 14. 15. Les Triangles sont aussi appelés Rectangles, qui ont un angle droit; Obtusangles, lorsqu'ils ont un Angle obtus; et Acutangles, lorsqu'ils ont tous leurs Angles aigus.



Rectangle. Obtusangle. Acutangle.

16 et 17 Le quarré est une figure qui a les quatre côtés égaux et les Angles droits, et le quarré-long est celui qui a les quatre Angles droits, et les côtés opposés seulement égaux.

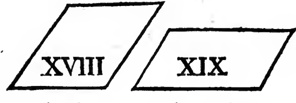


Quarré. Quarré-long.

18. Rombe est une figure de quatre côtés égaux et parallèles, ayant deux Angles obtus opposés, et deux Angles aigus aussi opposés.

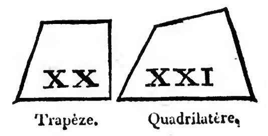
19. Rhomboïde est une figure aussi de quatre côtés parallèles, savoir, deux longs et deux courts, ayant deux Angles obtus et deux aigus.

Il faut remarquer que le quarré, quarré-long, Rhombe et Rhomboïde, sont quatre figures que les Géomètres appellent Parallélogrammes, c'est-à-dire, que tous les côtés opposés sont parallèles.



Rhombe. Rhomboïde.

20. Trapèze est une figure de quatre côtés, qui n'est ni quarré ni quarré-long, Rhombe ni Rhomboïde; il a deux côtés parallèles et inégaux.



Trapèze. Quadrilatère.

21. Le quadrilatère est en général une figure de quatre côtés.

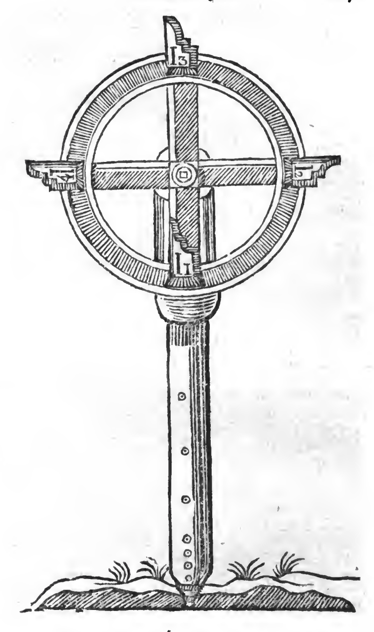
Trapézoïde est une figure de quatre côtés inégaux, ayant aussi des Angles inégaux, dont il sera parlé ci-après dans l'Arpentage.

Auparavant que de traiter de la mesure de chaque figure en particulier contenue dans les Définitions ci-devant, j'ai trouvé à propos de faire l'instruction d'un Instrument duquel il faut se servir sur le terrain, lorsqu'il est question de trouver les mesures des sujets : et pour abréger, je vous dirai que je le divise en deux parties, savoir, en simple, et composé ; le simple pour servir dans les opérations simples de l'Arpentage ; et le composé pour trouver l'ouverture des Angles des figures régulières et irrégulières, comme il se verra ci-après dans leurs opérations.

Description d'un Instrument appelé Equerre, très-utile et abrégé pour faire toutes sortes d'opérations, tant pour la mesure des lieux ou sujets accessibles qu'inaccessibles, dont la figure et représentation s'ensuit après le discours suivant.

Il faut premièrement que ledit Instrument nommé Equerre soit en forme ronde, qui est la figure la plus parfaite et infaillible, qui doit êre divisée en quatre parties égales par deux lignes qui s'entrecoupent en Angles droits au centre. Il faut qu'à l'extrémité de chaque ligne, il y ait une pinnule attachée de la même forme ci-représenté, qui soit fendue perpendiculairement à droite ligne, avec un petit trou au-dessous de la fente pour découvrir les objets.

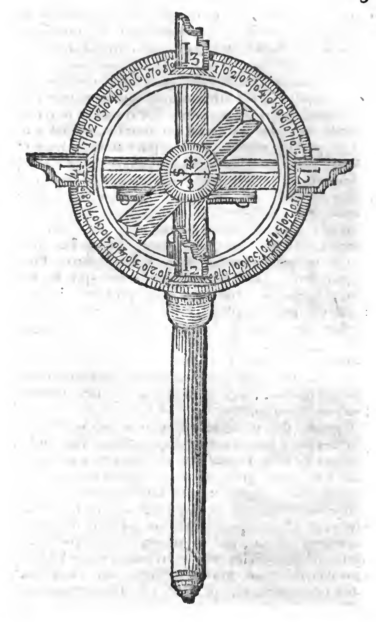
Cela supposé, il faut qu'il y ait au centre de l'Instrument une douille qui entre à vis dans ledit centre, laquelle servira à soutenir ledit Instrument sur


13
11

son bâton, haut environ de quatre à cinq pieds, selon la hauteur de l'œil, qui doit être divisé en pieds et pouces pour opérer facilement, et eviter la peine de prendre à tout moment la chaîne pour mesurer de petites distances. Ledit Instrument peut être fait de telle matière que l'on voudra ; mais la plus approuvée et la meilleure est celle de cuivre, car elle n'est pas si sujette à être forcée, ni à manquer dans les opérations.

Ceux qui veulent pénétrer plus avant, et qui ont quelque peu de connaissances des Mathématiques, et qui sur un même Instrument veulent opérer en toutes sortes de sujets pour trouver leurs mesures, tant accessiblement qu'inaccessiblement, comme pour mesurer la hauteur d'une tour, la profondeur d'un fossé, la largeur d'une rivière, enfin pour mesurer la superficie de toutes sortes de plans et le reste ; ceux-là, dis-je, pourront facilement agir avec le même Instrument, en toutes sortes d'occurrences, augmentant sur icelui ce qui suit, comme il se verra ci-après par une seconde représentation dudit Instrument.

Je suppose que ledit Instrument soit de cuivre en la même forme que ci-dessous, avec toutes ces mêmes parties; mais afin de le rendre universel pour toutes sortes d'opérations, il faut diviser le cercle dudit Instrument en 360 parties égales, appelées degrés; le divisant premièrement en quatre, comme il est; puis chaque quatrième partie en neuf, commençant à diviser en trois parties, et chaque partie de trois en trois, jusqu'à la quantité de neuf qui sont dixaines, lesquelles sont quatre-vingt-dix parties égales, qui est le quart du cercle, ou ouverture de l'Angle droit, appelé trait quarré, autrement à l'Equerre. Cela étant observé, on marquera dessus les dixaines, leurs degrés; puis après sur le centre dudit Instrument sera construite une alidade mouvante sur sondit centre, qui de ses extrémités touchera la circonférence, et tournoyant et recherchant la mesure des



sujets, montrer l'ouverture des Angles; commençant à compter de la pinnule fixe ou immobile jusqu'où l'alidade touche, et ainsi on aura le requis sur ladite alidade.

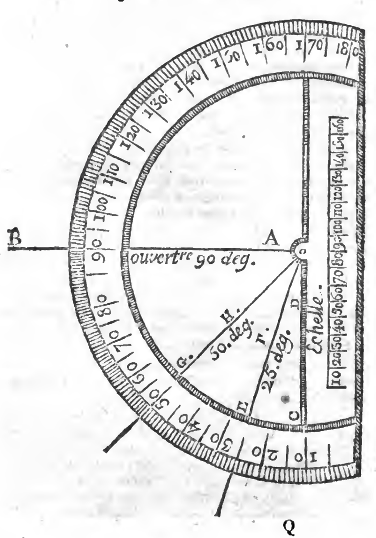
Il faut aussi pareillement qu'il soit construit des pinnules, qui seront attachées de la même façon que ci-devant; et pour tenir ledit Instrument, il y faut ajouter un genou au lieu d'une douille, lequel sera fait de pareille étoffe, pour le faire tourner haut et bas en telle manière qu'il sera nécessaire, dont la représentation est vis-à-vis, montée sur son bâton; comme celui ci-devant, qui est simplement pour l'Arpentage.

Ayant ainsi construit ledit Instrument, qui est portatif, il est aisé avec icelui d'observer tout ce qui se peut rencontrer dans la mesure. Pour la grandeur, cela dépend de celui qui le fait faire; mais on observera que plus un instrument est grand, plus il est juste : néanmoins, la plus commune et la meilleure opinion est qu'il ait cinq pouces de diamètre, et sa circonférence à proportion. Sur l'alidade dudit Instrument, on y peut faire faire une petite boussole divisée en huit parties égales, avec laquelle on pourra prendre toute déclinaison.

Comme j'ai traité et représenté les Instrumens propres pour toutes sortes d'opérations, j'ai voulu, pour en faciliter la pratique sur les objets qui tombent sous la mesure, donner à connaître un petit Instrument portatif, appelé Rapporteur, dont la figure suit, qui sert à rapporter sur le papier les ouvertures des angles trouvés sur les plans des places à mesurer, pour, par ce moyen, connaître toutes sortes de superficies, sans pour cela obliger l'Arpenteur d'en avoir un, comme n'étant pas une chose tout-à-fait nécessaire, lorsqu'il s'agit de l'Arpentage simplement,

plement, mais bien quand il est question de trouver la mesure d'un bois, ou autres sujets dans lesquels on ne peut entrer, mais seulement aller autour d'iceux, pour en avoir la mesure par l'ouverture des angles.

Figure dudit Instrument.



Explication du Rapporteur, et comment il s'en faut servir.

L'Instrument représenté de l'autre part, s'appelle Rapporteur; il peut se faire de telle manière que l'on veut, mais la plus commode est de corne; on le peut faire aussi de cuivre : cet Instrument n'est autre chose que la moitié d'une circonférence divisée en 180 parties égales appelées degrés, par lesquels nous pouvons connaître toutes sortes d'ouvertures d'angles.

Par ce moyen, en posant la base ou diamètre dudit Instrument sur le côté de quelque figure Géométrique, en sorte que son centre soit directement à l'extrémité de l'angle duquel on veut prendre l'ouverture, la circonférence marquera l'ouverture dudit angle; et ainsi des autres. Mais s'il était requis de faire un angle à l'extrémité d'une ligne donnée de tant de degrés que l'on voudra; comme ici sur la ligne CD, on veut faire un angle de 50 degrés, je pose la base de l'Instrument sur la ligne CD, en sorte que le centre touche l'extrémité de la ligne CD, et que la base soit le long de la ligne; puis voulant trouver les 50 degrés, on comptera depuis C jusqu'a G le nombre 50 en la circonférence, et tirant du point D la ligne DG, cette ligue formera l'angle GDC requis; ainsi des autres.

Pratique.

Sur une ligne droite donnée, trouver un angle droit par le moyen du Rapporteur.

Il faut poser la base sur ladite ligne, et le centre au point où l'on propose faire l'angle droit, commençant à compter depuis 10 jusqu'à 90 degrés, et poser un point à l'extrémité des 90; et où le centre dudit Rapporteur sera posé pour avoir ledit angle, il faudra dudit centre audit point tirer une ligne droite qui donnera l'ouverture requise, qui est 90 degrés.

De sorte qu'ayant bien considéré la position de cedit Instrument sur quelque figure que ce soit, on aura par son moyen l'ouverture de toutes sortes d'angles, chose très-nécessaire pour lever les Plans des Villes, et aussi pour mesurer les sujets accessibles et inaccessibles, comme vous le verrez dans la suite par les questions proposées ci-après au sujet de l'arpentage.

L'échelle que vous voyez marquée le long de la base dudit Rapporteur, sert pour réduire les grandes mesures à de plus petites, qui est ce que l'on appelle réduire le grand pied au petit.

Par exemple, supposez que vous ayez trouvé l'ouverture d'un angle, qui soit de 90 degrés, et que vous vouliez mesurer la distance depuis un angle jusqu'à un autre, cela pris sur quelque sujet, comme sur une muraille de Ville, circuit de maisons, distance des lieux et autres. Posons que depuis cedit angle jusqu'à l'autre, la distance soit de 25 toises; pour réduire cette ligne de 25 toises en pieds, ou en telle autre mesure que l'on voudra, il faut tirer une ligne blanche, et prendre telle échelle que l'on voudra, y déterminant le nombre de 25 pieds, ou pouces, ou lignes, et aux extrémités y former les angles proposés ci-dessus, comme il est enseigné par ledit Rapporteur, ou demi-cercle; et ainsi continuant aux autres côtés, de quelques figures que ce soit, on formera un Plan selon qu'il sera requis.

Ayant expliqué la Géométrie et ses définitions, décrit et représenté les Instrumens nécessaires pour la pratique d'icelle, je traiterai ensuite de l'Arpentage.

TRAITÉ
DE L'ARPENTAGE.

L'ARPENTAGE n'est rien autre chose que ce que l'on dit mesurer la superficie de la Terre, ce qui est le propre de la Géométrie ci-devant expliquée, pour les diverses figures qui se forment sur icelle; mais à cause de l'usage qu'il y a entre les peuples selon la diversité des mesures, on emprunte les nombres de l'Arithmétique pour signifier ces mesures; et selon la diversité des Pays, on use de différentes mesures, dont la Table suivante exprime les plus connues.

Table des mesures usitées.

L'arpent contient 10 perches en longueur, 10 en largeur, et 100 perches quarrées en superficie, qui est communément divisé en quatre quartiers.

La perche, mesure de la Prévôté et Vicomté de Paris, est estimée de 18 pieds.

Et en d'autres endroits, selon la diversité des lieux, elle est de 19, 20, 22, 24, etc.

Comme au Pays du Perche et Pays Chartrain, la perche est de 22 pieds de long, et en son quarré en contient 484.

Au Pays d'Anjou, Poitou, Touraine, le Maine, et autres lieux circonvoisins, la chaîne, de laquelle l'on mesure les héritages, contient 25 pieds en sa longueur, et en son quarré 625 pieds.

En Bretagne, la chaîne contient 24 pieds de longueur, et 576 pieds en quarré.

Il faut remarquer qu'en la plupart des Provinces, les 100 chaînes quarrées de 25 pieds de long chacune, sont comptées pour un arpent, les 25 pour un quartier; tellement que les 10 en longueur sur autant de largeur, c'est un arpent, ou 25 en longueur sur 4 de largeur, font un arpent aussi, et les 5 en longueur sur autant de largeur, font un quartier.

Le Journal au Duché de Bretagne contient 22 seillons $\frac{1}{3}$ ou 4020 pieds quarrés.
Le seillon contient 6 raies ou 180 pieds.
La raie contient 2 gaules $\frac{1}{2}$ ou 30 pieds, et la gaule contient 12 pieds.

L'Acre au Duché de Normandie contient 4 verges.
La verge contient 40 perches quarrées; et
La perche contient 22 pieds.

La Saumée en Languedoc contient 4 sestérées, ou 1600 cannes quarrées.
La canne contient 8 pans en longueur, et le pan contient 8 pouces.

Le Journal au Duché de Bourgogne, selon l'Ordonnance du Duc Philippe, contient 360 perches quarrées.
La perche contient 19 pieds en longueur, et 361 en quarré.

Le Journal au Duché de Lorraine contient 250 toises.
La toise 10 pieds en longueur.
Le pied 10 pouces, mesure de Lorraine.

Ayant dit tout ce que ci-dessus pour la différence des mesures qui se rencontrent selon la diversité des Pays, il est maintenant question de venir à la pratique de l'Arpentage, qui a pour objet la pièce de terre que l'on veut mesurer ou arpenter, que l'on doit mesurer avec la mesure dont on mesure les héritages du Pays ou de la Province où se fait l'Arpentage.

Tous les Arpentages qui se font, les uns dans une Province, les autres dans l'autre, ne diffèrent point entr'eux, sinon pour le regard de la mesure qui est plus courte ou plus longue en un lieu qu'en l'autre, quoique l'une et l'autre soient divisée en pieds égaux en leur longueur, selon la longueur de ladite mesure, d'autant que nous n'avons en ce Royaume qu'un pied de Roi; par cette raison, tous les Arpenteurs, en quelque Pays qu'ils soient appelés pour faire des arpentages ou d'autres mesures, s'étant bien instruits de la mesure du lieu où les terres à arpenter seront situées, pourront sans difficulté faire lesdits arpentages, et ensuite le calcul et supputation d'iceux, conformément à la mesure de laquelle ils ont arpenté, d'autant qu'en quelque Province que ce soit, les figures Géométriques desquelles sont composées lesdites pièces d'héritages, ne sont point différentes l'une de l'autre, puisqu'en l'un et l'autre Pays elles sont composées de figures quarrées, barlongues, triangulaires, trapèzes, circulaires, en ovale et autres ci-devant déclarées au Traité de Géométrie, page 352.

Avertissement à l'Arpenteur.

Il est absolument nécessaire à l'Arpenteur d'avoir tous les Instrumens propres à l'arpentage : en premier lieu, il doit avoir une Equerre simple ou composée, comme celles qui sont représentées ci-devant, pages 357 et 359, parce qu'elles font le même effet quant à l'arpentage; en second lieu, une chaîne de fil-de-fer longue de 18, 20 pieds ou plus, selon la perche ou mesure de lieu; enfin 12 ou 15 piquets ferrés par le bout, ou plus ou moins au choix de l'Arpenteur pour sa plus grande commodité.

Etant ainsi assorti d'Instrumens, avant que d'en venir à la pratique, il doit considérer trois choses. La première est la coutume du lieu pour la mesure.

La seconde, le pourtour de la pièce de terre à mesurer; et la troisième, les bornes qui la séparent d'entre ses voisins, avec les alignemens des chemins et fossés suivant la coutume du lieu.

Il est à remarquer que pour être assuré dans ses opérations, il faut se représenter en son esprit la forme de ladite pièce à mesurer, et l'ayant ainsi conçue, voir sous quelle figure elle tombe dans la Géométrie; cela supposé, il en faut suivre la Règle pour la mesurer : néanmoins ce n'est pas le tout de la considérer théoriquement, il en faut venir à la pratique; car souvent les terres ne tombent pas dans la régularité, quoiqu'elles soient dans les formes suivant les Règles de Géométrie: pour supplément de ce, la pratique en donne une entière connaissance.

Par cette raison, pour Règle générale dans telle figure qu'elle puisse être; tirez toujours les lignes droites par le moyen de votre équerre et piquets, les mesurant actuellement, suivant les côtés desquels votre dite figure est entourée : cela supposé, observez les Règles qui tombent de cette mesure, et l'opération vous en donnera la superficie requise.

Si les lignes se trouvent courbes, rentrantes ou sortantes en coude ou en S, ne manquez pas de tirer vos lignes droites, rasant le rentrant et le sortant : en ce faisant, il demeurera du vide à mesurer; mais il faut que celui qui sort, récompense celui qui rentre, et ainsi réciproquement l'un réparera le défaut de l'autre; ce qui dépend de la prudence de l'Arpenteur.

Quant à cesdites portions qui restent à mesurer, elles doivent se considérer à-peu-près en formant des figures triangulaires dans icelles ou autres, côtoyant de plus près que faire se pourra les portions de cercle. Si néanmoins on voulait exactement mesurer cesdites portions jusqu'à la plus petite partie d'une perche, toise ou autre mesure, il se

peut faire, mais ce serait chercher un chemin bien long pour la conséquence qui en est fort petite; ce que je propose n'est pas pour m'excuser de faire l'opération entière, puisque ci-après je vous en ferai la démonstration.

Proposition I.

D'un point à un autre donné à la Campagne, tirer une ligne droite.

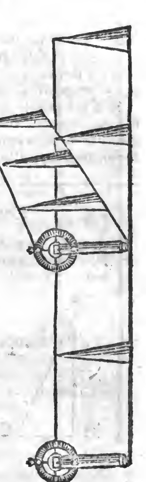
Pour faire cette ligne, il faut prendre deux piquets à plaisir, et poser l'un des deux au point dont on veut tirer la ligne, et l'autre au point où l'on la veut finir, en sorte que posant un troisième, on voie avec l'œil que tous les trois soient rangés en une ligne droite; ensuite on en plantera tant d'autres que l'on voudra, entre les deux points donnés; de sorte que celui que l'on plantera, cache à l'œil ceux qui sont déjà plantés.

Prop. I

Proposition II.

Sur une ligne droite donnée à la Campagne et d'un point en icelle, élever une perpendiculaire, ou à l'équerre.

Soit planté un bâton avec l'équerre au point proposé, de sorte que par l'une des fentes qui est parallèle au côté de l'équerre, on voie au long la ligne donnée, et que par l'autre qui la coupe en angles droits, on fasse tirer une ligne droite parallèle à la basse ou ligne-terre qui se tire du pied de l'Instrument à l'extrémité du piquet qui termine la distance, en sorte que posant d'autres piquets entre ces deux extrêmes, on puisse voir tous les sommets d'iceux au travers des pinnules audit Instrument; alors ils seront tous en même hauteur, et le rayon visuel sera parallèle à la ligne-terre selon le requis.



De la mesure des Triangles.

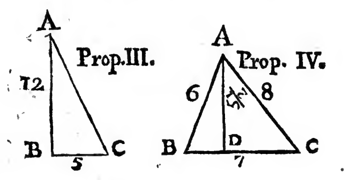
Maxime.

En tout Triangle rectangle, le quarré du côté opposé à l'angle droit, est égal à la somme des quarrés des deux autres côtés par la quarante-septième proposition du premier livre d'Euclide.

Si B est l'angle droit, le quarré de la ligne A C fait autant que la somme des quarrés du côté AB, et du côté B C, comme il se voit en la figure de la troisième proposition suivante.

Proposition III.

Etant donnés les deux côtés qui forment l'angle droit d'un Triangle rectangle, trouver l'autre côté.



Du Triangle rectangle ABC, l'angle B soit droit, le côté AB, 12 toises, et BC 5; il faut trouver le côté AC opposé à l'angle droit.

Pour faire cette opération, il faut prendre le quarré de 12 et le quarré de 5 font 144 et 25, et

les ajouter ensemble ; cela sera 169, desquels extrayant la racine quarrée, il viendra 13 pour le côté AC.

Opération.

12	5	144	1 69	
12	5	25	———	(13 pour le côté AC.
——	——	——	1 23	
144	25	169		

Application.

Il y a une muraille haute de 12 toises, et au pied d'icelle un fossé large de 5 toises ; on demande si on voulait faire une échelle pour monter avec icelle au haut de ladite muraille, combien elle devrait avoir de toises : Pour réponse, quarrez 12 et 5 qui est la hauteur de la muraille et la largeur du fossé, il viendra 144 et 25, lesquels deux nombres ajoutés ensemble, font 169, dont la racine quarrée est 13 toises pour la longueur de l'échelle.

Preuve.

La longueur de l'échelle est 13 toises, et la largeur du fossé est 5 ; on demande la hauteur de la muraille.

Quarrez 13, il vient 169 ; quarrez aussi 5, il viendra 25 ; cela fait, ôtez 25 de 169, il restera 144, dont la racine quarrée est 12, pour la hauteur de la muraille, comme ci-devant.

Autre Preuve.

La hauteur de la muraille est 12, et la longueur de l'échelle est 13 ; on demande la largeur du fossé.

Quarrez 13, il viendra 169 ; quarrez aussi 12, il viendra 144 ; puis ôtez 144 de 169, le reste sera 25, dont la racine quarrée est 5, pour la largeur du fossé, comme il a été proposé.

Proposition IV.

Etant donnés les trois côtés d'un Triangle, trouver la perpendiculaire qui tombe de l'un des angles sur le moyen côté. *Voyez la figure page 370.*

Pour trouver la perpendiculaire du Triangle ABC comme la ligne AD, il faut en premier lieu trouver le point D, auquel elle coupe la base, ce qui se fait en cette sorte.

On ajoutera les deux côtés AB et AC, lesquels feront ensemble 14; on prendra la différence des mêmes côtes, qui est 2 : cela fait, on multipliera 14 par 2, il viendra 28, lesquels seront divisés par 7 de BC, le quotient sera 4, lequel 4 on ôtera de même de 7, et le reste sera 3, duquel la moitié, qui est 1 ½, sera la longueur de la ligne BD. Enfin on prendra le quarré de AB, il viendra 36, duquel on soustraira le quarré BD, qui sera 2 ¼, et du reste qui sera 33 ¾ pour le quarré de la perpendiculaire AD, on en extraira la racine quarrée, et on aura la longúeur de la même perpendiculaire, savoir, 5 ½ ou environ peu plus.

Opération.

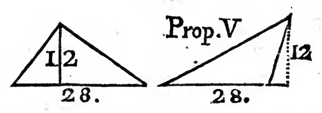
Add.	Soust.	Mult.		Soust.
8	8	14		7
6	6	2	28	4
—	—	——	——— (4	——
14	2	28	7 la ½	3 dont
Mult.	Mult.		Soust. ½	
6	1 ½		36	
6	1 ½		2 ¼	
——	——		——	
36	2 ¼			

reste 33 ¾ dont il faut tirer la racine quarrée, il viendra 5 ¼ peu plus.

Proposition V.

Etant donné un Triangle, trouver sa grandeur.

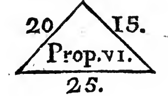
Il faut chercher en l'un de ses côtés un point, auquel posant l'équerre, on puisse par le moyen d'icelle élever une perpendiculaire qui passe par l'angle opposé au côté; puis mesurant le côté ou la base, comme aussi la perpendiculaire qui passe par l'angle opposé au côté, il s'ensuit la Règle suivante.



La perpendiculaire du triangle soit 12, la base 28, il faut multiplier la moitié de 12, qui est 6, par 28; cela fait 168 pour la superficie du triangle : c'est-à-dire, que si la perpendiculaire du triangle contient 12 perches, ledit triangle contiendra 168 perches quarrées; si ce sont des pieds, ce seront 168 pieds; si ce sont des toises, etc. réservant toujours en mémoire que la multiplication fait une superficie.

Proposition VI.

Si d'aventure l'on ne pouvait tirer la perpendiculaire, et que l'on eût les trois côtés, on trouvera la superficie en cette manière.



Les trois côtés du Triangle soient 15, 20 et 25, qui étant ajoutés ensemble, font 60 ; la moitié de 60 est 30, desquels 30 il faut ôter 15, 20, 25 séparément, les restes sont 15, 10 et 5, qu'il faut multiplier l'un par l'autre, pour avoir au produit 750, qui étant multipliés par la moitié de la somme des côtés, qui est 30, fait 22500, dont la racine quarrée est 150 pour la superficie du Triangle.

15	30	30	30	15
20	15	20	25	10
25				
	15	10	5	150
60				5
½ 30				
				750
				30
				22500

1
2. 25. 00.
——————— (150 Superficie du Triangle.
1 25 00
3

De la mesure du Quarré et du Quarré-long.
Proposition VII.

Pour mesurer un quarré ou un quarré-long, il faut mesurer les deux côtés qui comprennent un même angle, et les multiplier l'un par l'autre; et le produit donnera la superficie.

64 8
8

Prop. VII.

4 9 36

Si c'est un quarré, et qu'un chacun des côtés soit 8, multipliant ce côté par soi-même, cela fera 64 pour la superficie du quarré.

Si c'est un quarré-long, et l'un des côtés soit 4 et l'autre 9, multipliant 4 par 9, il viendra 36 pour la superficie du quarré-long ou rectangle.

Il faut remarquer qu'encore que je ne me serve que de nombres entiers dans la proposition du quarré, et du quarré-long ci-devant, s'il arrive des fractions dans une autre question selon la subdivision la perche, toise et autres mesures, on observera le même ordre qu'en l'exemple ci-dessous; lequel servira de modèle à toutes multiplications de longueur par largeur, concernant l'arpentage, ou autres opérations de mesures.

Exemple.

Supposez qu'une pièce de terre ait été mesurée à la perche de 18 pieds, et que la longueur d'icelle soit 9 perches 7 pieds, et la largeur 6 perches 5 pieds;

on demande combien il y aura de perches quarrées et parties de perche.

Opération.

long.	9 perches	7 pieds.
larg.	6	5
	56 perches	6 pieds.
	2	9
		$1 \frac{17}{18}$
	58 perch.	$16 \frac{17}{18}$

pour la superficie de ladite pièce de terre.

Pour faire cette opération, il faut multiplier en croix les 7 pieds de la longueur par les 6 perches de la largeur, il viendra 42 pieds, dont les 36 font 2 perches, et reste 6 pieds : J'écris les 6 pieds, et retiens les 2 perches, ou je les écrirai au rang des perches.

Ensuite je multiplie les 9 perches par les mêmes 6 perches, il vient 54, et 2 que j'ai retenues, font 56, que j'écris dans leur rang.

Cela fait, il faut multiplier les 5 pieds de la largeur par les 9 perches sudites, il viendra 45 pieds qui valent 2 perches et 9 pieds, que j'écris encore au-dessous dans leur ordre.

Enfin je multiplie les 7 pieds de la longueur par les 5 pieds de la largeur, le produit est 35 pieds, dont les 18 font 1 pied de perche, que j'écris au rang des pieds, et reste 17, c'est-à-dire, $\frac{17}{18}$ parties d'un pied quarré que j'écris ensuite, et ajoutant le tout, la somme des produits sera 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$ de pied, ou bien 58 perches 17 pieds moins $\frac{1}{18}$ de pied.

On voit par le raisonnement de la multiplication ci-dessus, que multipliant perches par perches, il vient des perches, pieds par perches, il vient pieds de perche, c'est-à-dire, des pieds qui ont 1 pied de large et 18 pieds de long, dont les 18 font une

perche quarrée; mais multipliant pieds par pieds, il vient des pieds quarrés, dont 324 font la perche quarrée.

Dans l'exemple ci-dessus, on a 58 perches quarrées, 16 pieds de perche, $\frac{17}{18}$ qui valent 17 pieds quarrés.

Pour réduire les pieds de perche en pieds quarrés, il faut multiplier 16 par 18, il viendra 288 pieds, lesquels étant ajoutés avec 17, numérateur de $\frac{17}{18}$, font 305 pieds quarrés; et au lieu de 58 perches 16 pieds $\frac{17}{18}$, on a 58 perches et 305 pieds quarrés.

Avertissement.

Je sais que cette manière d'opérer embarrasse beaucoup les jeunes Arpenteurs et autres : la plus grande partie prennent les pieds de perche pour des pieds quarrés, et les pieds quarrés pour des pieds de longueur; il est donc nécessaire de donner une autre méthode d'opérer, pour faire connaître que quand on mutiplie des pieds par des pieds, il vient des pieds quarrés; quand on multiplie des perches par des pieds, il vient des perches et des pieds, des perches sans pieds, et des pieds sans perches, selon que le cas y échoit.

Dans l'exemple ci-dessus, on multiplie 9 perches par 5 pieds, il vient 45 pieds de perche, dont les 36 font 2 perches quarrées, et reste 9 qui valent une $\frac{1}{2}$ perche; et comme la perche quarrée est de 324 pieds quarrés, la $\frac{1}{2}$ perche en contient 162. Ainsi, 9 pieds de perche sont égaux à 162 pieds quarrés, de même 16 pieds $\frac{17}{18}$ sont égaux à 305 pieds quarrés : c'est pourquoi on pourra se servir de la méthode suivante qui est un peu plus longue, mais moins embarrassante pour ceux qui ne sont pas bien au fait du calcul.

Exemple.

On a une pièce de terre dont la longueur est 9 perches 7 pieds, et la largeur 6 perches 5 pieds; il faut réduire les 9 perches 7 pieds en pieds, il viendra 169 pieds pour la longueur; il faut aussi réduire 6 perches 5 pieds en pieds, il viendra 113 pieds pour la largeur.

Il faut multiplier présentement 169 par 113, il viendra au produit 19097 pieds quarrés, qu'il faut diviser par 324 pieds, valeur de la perche quarrée, on aura au quotient 58 perches quarrées, et il restera 5o5 pieds quarrés. Voyez l'opération suivante.

9 perches 7 pieds	6 perches 5 pieds.	
18	18	
162	108	169
7	5	113
169	113	507
		169
3		169
2805		
+ 19097		19097
3244	(58 perches quarrées, et 3o5 pieds quarrés.	
32		

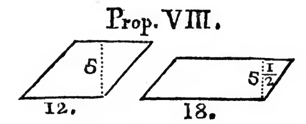
On peut encore opérer par les fractions, en multipliant 9 perches $\frac{7}{18}$ par 6 perches $\frac{5}{18}$, on aura au produit 58 perches $\frac{305}{324}$.

Du Rhombe et Rhomboïde.

Proposition VIII.

Etant donné à mesurer une pièce de terre en forme de Rhombe ou Rhomboïde, trouver sa superficie.

Il faut mener sur l'un des côtés une perpendiculaire jusqu'à l'autre côté qui lui est opposé; puis mesurant ce côté et la perpendiculaire, et multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la pièce de terre.



Le côté du Rhombe fait 12, et la perpendiculaire 5; multipliant 12 par 5, il viendra 60 pour la superficie du Rhombe; et si le côté du Rhomboïde était 18, et la perpendiculaire 5 $\frac{1}{2}$, le produit serait 99 pour la superficie du Rhomboïde.

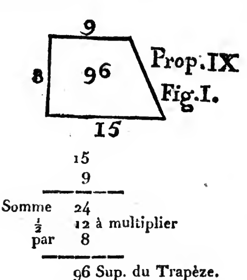
De la mesure du Trapèze.

Proposition IX.

Etant donné à mesurer une pièce d'héritage en forme de Trapèze, trouver sa superficie.

Le Trapèze a deux côtés parallèles et inégaux, qui étant joints ensemble, puis d'iceux prenant la

moitié, cette moitié étant multipliée par la perpendiculaire qui tombe de l'angle obtus sur le plus grand côté parallèle, le produit donne la superficie; mais si le Trapèze est rectangle, alors il n'est pas besoin d'abaisser une perpendiculaire, puisque la ligne qui forme les angles droits, est par conséquent perpendiculaire.



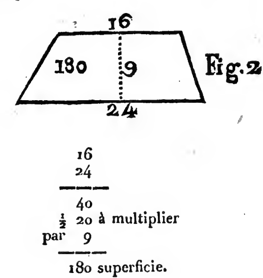
	15
	9
Somme	24
$\frac{1}{2}$	12 à multiplier
par	8
	96 Sup. du Trapèze.

L'un des côtés parallèles soit 15, l'autre 9, celui qui tombe perpendiculairement sur iceux 8; il faut ajouter 15 avec 9, la somme est 24, dont la moitié est 12, qu'il faut multiplier par 8, il viendra 96 au produit pour la superficie du Trapèze, comme ci-dessus.

Autre Exemple.

Si le Trapèze avait deux côtés parallèles, et qu'un des autres ne tombât pas perpendiculairement sur iceux, il faudrait mener une ligne droite perpendiculaire depuis l'un jusqu'à l'autre, puis multiplier la

moitié de leur somme par cette perpendiculaire, on aura la superficie, comme il se voit par la démonstration de la figure suivante, où les deux côtés parallèles sont 16 et 24, et la ligne perpendiculaire 9.



16
24
———
40
½ 20 à multiplier
par 9
———
180 superficie.

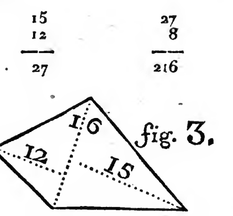
Autre Exemple.

Et si au Trapèze, ou plutôt au Trapézoïde proposé, il n'y avait aucun angle droit ni ligne parallèle, comme à celui représenté ci-après, on le divisera en deux triangles, menant une ligne diagonale, c'est-à-dire, d'un des angles à celui qui lui est opposé, et par conséquent le Trapèze sera divisé en deux triangles, desquels cherchant la superficie selon l'ordre enseigné, et les ajoutant ensemble, on aura la superficie totale du Trapèze dont la figure suit.

Mais on peut trouver la superficie du même Trapèze tout d'un coup, et plus facilement; il faut

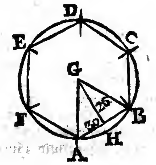
ajouter les deux perpendiculaires 15 et 12, la somme est 27, qu'il faut multiplier par 8 moitié de 16, qui est la diagonale, et le produit sera 216 pour la superficie du même Trapézoïde, comme il se voit par l'opération.

15	27
12	8
27	216



Des Polygones réguliers.

Les Polygones réguliers ou de plusieurs côtés égaux se mesurent en multipliant tout leur circuit par la moitié de la perpendiculaire qui tombe du centre sur le milieu de l'un des côtés, et le milieu donne leur superficie.



30	30
6	13
180	390
13	6
540	2340
180	
2340 toises.	

Soit proposé pour exemple l'Exagone ABCDEF, le centre duquel soit G, et la perpendiculaire qui tombe du point G, sur le milieu de l'une des bases, comme ici AB au point H, cette ligne GH étant trouvée de 26 toises, et chacun côté de 30, tout le circuit aura 180, qui étant multiplié par la moitié de la perpendiculaire qui est 13, le produit donnera toute la superficie de l'Exagone, savoir 2340 toises.

Quelques Géomètres trouvent la superficie par une autre voie, mesurant l'un des triangles à part, comme ici le triangle ABC est trouvé en multipliant la base 30 par la moitié de la perpendiculaire 13, dont le produit est 390, qui étant multiplié par 6, il viendra 2340 toises pour la superficie de l'Exagone, et ainsi de tous les Polygones réguliers, comme il se voit par la figure ci-devant.

Polygones irréguliers.

Les Polygones irréguliers sont ceux qui n'ont aucun angle, ni aucun côté égal, et sont infinis comme les réguliers; ils se mesurent tous en les réduisant en triangles, et prenant la superficie d'un chacun à part; puis faisant l'addition de tous les produits, la somme donne la superficie.

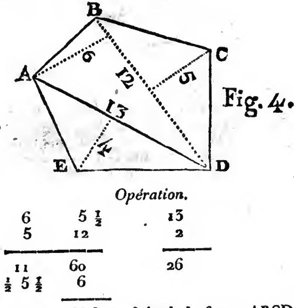
Pour exemple soit proposé le Pentagone ci-après, qui contient trois triangles, un chacun desquels étant mesuré à part; l'addition d'iceux donnera la superficie requise.

Voyez la figure du Pentagone de l'autre part, ensuite de son explication.

Explication de la figure suivante.

Ajoutez les deux perpendiculaires de la figure ABCD, qui sont 6 et 5, il vient 11, dont la moitié est 5 ½ que vous multiplierez par 12, qui est la base commune aux deux triangles de ladite figure, il viendra 66 pour la superficie requise des deux angles.

Ensuite pour avoir la superficie du triangle AED, multipliez 12 qui est la base, par 2 moitié de la perpendiculaire qui est 4, il viendra 26 pour la superficie dudit triangle AED.



Opération.

6	5 ½	13
5	12	2
11	60	26
½ 5 ½	6	

66 Superficie de la figure ABCD.
26 Superficie du Triangle AED.

92 Sup. totale de la figure ABCDE.

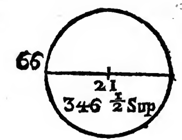
Ainsi des autres Polygones ou figures irrégulières.

De

De la superficie du Cercle.

Proposition X.

Etant donné le diamètre d'un cercle, trouver sa superficie.



Il faut en premier lieu trouver sa circonférence, ce qui se fait par une Règle de Trois, disant :

Si 7 de diamètre donnent 22 de circonférence, (qui est la proportion que l'on prend pour la mesure du cercle,) combien le diamètre donné par exemple 21, selon Archimède ? Faisant la Règle, il viendra au quatrième terme 66 pour la circonférence; puis, pour avoir la superficie, il faut multiplier la circonférence 66 par 21 qui est le diamètre, il viendra 1386, dont il faut prendre le quart, et on aura 346 $\frac{1}{2}$ pour la superficie entière du cercle.

Opération.

Si 7 diamètre 22 circonf. ... 21 diamèt.

```
     21                        circonf. 66
   -----          4            diamèt.  21
     22         462                   -----
     44       ------- ( 66             66
   -----         77                   132
   462 produit.
    66 circonf.    Prod.              1386
                     1/4              346 1/2 su.
```

Autrement.

On peut résoudre cette même proposition par une seule Règle de Trois, disant : Si 14 donnent 11, combien le quarré du diamètre? Faisant la Règle, le quatrième terme donnera la superficie comme ci-dessus.

Opération.

Le diamètre soit 21... son quarré sera donc 441; partant, je dis :

```
Si 14...11...441      967
          11         4851
       -------      ------ ( 346 1/2 pour la superf.
         441         1444
         441          11
       -------
Produit  4851
```

Autrement, multipliez la moitié de la circonférence par le demi-diamètre, le produit donnera la superficie du cercle, comme ci-devant.

Opération.

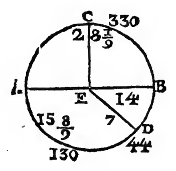
```
          10 1/2
          33
        -------
          330
           16 1/2
        ---------
Produit   346 1/2 pour la superficie dudit cercle;
```

laquelle méthode me semble plus facile que les deux précédentes.

De la mesure des parties du Cercle.

Premièrement du demi-Cercle.

Pour trouver toutes les parties du cercle, je me servirai de la dernière supputation ci-devant expliquée;



tellement que pour trouver la superficie du demi-cercle ABC ci-dessus, il faut multiplier 22, moitié de la circonférence, par 7 moitié du diamètre AB : il viendra 154 superficie entière du cercle, dont la moitié sera 77 toises, perches, etc. pour la superficie du demi-cercle.

Autrement, il faut multiplier 11 moitié de son arc ACB, par 7 moitié du diamètre du cercle, et il viendra 77 au produit, comme ci-dessus.

Pour les opérations arithmétiques, je ne les fais pas; c'est pourquoi on s'attachera exactement à l'explication que je donne pour les faire quand on voudra.

De la mesure du quart de Cercle.

Pour trouver la superficie du quart du cercle ACE, il faut prendre le quart de 154, qui est la

superficie entière du cercle, et il viendra 38 $\frac{1}{2}$ toises pour le quart dudit cercle; autrement, il faut multiplier 5 $\frac{1}{2}$ moitié de son arc, par 7 moitié du diamètre CE, le produit sera 38 $\frac{1}{2}$, comme ci-dessus.

De la superficie du grand Secteur du Cercle.

Pour trouver la superficie du grand Secteur ACBDE, il faut multiplier la moitié de l'arc dudit cercle ACBD, que nous posons ici de 28 $\frac{2}{9}$, dont la moitié est 14 $\frac{1}{18}$, par le demi-diamètre qui est 7; il viendra 98 $\frac{7}{18}$ pour la superficie requise.

De la mesure du petit Secteur du Cercle ci-devant, qui achève le Cercle du grand Secteur.

Soit le petit Secteur AED duquel on veut avoir la superficie; multipliez la moitié de son arc qui est ici 7 $\frac{17}{18}$ par 7, il viendra 55 $\frac{11}{18}$ pour la superficie requise du petit Secteur.

Or, puisque le cercle a été coupé à l'aventure en deux parties inégales, il faut nécessairement que les parties étant jointes produisent le total. Ainsi, faisant addition des deux produits, savoir du grand et du petit Secteur, la somme d'iceux doit donner la superficie du cercle entier qui a été trouvée de 154, autrement il y aurait erreur.

Addition du grand et du petit Secteur.

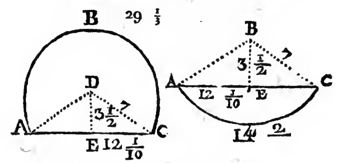
Superficie du grand Secteur ACBDE	98 $\frac{7}{18}$
Superficie du petit Secteur AED	55 $\frac{11}{18}$
Superficie du cercle de	154

De la mesure de la grande et petite portion du Cercle.

Etant donné à mesurer une grande portion de cercle, trouver sa superficie.

Pour trouver la superficie d'une grande portion de cercle, il faut trouver le centre par la Géométrie qui est ici D, duquel point soient tirées deux lignes AD et DC qui seront deux demi-diamètres, lesquels on a trouvé être de 7 toises, et la ligne AC base du triangle ADC de 12 $\frac{1}{10}$, la perpendiculaire DE de 3 $\frac{1}{2}$. Pour avoir la superficie du Secteur ABCD, il faut multiplier tout l'arc ABC, qui est 29 $\frac{1}{3}$, par 7 diamètre de DC, il viendra 205 $\frac{1}{3}$, dont la moitié sera 102 $\frac{2}{3}$ pour le Secteur, auquel il faut ajouter la superficie du triangle isocèle ABC, laquelle sera trouvée être de 21 $\frac{7}{40}$ ou $\frac{1}{8}$, à peu près, et l'addition donnera 123 $\frac{101}{120}$ toises ou autre mesure pour la superficie de la grande portion ABCE.

Grande et petite portion du Cercle.



Il faut remarquer que pour faire l'opération, j'ai pris l'arc entier, au lieu que ci-devant je n'en prenais que la moitié, afin d'éviter les grandes fractions.

De la mesure de la petite portion du Cercle A D C.

La superficie de toute portion de cercle se trouvera en cherchant le centre d'icelle par la Géometrie, comme il a déjà été dit, lequel se trouve ici en B, duquel point B on tirera les deux demi-diamètres BC et BA, qui formeront un triangle isocèle, duquel la base sera AC 12 $\frac{1}{10}$, et la perpendiculaire sera BE de 3 $\frac{1}{2}$.

Or, pour avoir la superficie BADC, il faut multiplier 7 petit diamètre BC, par tout l'arc qui est 14 $\frac{2}{3}$, il viendra 102 $\frac{1}{3}$, dont la moitié est 51 $\frac{1}{3}$ pour la superficie du Secteur ABCD, dont il faut ôter la superficie du triangle isocèle qui est 21 $\frac{1}{40}$, il restera 30 $\frac{10}{120}$ pour la superficie requise de la petite portion ADC.

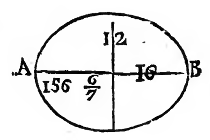
Que si l'opération est bien faite, les parties seront égales à leur tout. Ainsi, ajoutant 30 $\frac{19}{120}$ superficie de la petite portion, avec 123 $\frac{101}{120}$ superficie de la grande portion, il viendra justement 154 pour la superficie entière de tout le cercle, qui démontre que les opérations sont bien faites.

De la mesure de l'Ovale.

Proposition XI.

Etant donné une figure en ovale, trouver sa superficie.

Pour mesurer l'ovale et trouver sa superficie, il faut mesurer le grand diamètre et le petit aussi, puis les ayant multipliés l'un par l'autre, poser le produit au troisième terme d'une Règle de Trois, de laquelle le premier sera 14, et le deuxième 11; faisant ensuite la Règle, il viendra au quatrième terme la superficie de l'ovale.



Le plus grand diamètre soit 16 et le petit 12, il faut multiplier 12 par 16, le produit sera 192; cela fait, on dira :

Si 14 donnent 11, qui est la proportion que l'on prend pour la mesure de l'ovale, comb. 192

```
                                                11
 7                                            ----
2112                                           192
---- (150 6/7 pour la superficie              192
1444          de l'ovale ci-dessus.          -----
 11                                          2112 Pr.
```

Ayant trouvé la superficie de l'ovale entière, qui est 150 toises $\frac{6}{7}$, il sera aisé de trouver la superficie de la demi-ovale, en prenant la moitié du produit de l'ovale entière. Si donc on prend la moitié de 150 $\frac{6}{7}$, il viendra 75 $\frac{3}{7}$ pour la demi-ovale; et pour avoir le quart de l'ovale, on prendra le quart du même produit, il viendra 37 $\frac{5}{7}$ pour le quart de l'ovale. Il faut remarquer qu'ayant une place en forme de quart d'ovale à mesurer, il faut prendre les deux demi-diamètres pour diamètres entiers, et opérer comme si c'était l'ovale entière, puis prendre le quart du produit; et toutes les peties parties de triangles mixtes, c'est-à-dire composés d'une ligne droite et d'une courbe, étant séparées, la superficie se trouvera en formant des Trapèzes de distances en distances, selon la commodité des lieux, et prenant la superficie d'un chacun à part; puis ajoutant tous les produits, la somme donnera la superficie requise, quelque difforme et irrégulière que soit la figure, comme celle représentée après le discours suivant.

De la mesure des figures irrégulières, bornées de lignes droites et de courbes.

Proposition XII.

Pour mesurer quelque figure de terre, telle qu'elle soit, il faut considérer qu'on le peut faire par le quarré, quarré-long, triangle et trapèze, parce qu'elle y doit être réduite, soit qu'elle soit enfermée de ligne droite ou de courbe, d'autant que la ligne courbe doit être réduite à la droite insensiblement différente par la multitude des divisions, selon que la nécessité le requiert.

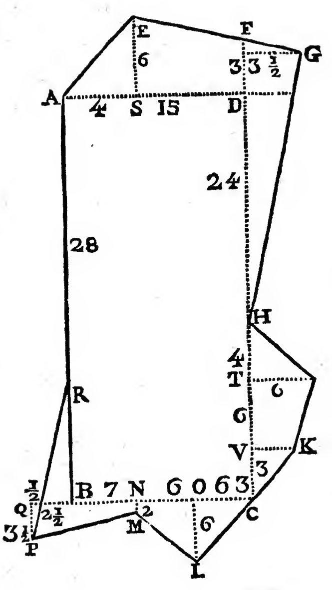
Pour pratiquer telles mesures, il faut premièrement se transporter à l'extrémité d'un des angles du plan ou pièce de terre, et y prendre le plus grand quarré qu'il sera possible, et aux extrémités dudit quarré, il se trouvera des triangles, des trapèzes et portions de cercle. Que s'il s'y rencontre des sinuosités, soit par le contour d'une rivière, d'une éminence, ou quelqu'autre sujet, qui les rendent circulaires et mesurables par les parties du cercle; quand les sinuosités seront peu considérables, on les réduira en lignes droites, coupant les parties saillantes et rentrantes en deux également, le tout par la prudence de celui qui opère. Ayant trouvé la superficie de tous ces triangles et sinuosités avec le plus grand quarré, l'addition d'iceux donnera la superficie requise, comme il se voit dans la figure suivante.

Cela se pratique lorsque la pièce à mesurer est accessible au dedans; mais si elle n'est point accessible au dedans, mais seulement par dehors, on fera un quarré à l'entour de la pièce, avec l'instrument, puis on mesurera ce qui sera enclos entre les côtés d'icelui et la figure. Cela fait, ajoutant toutes les superficies particulières ensemble, et leur somme étant ôtée du quarré total, le reste donnera la superficie de la chose à mesurer. Tout ce qui est dit ci-dessus est démontré à la figure suivante, et encore que le quarré ne soit qu'au dedans, on le doit considérer en dehors, de la même façon.

Pour avoir la superficie du Quarré.

Le côté AB, comme aussi son opposé, contient	37
Le côté AD, comme aussi son opposé, contient	19
	333
	37
Et la superficie du quarré ABCD sera	703
La superficie du triangle AES est	12
La superficie du trapèze ESDF	67 $\frac{1}{2}$
Pour FGH	47 $\frac{1}{4}$
Pour HT triangle	12
Pour TKV trapèze	27
Pour KVC triangle	4 $\frac{1}{2}$
Pour COL triangle	18
Pour LONM trapèze	24
Pour NMQP trapèze	26 $\frac{5}{8}$
Pour QBR triangle	11 $\frac{1}{4}$
Somme	953 $\frac{1}{8}$

pour la superficie de la figure ARQPML, etc. proposée à mesurer, de telle mesure que celle par laquelle on veut que la chose soit mesurée, savoir : si c'est par perches, ce seront 953 $\frac{1}{8}$ perches quarrées; si c'est par toises, ce seront 953 $\frac{1}{8}$ toises quarrées aussi; enfin on donnera la dénomination de la mesure de laquelle on se sert à nombrer, 953 $\frac{1}{8}$; et on observera le même ordre en toutes les autres mesures des figures irrégulières, comme celles ci-après.


E
F
G
6
3
3 $\frac{1}{2}$
A
4
S
15
D
24
28
H
4
T
6
6
V
K
3
R
$\frac{1}{2}$
Q
B 7 N
6 0 6 3
$2\frac{1}{2}$
2
M
6
C
$3\frac{1}{2}$
P
L

R 6

Cela se pratique ainsi, lorsque la figure est de la forme dehors comme dedans, quoiqu'inaccessible, c'est-à-dire, quand on ne peut entrer dans icelle, à cause des fossés ou murailles qui l'entourent; mais si la place n'est accessible que de loin, comme de la portée du mousquet, pour lors on en doit prendre les angles du lieu où l'on est situé, pourvu que l'on apperçoive le pourtour ou chacun côté de ladite pièce, en allant autour d'icelle.

Pratique.

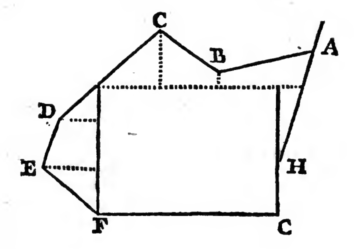
Soit pour exemple une figure supposée inaccessible, de laquelle on veut avoir la mesure; il faut premièrement connaître tous les angles, et tous les côtés. Pour faire cela, plantez votre Instrument vis-à-vis de l'angle A, proposé en la figure ci-après, et que la pinnule fixe ou immobile regarde ledit angle; mouvez l'aliade de votre Instrument, en sorte que par les pinnules d'icelle, votre œil rase la ligne droite imaginée, ou parallèle à la muraille ou fossé qui l'environne, formant l'angle. Remarquez qu'où ladite alidade fera section, en comptant depuis la pinnule immobile de l'Instrument jusqu'à la section formée, vous aurez le total de l'angle demandé. Cela étant ainsi, faites la même opération que ci-devant pour trouver les autres angles opposés, lesquels de l'un à l'autre forment un côté; ainsi faut-il faire de tous les angles qui environnent ladite place, laissant un piquet pour marque que ce premier angle a été mesuré. Transportez-vous ensuite à l'angle son opposé, et faites la même chose que ci-dessus; puis mesurant la distance qu'il y a d'un piquet à l'autre supposé directement vis-à-vis ledit angle mesuré, icelle donnera la valeur des côtés, comme il se voit en la figure suivante ABCDEFGH. Ainsi faut-il opérer au pourtour entier de ladite

place, rapportant ensuite le tout au petit pied, qui représentera la même forme de la place, que l'on divisera au mieux sans perte, soit en triangle, quarré, quarré-long, ou autres figures qui se trouveront le plus à propos, le tout selon ce que j'ai enseigné ci-devant, lorsque j'ai expliqué l'usage du Rapporteur.

La pratique donnera une parfaite intelligence des stations qu'il sera nécessaire de faire pour avoir l'ouverture de certains angles, ne voulant point en faire la description, attendu que cela serait ennuyeux au Lecteur.

Si d'aventure les angles sont rentrans ou en dedans pour lors l'on n'est pas obligé de se comporter comme aux autres, si ce n'est qu'il faut toujours que la pinnule immobile de votre Instrument soit directement vis-à-vis ledit angle rentrant; mais il n'est nécesssaire que d'une station, qui est que lorsque vous êtes bien situé vis-à-vis ledit angle, pour lors il faut tourner ou mouvoir l'alidade, en sorte que par les pinnules d'icelle vous apperceviez la fin du mur, côté ou fossé qui environne ladite pièce; remarquant la section que fera ladite alidade, qui fera, comme j'ai dit ci-devant, la moitié de l'angle demandé, ainsi faut-il faire, sans se bouger, mouvant l'alidade, en sorte que l'on apperçoive aussi l'extrémité de l'autre côté du mur ou fossé qui forme ledit angle, remarquant comme ci-devant la section de ladite alidade, qu'il faut ajouter avec l'autre trouvé, et ce sera directement l'angle requis. Notez que la ligne imaginée n'est plus parallèle ni d'une égale distance, parce qu'elle suit les extrémités des côtés, ce qui cause de l'irrécularité.

Proportion de la Figure ci-devant.



Second Avertissement pour l'Arpenteur.

L'Arpenteur ayant bien compris ce que j'ai expliqué touchant la mesure des pièces de terre régulières et irrégulières, il lui sera facile de trouver toutes les mesures des terres de telle forme qu'elles puissent être, soit d'un bois d'un étang, d'un marais, et autres superficies à mesurer, se comportant toujours à lever le plan, lorsque l'on ne peut entrer dans icelles, à cause de la confusion des arbres, ou autres empêchemens.

S'il était proposé à séparer une pièce de terre en trois parties égales, il faudra premièrement trouver la superficie totale de ladite pièce, que l'on divisera en cesdites trois parties, et par cette division on aura la part de chacun, que l'on prendra sur les extrémités de ladite pièce bornée en dehors du voisin du grand chemin, de la crête du fossé,

muraille ou autre chose semblable; cela étant fait, il est à considérer où finit la part du premier en dedans ladite pièce, mettant à chaque extrémité un piquet, puis tendre un cordeau d'un piquet à l'autre qui montrera que cette portion sera la part du premier. Ensuite il est nécessaire de prendre de cette limite, et en dedans de ladite pièce, la part du second comme ci-devant, observant toujours les bornes et séparations pour éviter confusion; le reste de la pièce sera la part du troisième.

Et pour prouver si les séparations sont bien faites, mesurez chaque portion à part, et ajoutant ensemble toutes les superficies trouvées, la somme des produits doit être égale à la superficie totale de ladite pièce; et ainsi faut-il faire pour séparer des termes à l'infini.

Quand il sera besoin de rapporter pour le plus facile le plan d'une pièce de terre à mesurer, dans laquelle on a la liberté d'entrer et d'aller autour, sans se servir ni du Rapporteur, ni de l'Instrument ci-devant représenté, il faut avoir une sauterelle de bois ou de laiton grande à discrétion, divisée en pouces et lignes, si l'on veut, pour servir d'échelle au besoin, la forme de ladite sauterelle étant en équerre, à la réserve qu'elle tourne autour de son centre, c'est-à-dire, comme une Règle attachée sur une autre Règle, avec un clou rivé dessus et dessous; laquelle s'ouvre tant et si peu que l'on veut pour prendre l'ouverture de toutes sortes d'angles.

Pour s'en servir, si vous voulez rapporter au petit pied quelques pièces, posez votre dite sauterelle sur le bord de l'angle qui l'environne, faisant en sorte que chaque jambe de ladite sauterelle soit parallèle, ou suivant la ligne imaginée sur le terrain qui environne ladite pièce, et puis la laissant ainsi dans son ouverture, portez-la toute ouverte sur le papier, marquez au centre d'icelle un point, et à chaque

jambe un point aussi. Considérez en quel biais ou sens est situé ledit angle, pour puis après suivre la même forme ; de chaque point tirez une ligne, et ces lignes vous donneront l'ouverture de l'angle demandé : on fera le même à tous les angles qui environnent ladite pièce ; puis mesurant la distance d'un angle à l'autre son opposé, ou par pas, pieds, perches ou toises, etc. rapportez le tout au petit pied par le moyen de l'échelle, suivant l'instruction donnée page 363 ; par ce moyen vous aurez sur le papier le plan de la place que vous désirez lever, réduit au petit pied. Pour en trouver la superficie, il faut faire le même que ci-devant.

Je vous dirai en passant, que lorsqu'il arrive et qu'il s'agit de séparer un héritage en plusieurs parties pour plusieurs personnes, il est bien plus à propos d'en lever le plan, et après le séparer également par lignes en tant de parties que l'on voudra. Cela étant fait, bornez la terre suivant votre papier, par ce moyen vous aurez une mesure exacte de ce que vous demandez.

Pour connaître si le plan est bien levé, il faut voir si, selon votre échelle et suivant vos angles, les côtés enclosent justement ladite pièce, suivant sa forme et suivant lesdits angles : si cela est, c'est une marque assurée que le plan est bien levé ; autrement, il faut recommencer, ayant auparavant orienté la place avec une boussole que l'on pose contre l'un des côtés pour en connaître la déclinaison, afin que rapportant le plan sur le papier, on y puisse former l'angle de déclinaison, et le reste du plan sera achevé comme il est dit, et ledit plan sera situé selon les parties du monde.

L'Arpenteur ayant mesuré une pièce de terre exactement, et ayant vu la supputation deux ou trois fois de ce qu'il aura mesuré, pour être plus certain de son mesurage, il faut qu'il délivre à la personne pour

laquelle il a travaillé, un rapport fidelle de sa main, contenant ce qu'il aura trouvé de mesures, suivant la coutume du lieu, dont le modèle suit.

Je soussigné tel, Juré-Arpenteur, demeurant en tel lieu, certifie à tous qu'il appartiendra, que ce tel jour, etc. me suis transporté exprès, à la requête d'un tel, Marchand, Bourgeois de Paris, ou dénommé par justice, sur une pièce de terre située au terroir de Rancy, appartenant audit tel, lieu dit le Noyer Mouchet, tenant d'une part aux terres Ste-Geneviève, d'autre à Guillaume Gautier, aboutissant d'un bout aux terres St-Nicolas, et d'autre bout sur le grand chemin qui conduit dudit Rancy au Bourget, laquelle dite pièce s'est trouvée contenir, suivant la mesure du lieu, 132 perches, valant 5 quartiers et 7 perches, comptant 20 pieds pour perche, et 100 perches pour arpent, qui est la mesure dudit lieu, ce que je vérifierai où besoin sera. Fait et passé au jour et an que ci-dessus, témoin mon seing.

L'Arpenteur doit avoir un Registre, pour écrire dans icelui tous les noms des personnes qui l'auront employé pour mesurer leurs terres, leurs qualités et demeures, jour du mois et an. Cela mis en chef, il décrira au net la longueur et largeur d'une pièce de terre qu'il aura mesurée, les tenans et aboutissans, avec la supputation faite nettement; outre plus il est nécessaire qu'il fasse un rapport de la pièce mesurée, suivant sa forme, le plus exactement qu'il sera possible, dans son dit Registre, autour de laquelle sur chacun côté trouvé, il mettra sa longueur ou largeur en chiffres, et la superficie totale dans le milieu de ladite figure, et la supputation à côté, gardant l'ordre du style qui suit.

D'un tel jour, tel année.

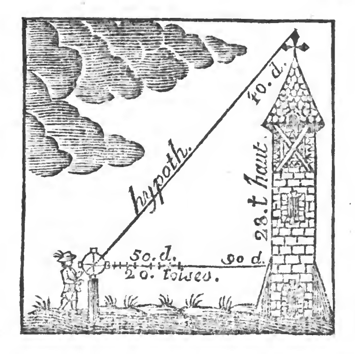
J'ai mesuré, à la requête d'un tel Marchand, Bourgeois à Paris, y demeurant, une pièce de terre située etc. comme ci-devant, ladite pièce contenant 132

perches, qui valent cinq quartiers et sept perches de plus, comme il fera voir en Justice, si le cas arrive. Pour la démonstration de la figure de ladite pièce de terre mesurée, il la fera semblable comme elle est sur le terrain.

Comme j'ai amplement parlé de la mesure des sujets accessibles et inaccessibles qui appartiennent à la Planimétrie et Longimétrie, je traiterai ensuite briévement de l'Altimétrie, qui est pour la mesure des hauteurs, tant accessiblement qu'inaccessiblement.

Soit posé pour exemple une Tour ou Clocher duquel on peut approcher : pour en trouver la hauteur, il faut aller jusqu'au pied, puis reculer en droite ligne jusqu'à ce que vous apperceviez la sommité ou pointe dudit Clocher; la pointe apperçue, posez votre Instrument verticalement et bien perpendiculaire sur l'horizon, en sorte que par le diamètre dudit Instrument qui est parallèle à la ligne-terre, vous voyiez un point à ladite Tour, qui sera à la hauteur de l'œil, et par l'autre pinnule le sommet d'icelle Tour; alors vous aurez l'ouverture de l'angle, et la ligne de la base avec la hauteur de la Tour formeront un Triangle rectangle.

Maintenant pour trouver l'angle du sommet, il faut ajouter les deux angles de la base, et la somme étant soustraite de 180 degrés, le reste sera l'angle du sommet.

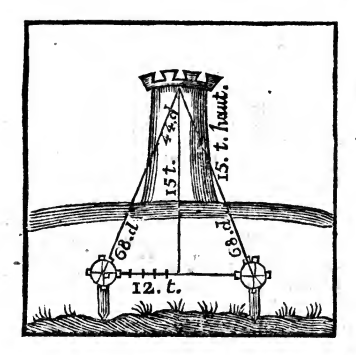


Puis mesurez depuis votre Instrument jusqu'au milieu du Clocher perpendiculairement sous la croix, y ajoutant la hauteur du bâton de votre Instrument, rapportez ensuite le tout au petit pied, sur le papier, tirant une ligne occulte qui fera la base de votre dit triangle, que vous diviserez en autant de parties trouvées sur le terrain, y faisant tomber une perpendiculaire sur icelle tirée à l'infini, qui fera un angle droit; puis à l'autre extrémité de ladite base, formez l'angle trouvé par le moyen du Rapporteur, et tirez sur cedit angle, une ligne à l'infini, qui fera section à l'autre ligne son opposée ou perpendiculaire, qui clorra ledit triangle. Ensuite prenez la longueur de votre dite base avec le compas, et le transportez sur ladite ligne perpendiculaire ; si la ligne est égale à

la base, vous pouvez dire assurément que c'est la même longueur de la base; et ainsi si elle est plus grande ou plus petite, vous en trouverez la valeur sur l'échelle donnée. Et ainsi faut-il faire pour la mesure des hauteurs accessibles, comme il se voit en la figure ci-dessus.

Pour prendre la hauteur des sujets inaccessibles, comme d'une Tour, ou autres choses semblables, pour lors il faut faire deux stations, supposé que le terrain où on est situé soit à niveau du sujet à mesurer, et que l'on apperçoive la sommité.

Soit pour exemple une Tour de laquelle on ne peut approcher : pour en avoir la mesure, il faut situer son Instrument, en sorte que l'on ait la liberté de faire deux stations : en premier lieu, il se faut placer, et observer ce que j'ai dit ci-dessus, et en la place de votre Instrument y mettre un piquet, en remarquant l'ouverture de l'angle; puis reculer à droite ligne, regardant toujours votre piquet et le sujet à mesurer où vous avez terminé votre point. Cela fait, opérez comme ci-devant, observant toujours l'angle; puis mesurez la distance entre les deux stations qui composent un triangle de la façon (comme j'ai décrit ci-devant), à laquelle ajoutez deux fois la hauteur du bâton; par ce moyen vous aurez une entière intelligence de la hauteur du sujet, comme aussi de la largeur d'une Rivière, et de la distance d'un Village à un autre, et même pour lever le plan des Places, supposé le sujet de niveau à l'horizon où on est situé; mais s'il ne l'est pas, il faut considérer à-peu-près l'élévation où l'on est, et l'ajouter avec la hauteur trouvée pour rendre le tout égal; et si l'on est situé plus bas, il faut ôter la différence de la hauteur trouvée. Ce qui est dit ci-dessus se voit par la démonstration de la figure suivante.



J'ai enseigné, page 375, comme il faut trouver la superficie totale d'une figure, de laquelle les côtés sont connus, savoir, longueur et largeur, et dont la mesure a été faite par perches et pieds; reste maintenant, auparavant de commencer le Traité du Toisé, de faire voir que la longueur et largeur de quelque figure que ce soit étant connues, si on les multiplie l'une par l'autre, le produit donnera une superficie quarrée, soit par perches, pieds, etc. à l'égard de l'Arpentage; ou par toises, pieds, pouces, etc. à l'égard du Toisé; et si cette superficie est multipliée par une hauteur ou profondeur, le produit donnera le solide de la chose à mesurer ou toiser, soit par toises, par pieds, pouces ou autres mesures, comme il se voit par la question suivante.

Etant donné la longueur, épaisseur et hauteur d'un mur, trouver le solide de la maçonnerie.

Par exemple, un mur a 56 toises 4 pieds 6 pouces de longueur, et 3 pieds 4 pouces d'épaisseur, la hauteur de 3 toises 5 pieds; on demande combien ledit mur contient de toises solides.

Multipliez premièrement les 56 toises 4 pieds 6 pouces de longueur par les 3 pieds 4 pouces de l'épaisseur.

Opération.

	56 toises	4 pieds	6 pouces de longueur
par		3 pieds	4 pouces d'épaisseur.
$\frac{1}{2}$	28	2	3 pour 3 pieds.
$\frac{1}{9}$ de $\frac{1}{2}$	3	0	11 pour 4 pouces.
Produit	31	3 pieds	2 pouces pour la superficie.

Après avoir trouvé la superficie de la base du mur, il la faut multiplier par la hauteur, savoir, par 3 toises 5 pieds; ainsi qu'il se voit ci-après.

Opération.

	31 toises	3 pieds	2 pouces.....	superficie.
par	3 toises	5 pieds		hauteur.
	94	3	6	
	15	4	7	
	10	3	0	8 lignes.
Prod.	120 toises	5 pieds	1 pouce	8 lignes.

Ou 120 toises $\frac{181}{216}$ pour le solide du mur proposé, lesquelles fractions de la toise se doivent prendre à raison du solide.

Or, la toise solide contient 216 pieds cubes.

Le pied 1728 pouces; le pouce 1728 lignes.

Tellement qu'ayant égard à la division ci-dessus de la toise selon ses parties, on connaîtra la valeur de la fraction égale à 185 pieds cubes.

Mais pour opérer plus sûrement, il faut réduire la longueur 56 toises 4 pieds 6 pouces en pouces, il viendra 4086 pouces; il faut réduire l'épaisseur 3 pieds 4 pouces en pouces, il viendra 40 pouces; il faut de même réduire la hauteur 3 toises 5 pieds en pouces, il viendra 276 pouces.

Il faut multiplier 4086 par 40; on aura au produit 163440 pouces quarrés, lesquels on multipliera par 276, il viendra au produit 45109440 pouces cubes.

Pour réduire 45109440 pouces cubes en toises cubes, il faut premièrement les réduire en pieds cubes, en les divisant par 1728 pouces, valeur des pouces du pied cube, il viendra au quotient 26105 pieds cubes sans reste.

Enfin il faut diviser 26105 par 216 pieds, valeur de la toise cube, on aura au quotient 120 toises cubes, il reste 185 pieds cubes; ce qui se pratiquera de même pour toutes les opérations de cette espèce.

Quant au toisé des bâtimens, on ne considère point l'épaisseur du mur, mais seulement la surface.



TRAITÉ
DE
LA MESURE DES SOLIDES ET DU TOISÉ.

DÉFINITION.

1. Solide est un corps, c'est-à-dire, une figure qui a longueur, largeur et profondeur.

2. De ces solides, celui-là s'appelle cube, qui est compris de 6 quarrés égaux.

3. Parallélipipède est un solide compris de six figures parallélogrammes, desquels parallélogrammes les opposés sont semblables et égaux entr'eux, et si les angles de chacun de ces parallélogrammes sont droits, le parallélipipède s'appellera parallélipipède rectangle.

4. Prisme est une figure solide, ayant deux bases égales, semblables et parallèles, et d'autant de parallélogrammes qu'il y a de côtés en ces figures.

5. Colonne ronde ou cylindre est une figure solide, ayant deux bases circulaires et parallèles.

6. Pyramide est une figure solide, ayant pour base

base une figure rectiligne, et d'autant de triangles qu'il y a de côtés à la même figure, ayant leurs sommets en un même point.

7. Cône est une figure solide, ayant pour base un cercle, et pour sommet un point pris en l'air.

8. Sphère est une figure solide d'une seule superficie appelée sphérique, au-dedans de laquelle il y a un point, duquel toutes les lignes droites qui tendent à cette superficie sont égales entr'elles, et ce point est appelé centre de la Sphère.

9. Le diamètre de la Sphère est une ligne droite passant par le centre, terminée de part et d'autre à la circonférence d'icelle.

Maxime.

1. Tout solide est mesuré par un cube ayant un chacun de ses côtés égal à la mesure de laquelle on voudra se servir; par exemple, si c'est par la toise cube, ce sera une toise cube, qui vaut 216 pieds cubiques, etc.

2. Le contenu de quelque solide que ce soit, est trouvé en multipliant la hauteur d'icelui par la superficie de sa base.

Propositions I et II.

Etant donné un cube, trouver sa solidité, c'est-à-dire combien il contient de toises cubes, et parties de toise, s'il en a.

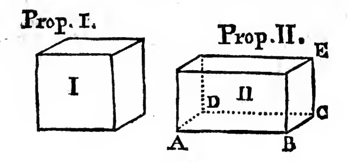
Règle.

Il faut mesurer l'un des côtés, et le multiplier deux fois par soi-même; le dernier produit sera la solidité requise.

Exemple.

Le côté mesuré soit 4 toises et 2 pieds; le multipliant par soi-même, il vient 18 toises 4 pieds

8 pouces pour la base du cube. Cela fait, multipliant cette base par la hauteur, qui est le côté mesuré, on aura 81 toises 2 pieds 2 pouces 8 lignes.



Opération.

		4 toises	2 pieds	à multiplier	
	par	4	2 pieds.		
		17 toises	2 pieds.		
		1	2 pieds	8 pouces.	
Sup. de la base		18 toises	4 pieds	8 pouces	à mult.
	par	4	2 pieds.		
		75 toises	o pieds	8 pouces.	
		6	1	6	8 lignes. *
Solide		81 toises	2 pieds	2 pouc.	8 lignes. *

Cette Règle étant faite selon la méthode de la page 406, donnera 81 toises 80 pieds cubes.

Etant donné un Parallélipipède avec la grandeur de ses côtés, trouver le contenu de la solidité.

Règle.

Il faut supposer une des faces du Parallélipipède être la base du même, de laquelle il faut trouver la superficie, ainsi qu'il a été enseigné ci-devant.

Cela fait, on mesurera sa hauteur, qui est la perpendiculaire qui tombe d'un des angles de la base d'en haut sur le plan de la base du bas, ou sur un plan qui soit continu; et multipliant la superficie de la base par cette hauteur, on aura la solidité.

Exemple.

Il y a deux cas : ou le Parallélipipède sera rectangle, ou ambligone.

S'il est rectangle, et que la base soit ABCD, de laquelle le côté AB soit 12 toises, le côté BC 8; multipliant l'un par l'autre, on aura la superficie de la même base, qui sera 96. Cela fait, on mesurera la hauteur EC, qui est, par exemple, 7 toises; puis on multipliera 96 par 7, et on aura la solidité.

	12	toises à multiplier
par	8	
base	96	toises à multiplier
par	7	
Solide	672	toises.

Si le Parallélipipède n'est point rectangle, on mettra la superficie de la base comme celle du Rhombe; et pour trouver sa hauteur, on abaissera une perpendiculaire du point E sur la superficie, sur laquelle la base est appuyée, et la longueur de cette perpendiculaire sera la hauteur par laquelle on multipliera la superficie de la base, et le produit sera le solide.

Propositions III et IV.

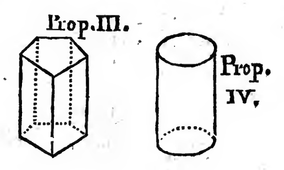
Etant donné un Prisme, trouver son solide.

Règle.

Il faut mesurer la superficie de la base, comme

aussi prendre la hauteur ; et multipliant la base par cette hauteur, on aura le solide.

Supposé que le Prisme ait les bases exagones, et que la superficie d'une d'icelles soit de 13 toises, la hauteur de 6 toises ; on multipliera 13 par 6, et il viendra 78 pour la solidité du Prisme.



On fera de même de tout Prisme, quelque base qu'il ait.

Etant donné un Cylindre, chercher sa solidité.

Règle.

Il faut premièrement mesurer la superficie de sa base, et pour le faire, il faut mesurer le diamètre de sa base, afin que par icelui diamètre on trouve la superficie du cercle qui lui sert de base; ensuite on mesurera la hauteur du même Cylindre par le moyen ci-devant dit; et multipliant la superficie de la base par cette hauteur, on aura le solide.

Exemple.

Le diamètre de la base soit quatre toises ; on cherchera, par les Règles enseignées au Traité de l'Arpentage, quelle est la superficie du cercle, disant :

4	Si 14... 11... 16		88
4	11		176 — (12 4/7
16	16		144
	16		4
	176		

Il vient pour la superficie de la base 12 $\frac{4}{7}$; puis multipliant cette superficie de la base par la hauteur estimée cinq toises.

12 $\frac{4}{7}$
5

Il vient 62 $\frac{6}{7}$ toises pour la solidité du Cylindre ou colonne.

Propositions V et VI.

Etant donné une Pyramide à mesurer, trouver son solide.

Il faut noter que la Pyramide est la troisième partie du Prisme, ayant même base et même hauteur.

Donc pour trouver la solidité de la Pyramide,

Prop. V. Prop VI.

Règle.

il faut mesurer sa base; et la multipliant par la

troisième partie de sa hauteur, on aura la solidité de la même Pyramide.

Exemple.

La base de la Pyramide soit 25 toises, la hauteur 8; pour avoir sa solidité, on multipliera 25 par le tiers de 8 toises, savoir 2 toises 4 pieds.

25 toises à multiplier.
par 2 toises 4 pieds.

50 toises.
16 4 pieds.

℞. 66 toises 4 pieds pour le solide de la Pyramide. *Voyez la page* 406.

Etant donné un Cône à mesurer, trouver sa solidité.

Tout Cône est la troisième partie du Cylindre, ayant même base et même hauteur.

Tellement qu'il faut mesurer la base du Cône, comme aussi sa hauteur, et multiplier la base par la troisième partie de la même hauteur.

Supposé que la base du Cône soit 16, sa hauteur 4; on multipliera 16 par la troisième partie de 4, qui est une toise et deux pieds.

16 toises
1 toise 2 pieds.

16 toises
5 2 pieds.

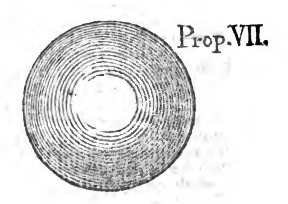
21 toises 2 pieds.
Voyez la page 406.

Il vient au produit 21 toises 2 pieds pour le solide du Cône proposé.

Mais pour avoir la superficie du Cône, il faut multiplier toute la circonférence de sa base par la hauteur penchante; le produit donne la vraie superficie du Cône.

Proposition VII.

Etant donné le diamètre d'une Sphère, trouver sa solidité.



Règle.

Il faut en premier lieu trouver la superficie du cercle qui a pour diamètre celui de la Sphère ; cela fait, on prendra quatre fois la superficie de ce cercle, et quatre fois la superficie de ce cercle est la superficie convexe de la Sphère : or, la solidité de la Sphère est trouvée en multipliant la troisième partie de la superficie convexe par le demi-diamètre de la même Sphère ; c'est pourquoi on trouvera premièrement la superficie convexe.

Exemple.

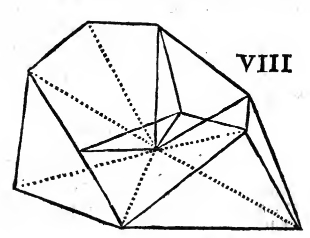
Le diamètre de la Sphère soit 7 : le cercle qui a pour diamètre 7, a de superficie $38\frac{1}{2}$; lequel pris quatre fois, il vient 154 pour la superficie convexe de la Sphère, de laquelle tierce partie est $51\frac{1}{3}$; lesquels étant multipliés par la moitié du diamètre, savoir $3\frac{1}{2}$, il vient $179\frac{2}{3}$ pour la solidité.

7	Si 14 11	49 ℞. 38 $\frac{1}{2}$
7		
49	+ 51 $\frac{1}{3}$	par 4
	par 3 $\frac{1}{2}$	154
	154	le $\frac{1}{3}$. . . 51 $\frac{1}{3}$ +
	25 $\frac{1}{2}$	
	$\frac{1}{6}$	
	179 $\frac{2}{3}$ pour la solidité.	

On fera la Règle comme il vient d'être enseigné, et on trouvera ce que l'on cherche.

Après avoir expliqué le moyen de trouver le solide des figures précédentes qui servent à mesurer les autres, nous dirons que si c'est une figure irrégulière, il faut concevoir qu'elle soit divisée en autant de Pyramides comme elle a de faces ; et mesurant chacune de ces Pyramides à part, leur solide étant joint ensemble donnera le solide du tout.

On peut autrement, si la chose est tellement irré-



gulière que l'on n'y puisse former de Pyramides, à cause que les faces ne sont pas de superficie plate,

et qu'il y aura une infinité de côtés; cela se fera par le moyen d'un vase plein d'eau, et d'une mesure faite en forme de cube, d'autant que si on emplit ce vase premier tout-à-fait d'eau, que l'on y plonge la chose à mesurer, de nécessité il en sortira de l'eau autant en volume que la grandeur de la chose qui aura été plongée; et mesurant cette eau par le moyen de ce cube déjà dit, on trouvera combien de cubes la chose à mesurer contient.

Maintenant il s'agit du Toisé, on fera comme il suit.

Le Toisé se prend en deux façons, ou bien pour une toise en superficie, ou pour une toise solide. Pour une toise solide, quand on ne spécifie point l'épaisseur des ouvrages que l'on marchande, par exemple d'un rempart, ou autre chose semblable, alors il faut mesurer la longueur et la hauteur; puis multipliant la longueur par la largeur, si le produit est multiplié par la hauteur, il donnera la solidité du rempart.

La même chose est d'un fossé, d'autant qu'en multipliant la longueur par la largeur, et le produit étant mutiplié par la profondeur, donnera le vide total du fossé, supposé qu'il soit égal par-tout.

Quant aux fossés qui ont talus, il faut ajouter la largeur de la base, et la largeur haute, et en prendre la moyenne proportion, qui étant multipliée par la longueur du fossé, le produit donne une superficie moyenne entre la haute et la base, qui étant multipliée par la perpendiculaire, le produit donne le solide ou le vide du fossé requis. Il en arrivera ainsi des turcies ou levées des canaux ou rivières.

Le même arrive au Toisé des quatre gros murs d'un bâtiment, d'autant que mesurant hors œuvre, il se trouve davantage hors œuvre qu'au dedans œuvre; c'est pourquoi ajoutant le dedans mesuré avec le dehors mesuré aussi, on aura un nombre

duquel la moitié s'appelle pourtour, lequel pourtour est multiplié simplement par la hauteur, pour avoir le contenu du mur, quand au marché on a arêté l'épaisseur du mur.

Le même arrive au Toisé d'un puits, dont l'explication se verra tant de figure ronde qu'en ovale, vers la fin des questions.

Le même arrivera dans le Toisé de la maçonnerie d'un Colombier rond, parce que trouvant le pourtour, et opérant de même, on aura ce que contient le mur du Colombier.

Pour mesurer les lambris, comme serait celui d'un Pavillon auquel il y aurait un plafond, il faut mesurer la hauteur penchante du lambris, puis les deux côtés du même qui sont en haut et en bas, et ajouter ces deux longueurs-là ensemble, et de la somme en prendre la moitié, qui étant multipliée par la hauteur, donnera le nombre des toises que contient le lambris.

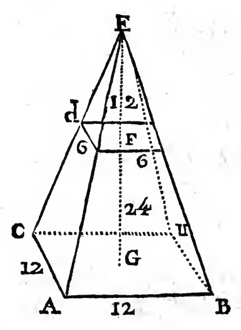
Cette mesure est de même que celle du Trapèze; ainsi qu'il a été enseigné.

Pour mesurer les voûtes, il faut mesurer la circonférence d'icelles par le moyen d'une ligne, ou autrement, de laquelle il faut prendre le tiers, et l'ajouter à la même circonférence, et cette somme étant multipliée par la longueur de la voûte, donnera le contenu d'icelle : cela s'entend des voûtes circulaires.

Pour les ornemens qui se font aux bâtimens, soit d'Architecture ou de Sculpture, comme aux cheminées, aux corniches qui sont aux entablemens, etc., cela se mesure par estime.

De la mesure des Cônes, et Pyramides rescindées, tronquées et coupées.

Pour trouver la mesure de toutes Pyramides coupées, il faut achever ces Pyramides, et trouver



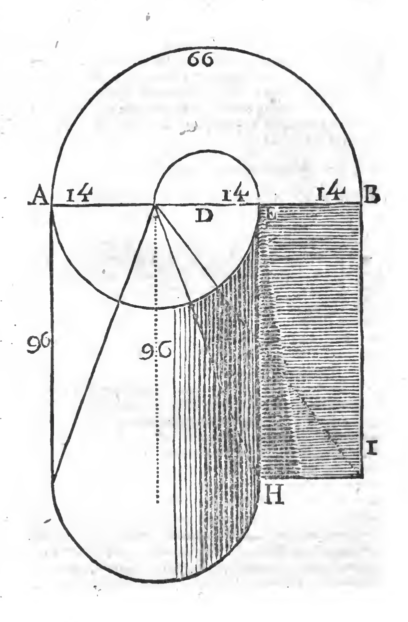
la superficie de leur base, qu'il faut multiplier par le tiers de leur perpendiculaire, comme il a été dit page 413. Mais pour trouver la petite Pyramide imaginée, il faut trouver la superficie du plan de la section de la Pyramide tronquée, et la multiplier par le tiers de sa perpendiculaire, et le produit étant soustrait du premier produit, le reste sera le solide de la Pyramide coupée ou tronquée. Par exemple, soit proposé la Pyramide tronquée ci-devant ABCD, tronquée en D, et continuée jusqu'au

point du sommet E, la base ABCH a pour ses côtés 12 pieds, la superficie d'icelle sera 144, et la perpendiculaire GE est trouvée de 36 : si on multiplie 144 par le tiers de la perpendiculaire, qui sera 12, il viendra 1728 pour le solide de toute la Pyramide supposée entière, duquel solide il faut ôter la petite Pyramide DEF qui a pour chaque côté de sa base 6, sa superficie sera 36, lesquels étant multipliés par le tiers de la perpendiculaire, que l'on pose ici être 12, dont le tiers est 4, le produit donnera 144, qu'il faut soustraire de 1728, qui était le total d'une Pyramide entière, et il restera 1584 pieds solides pour le solide requis de la Pyramide tronquée.

De la mesure de la Spirale.

Pour trouver la superficie d'un espace spiral, il faut multiplier chaque demi-cercle à part, comme dans cet exemple, où la spirale a trois révolutions, c'est-à-dire trois demi-cercles. Il faut premièrement poser que le diamètre du premier demi-cercle ait 14, celui du grand aura 28, et celui du troisième aura 42, duquel la demi-circonférence aura 66 : si on multiplie la moitié du diamètre 21 par la moitié de la demi-circonférence 33, le produit donnera la superficie du plus grand et du plus petit demi-cercle, qui sera 693; reste encore à trouver le moyen demi-cercle, qui a pour diamètre 28 et 44 de demi-circonférence; multipliant donc 14 par 22, on aura pour superficie 308, qu'il faut ajouter à 693, il viendra 1001 pour toute la superficie requise.

Que si c'était la superficie haute d'un Prisme, comme il se voit ici, et qu'il fût question d'avoir le contenu solide d'icelui, il faudrait multiplier cette superficie ainsi trouvée, par la hauteur AG


66
A
14
14
14
B
D
E
96
96
I
H

96, le produit donnerait 96096 pour le solide du Prisme.

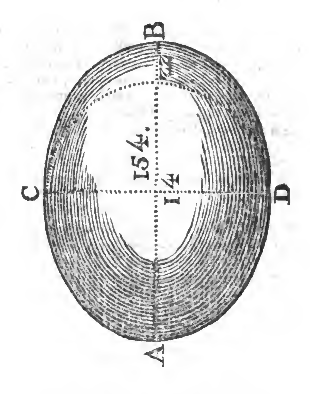
Maintenant s'il était requis de trouver le solide d'une Pyramide dont la base fût égale à celle du Prisme, et que sa hauteur perpendiculaire lui fût aussi égale, savoir de 96, alors il faudrait multiplier toute la base 1001 par le tiers de 96, qui font 32, et il viendrait 32032 pour le solide de la Pyramide GCHI.

Trouver la superficie convexe d'un Sphéroïde, ou figure en forme d'œuf.

Elle se trouve en multipliant tout le long du diamètre AB par toute la circonférence du diamètre CD, qui est ici 44; multipliant donc 44 par AB 22, le produit donne 968 pour la superficie du Sphéroïde donné.

Mais pour avoir la solidité, il faut multiplier la superficie du petit cercle, qui est ici 154, par les $\frac{2}{3}$ du grand diamètre 22, qui est 14 $\frac{2}{3}$, il viendra le solide requis, à savoir 2258 $\frac{2}{3}$.

Ou bien multipliant la même superficie 154 par $\frac{1}{6}$ du grand diamètre, qui est 3 $\frac{2}{3}$, le produit donnera 564 $\frac{2}{3}$, lesquels il faut multiplier par 4; il viendra au produit la même solidité 2258 $\frac{2}{3}$; ce qu'il fallait démontrer par la figure suivante.



De la mesure des Vaisseaux.

S'il était proposé de mesurer un muid, ou autre vaisseau de telle grandeur que l'on voudra; pour en avoir le contenu, il faut premièrement en avoir un échantillon cubique, contenant un pot ou une pinte, selon la mesure du Pays, puis mesurer le diamètre de l'un des bouts du tonneau par la hauteur de l'échantillon, comme aussi celui du bondon, qui est toujours plus grand, à cause que les douves sont gouges; cela fait, il faut trouver la superficie du cercle du bout du tonneau et celle du diamètre

du bondon, ce qui se fera par la proportion de 7 à 22, comme il a été enseigné en la superficie du cercle; puis ayant ajouté ces deux superficies, on en prendra la moitié, que l'on multipliera par la longueur du tonneau mesuré, par ledit échantillon, et le produit donnera la quantité des pots, pintes, ou de telle autre mesure que l'on voudra, que contient ledit vaisseau selon l'échantillon donné.

Que s'il se rencontre quelque vaisseau qui ait un des cercles de l'un des bouts plus grand que l'autre; alors il se trouvera trois cercles dont les superficies seront différentes, qu'il faudra ajouter, puis diviser leurs sommes par les différences, qui sont trois, et le quotient étant multiplié par la longueur du vaisseau, le produit donnera le contenu requis.

Il est à remarquer que l'on peut trouver le contenu de tous vaisseaux, de quelque forme qu'ils soient, ayant entendu les mesures des corps solides ci-devant enseignées; car il y a même raison à trouver le vide d'un vaisseau que le solide d'un corps qui lui est semblable.

Du Toisé du Bois.

Le bois se compte au cent de pièces; or, la pièce de bois est celle qui ayant une toise de long, a 72 pouces quarrés de grosseur, ou bien deux toises de long, et 36 pouces de grosseur.

Néanmoins, parce qu'on ne fait guère de pièces de bois de 6 pouces de large, et 6 pouces de haut, et que communément on les fait de 5 à 7, quoiqu'elles ne fassent que 35 pouces, on ne laisse pas de prendre 35 comme si c'était 6 sur 6 : or, voulant trouver combien de pièces de bois de 3 pouces sur 4 sont contenues en 58 chevrons ayant chacun 15 pieds de longueur, on multipliera 58 par 2 toises 3 pieds, il viendra 145 toises; et parce que le bois

est de 3 pouces sur 4, qui fait 12 pouces, il faut faire une Règle de Trois, disant : Si 72 donnent 12, combien 145; faisant la Règle, il viendra au quotient de la division 24 pièces, et $\frac{1}{6}$ d'une pièce.

Autre Exemple.

Une poutre a de long 18 pieds, et de grosseur 15 pouces sur 14; on demande combien elle contient de pièces.

Il faut multiplier les 15 pouces par les 14, il vient 210 pour la grosseur; cela fait, il faut dire par Règle comme à la précédente.

Si 72.... 210.... 3.

Faisant la Règle, il viendra au quotient 8 pièces $\frac{3}{4}$, d'où il suit le calcul suivant.

6 Chevrons, chacun de 3 sur 4 pouces de gros sur 6 pieds de long, valent 1 pièce.

3 Chevrons de 3 à 4 pouces de gros sur 12 pieds de long, valent 1 pièce.

3 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros sur 6 pieds de long, valent 1 pièce

2 Poteaux de 4 à 6 pouces de gros sur 9 pieds de long, valent 1 pièce.

1 Poteau de 8 à 9 pouces de gros sur 6 pieds de long, vaut 1 pièce.

1 Pièce de bois de 12 sur 12 pouces de gros, ou de 18 sur 8, ou de 16 sur 9, etc. sur 4 toises de long, vaut 8 pièces.

1 Pièce de 24 pouces sur 9 de gros, ou d'un pied et demi sur 1 pied de gros, de 4 toises de long, vaut 12 pièces.

On pourra encore trouver les pieds cubes d'une pièce de bois, soit chevron ou poutre, sans avoir égard à la pièce comme ci-devant, en ajoutant les deux superficies des deux bouts, et prenant la moitié d'icelle qu'il faut multiplier par la longueur, soit du

chevron ou de la poutre, ou telle autre pièce que l'on voudra, le produit donnera le contenu solide d'icelle.

Mais il faut remarquer que les superficies du bout étant des pouces, il faut multiplier leur moitié par toute la longueur réduite aussi en pouces; puis divisant leur produit par le nombre des pouces du pied cube, qui sont 1728, le quotient donnera le nombre des pieds cubes contenus dans la pièce de bois.

Du Toisé des Couvertures.

Pour toiser une couverture, si elle est quarrée, on la mesurera tout ainsi qu'un quarré-long, savoir, prenant la hauteur et la longueur, et multipliant l'un par l'autre, on aura ce que l'on cherche.

Si c'est celle d'un Pavillon, on la mesurera tout ainsi qu'il a été dit ci-dessus de celle d'un lambris.

Enfin, si c'est celle d'un Dôme, on la mesurera comme on a fait la superficie convexe de la Sphère.

Mais si c'est une couverture en forme de Cône ou Pyramide ronde, il sera aisé de trouver sa superficie; car ayant mesuré la circonférence de sa base, la moitié d'icelle sera multipliée par la hauteur penchante, savoir, depuis le sommet jusqu'à la circonférence, et le produit donnera la superficie de la Pyramide; car si l'on conçoit que la base de la Pyramide est une partie de la circonférence d'un cercle, et que la cime du Cône ou Pyramide soit le centre dudit cercle, il s'ensuit que cette hauteur est le demi-diamètre dudit cercle, et partant si on multiplie la moitié de l'arc qui est la base, par cette hauteur, qui est son demi-diamètre, on aura la superficie convexe de la Pyramide, selon la démonstration des parties du cercle ci-devant, page 587 de l'Arpentage.

Ainsi on peut trouver les superficies de tous les corps solides : par exemple, voulant trouver la superficie de la terre, la circonférence de laquelle a 360 degrés, chaque degré 15 lieues d'Allemagne, et 25 de France; et selon quelques-uns 30 petites; posons qu'elle en ait 30 de France, on les multipliera par les 360 degrés, il viendra 10800 pour la circonférence. Et par la Règle de proportion, si 22 donnent 7, combien 10800, il viendra 3436 $\frac{4}{11}$ pour le diamètre terrestre; et pour avoir la superficie du plus grand cercle, il faut multiplier la moitié de la circonférence par le demi-diamètre, et on aura la superficie du plus grand cercle; mais si on veut la superficie convexe, il faut multiplier toute la circonférence par tout le diamètre, le produit donnera le requis pour la convexité de toute la terre.

Fin du Traité du Toisé.

TRAITÉ D'ALGÈBRE,

OU LES QUATRE OPÉRATIONS DE L'ARITHMÉTIQUE, AJOUTER, SOUSTRAIRE, MULTIPLIER ET DIVISER,

Sur des Grandeurs marquées avec des Lettres de l'Alphabet.

CHAPITRE PREMIER.

L'Arithmétique avec des Lettres, est ce qu'on appelle l'Algèbre; elle s'applique aux grandeurs positives et négatives. Ce que c'est que ces Grandeurs.

On peut marquer des Grandeurs avec d'autres signes, qu'avec des chiffres, savoir, avec les Lettres de l'Alphabet. Il faut donc voir comment on peut faire les quatre opérations de l'Arithmétique, en se servant de Lettres. Il dépend des hommes d'établir,

pour signe d'une chose, tout caractère qu'ils voudront choisir. Celui-ci 7 signifie sept, parce qu'on est convenu qu'il signifierait 7 ; ce qu'on aurait pu marquer par tout autre caractère. J'apperçois donc que l'on peut marquer les opérations de l'Arithmétique de la manière qu'on le voudra.

On a établi que ce signe +, qui est une ligne coupée par une autre ligne, signifierait *plus ;* et qu'une simple ligne couchée comme celle-ci —, signifierait *moins.* Ajouter une grandeur à une autre, c'est prendre l'une avec l'autre, ou dire *l'une plus l'autre.* Ainsi on est convenu que pour ajouter ensemble deux Grandeurs marquées avec des lettres, on joindrait avec ce signe + qui signifie *plus*, les lettres qui marquent ces grandeurs. Que par exemple, pour ajouter la Grandeur a avec la Grandeur b, on écrirait $a + b$, c'est-à-dire *a plus b.*

Soustraire une Grandeur d'une autre, c'est prendre celle-ci *moins* la première. Quand on dit *six pieds moins quatre pieds*, on dit qu'on a soustrait quatre pieds de six pieds. Il n'est donc question, pour marquer la soustraction d'une Grandeur marquée par lettres, d'une autre Grandeur aussi marquée par lettres, que de joindre leurs lettres avec ce signe — qui signifie *moins.* Si la première est a, dont on veut retrancher b, en écrivant $a - b$, on marque qu'on a retranché b de a, car cela veut dire *a moins b.*

Cela ne doit faire aucune difficulté. Les signes, comme on vient de le dire, sont des choses arbitraires, il n'est question que de prendre garde à ce qu'on veut qu'ils signifient. Ainsi étant convenu une fois que pour marque qu'on conçoit une Grandeur multipliée par une autre, on joindra sans autre signe les deux lettres qui marquent ces Grandeurs ; pour multiplier une Grandeur b, par d autre Grandeur, je ne fais que les unir de cette sorte bd, sans autre signe, ou je mets entre deux une petite croix

de S. André. Ainsi $A \times B$ marque que A est multiplié par B, que c'est le produit de ces deux Grandeurs multipliées l'une par l'autre, et cela veut dire a multiplié par b.

Pour marque de la division, on met sous la lettre qui est le signe d'une Grandeur, la lettre de la seconde Grandeur par laquelle on conçoit que la première est divisée, une ligne entre deux. Ainsi quand on voit $\frac{a}{b}$, il faut concevoir que la Grandeur a est divisée par b, et cela veut dire a divisé par b.

Cette manière de faire les opérations de l'Arithmétique, est ce qu'on appelle *l'Algèbre*, c'est-à-dire, une Arithmétique plus parfaite; ce qu'on prétend que signifie ce nom dans la Langue des Arabes. On emploie l'Algèbre pour trouver des Grandeurs inconnues, qu'on ne peut pas exprimer par des nombres, pendant qu'on ignore leur valeur. Aussi il faut que de tout temps ceux qui ont travaillé sur les Mathématiques, aient eu une espèce d'Algèbre, c'est-à-dire, des notes pour marquer les Grandeurs qu'ils tâchaient de découvrir. Nous ne savons pas quelles étaient ces notes dans les premiers temps. Depuis que l'Algèbre a été plus connue, qu'on en a fait des Livres, il paraît que d'abord on n'a eu des signes que pour les Grandeurs inconnues; pour les autres, on les marquait avec les chiffres ou nombres ordinaires. On appelait *Nombres Cossiques* ceux de l'Algèbre. Ce mot vient de l'Italien *cosa*, c'est-à-dire, *chose*; parce que c'était la chose même qu'on prétendait faire considérer par le moyen de ces notes. Et c'est dans ce même sens que l'Algèbre se nomme aujourd'hui *Spécieuse*, parce que ce sont les *espèces* ou formes des choses mêmes qu'on désigne par des lettres.

Chapitre II.

Moyen de faire les quatre premières opérations de l'Arithmétique sur les Grandeurs qu'on marque avec une seule lettre, qu'on appelle pour cette raison Grandeurs incomplexes *ou* simples.

De l'Addition.

On peut concevoir une Grandeur comme faite ou composée de deux Grandeurs ; ainsi, si l'on veut marquer cette composition, il faut employer deux lettres, comme, par exemple, concevoir qu'une certaine Grandeur a deux parties b et d, j'appelle cette grandeur $b+d$, ce qui me la fait nommer *Grandeur complexe* ou *composée :* au lieu que j'appelle une grandeur que je marque avec une seule lettre, *Grandeur incomplexe* ou *simple.* Ce sont des termes qu'on invente, pour éviter les circonlocutions.

Ajouter, comme on l'a dit, c'est joindre deux Grandeurs ensemble, ou exprimer par un signe, qu'on a joint ces deux Grandeurs. Ainsi il n'est question pour ajouter la grandeur b avec la grandeur d, que de les joindre par le signe de cette jonction, qui est $+$, écrivant $b+d$, ce qui vaut autant que b plus d. Il n'est donc question que de se servir des signes des quatre opérations qu'on a expliquées ; les exprimant comme on est convenu. Il ne faut pas confondre ces signes ou expressions ; car si, pour ajouter b avec d, on joignait de près ces deux lettres sans autres signes, ainsi bd, puisqu'on est convenu

que cette manière bd est le signe de la muliplication, on ne marquerait pas que b est joint avec d, mais qu'on a multiplié b par d, ce qui est bien différent : car 2 ajouté à 6 font 8, mais deux fois 6 font douze.

On peut abréger ces signes, et il le faut, quand on le peut ; car il en est des signes comme des expressions, qui donnent des idées plus nettes lorsqu'elles sont simples. Ainsi, $b+b+b+b$ signifiant que b est ajouté quatre fois, au lieu de cette longue expression, j'écris $4b$, ce qui est la même chose.

Souvenez-vous qu'on est convenu (car les signes ne signifient que ce qu'on convient qu'ils signifieront) que lorsque le chiffre est devant la lettre, il marque une addition ; ici, par exemple, dans $4b$, que b est ajouté quatre fois à lui-même : mais b^4 marque, comme on le dira, que b est multiplié trois fois par lui-même. Afin qu'on ne s'y trompe pas, on fait en sorte que le chiffre qui est après la lettre ne se trouve pas exactement dans la même ligne, comme vous voyez ici b^4. On peut mettre le signe $+$ devant une lettre qui n'a point de signe, quand on sait d'ailleurs que la grandeur qu'elle marque est positive. Ainsi, dans cette expression $b+d$, je puis mettre $+$ devant b ; $+b+d$.

EXEMPLES D'ADDITION.

à ajouter	a	$3f$	$4d$	a	$3c$	xb	$8b$
	b	$2f$	x	$2b$	$4d$	zc	b
	c		$8d$			zc	$5b$
Sommes	$a+b+c$	$5f$	$12d+x$	$a+2b$	$3c+4d$	$xb+2zc$	$14b$

De

De la Soustraction.

Comme le signe + convient à une grandeur positive ; aussi le signe — marque une grandeur négative, ou qui est moindre que rien. Ce signe — est celui de la Soustraction. Pour soustraire g de f, on joint ces deux Grandeurs par ce signe *moins*, en cette manière $f-g$. Ainsi la soustraction, dans l'Algèbre, ou l'Arithmétique par lettres, change en grandeurs négatives celles qui étaient positives. On sous-entend le signe + quand il n'y a aucun signe. Ainsi quand on propose d'ôter g de f, c'est comme si on proposait d'ôter $+g$ de $+f$. Or, en changeant le signe de la grandeur qu'on veut ôter, il vient $+f-g$, où la Grandeur positive $+g$, devient négative ; de sorte que si ces lettres marquent l'état d'un homme qui a, ou qui n'a pas des pistoles, $+f$ marquera le nombre des pistoles qu'il a positivement, et $-g$ le nombre de celles qui lui manquent ou qu'il doit. Plus une grandeur, moins la même grandeur ; ce n'est rien. Ces deux signes + et — se détruisent ; c'est pourquoi on peut abréger une opération et en rendre l'expression plus nette, en effaçant autant de fois les lettres qui marquent la grandeur dont on veut retrancher, que ces lettres se trouvent de fois dans celles qu'on veut retrancher : ainsi, pour retrancher $2b$ de $5b$, il faut ôter de $5b$ deux fois b, le reste $3b$ est ce que l'on cherche. Car $+2b-2b$ ce n'est rien.

Exemples de Soustractions.

D'où il faut soustraire.	$5b$ $2b$	$4d$ d	f f	b d	$3c$ $2b$	ab cd
Reste	$3b$	$3d$	o	$b-d$	$3c-2b$	$ab-cd$.

Remarquez que la soustraction d'une grandeur négative, d'une autre grandeur négative, se fait par une addition. Nous avons vu que les grandeurs négatives et positives étant opposées, en diminuant les unes on augmente les autres. En diminuant les dettes d'un homme, on augmente son bien.

De la Multiplication.

Pour la Multiplication, on joint simplement la Grandeur que l'on veut multiplier l'une par l'autre. Pour multiplier b par d, on écrit bd. Pour multiplier b par 3, on écrit $3b$ S'il y a des chiffres joints avec les lettres, on les multiplie comme il a été enseigné. Ainsi pour multiplier $3b$ par $2b$, on multiplie 3 par 2, ce qui fait 6, et on joint b avec b; le produit de cette multiplication est $6\,bb$. Il ne faut point chercher de démonstration de toutes ces choses-là. Ces manières d'ajouter, soustraire, multiplier et diviser toutes sortes de grandeurs, ne sont que des signes de ce que l'on suppose être fait : ainsi, si j'écris bb, je témoigne par cette marque que je suppose que la grandeur désignée par la lettre b a été multipliée par b, c'est-à-dire par elle-même. On a dit qu'on se servait quelquefois d'une petite croix de Saint-André pour signe de la multiplication; que $A \times B$ est une note qui marque que A et B sont multipliés l'un par l'autre.

Pour abréger, lorsqu'on multiplie une Grandeur par elle-même, on met après la lettre qui la marque un chiffre qui signifie combien de fois elle a été multipliée; ainsi multipliant b par b, cela fait bb; et si de rechef par b, cela fait bbb: pour abréger on écrit b^3. Remarquez donc encore une fois que $3b$ n'est pas la même chose que b^3 : car si b vaut 2, en disant 3 fois b, on dit 3 fois 2; ce qui fait 6. Mais puisque b^3 est la même chose que bbb, vous voyez que bbb

doit valoir 8; car 2 par 2 fait 4, et 4 par 2 fait 8. Quand on écrit $2b$, c'est une marque que l'on suppose que b est ajouté à b; mais quand on écrit bb ou b^2, c'est une marque que l'on suppose que b est multiplié par b. 3 ajouté à 3 ne fait que 6; mais 3 multiplié par 3 fait 9.

EXEMPLES DE MULTIPLICATIONS.

A multiplier.	a	a	b	ab	aa
Multiplicateur.	b	a	$2b$	cd	ab
Produit.	ab	aa ou a^2	$2bb$	$abcd$	$a^2 b$ ou $aaab$

A multiplier.	$2a$	$2b$	$3ab$	$6a^3$
Multiplicateur.	$3b$	c	$2cd$	$2a^3$
Produit.	$6ab$	$2bc$	$6abcd$	$12a^6$

Dans le dernier exemple, $6a^3$ multiplié par $2a^3$, on sera surpris comment le produit en est $12a^6$. Nous avons dit que a^3 est la même chose que aaa : or, en multipliant $6aaa$ par $2aaa$, le produit est $12aaaaaa$; partant pour abréger comme il a été dit, au lieu de $6aaaaaa$, on doit mettre un 6 après a, qui marque combien de fois on doit concevoir que cette lettre est répétée.

De la Division.

La marque de la Division est une petite ligne, au-dessous de laquelle on place le diviseur, et au-dessus la Grandeur donnée pour être divisée : ainsi $\frac{b}{c}$ est une marque qu'on suppose que b est divisé par c.

Nous avons déjà remarqué qu'il était utile de rendre les expressions les plus simples qu'on le pouvait, parce qu'elles donnent les idées plus simples, et par conséquent plus nettes. Or, il est facile d'abréger l'opération dont il est ici question. Avant que d'en proposer le moyen, il faut relire ou rappeler dans sa mémoire la Proposition sixième, s. n. 21. On y a démontré que le quotient d'une division multipliant le diviseur, produit la somme qui avait été divisée. Ainsi le quotient doit être une grandeur qui, multipliée par le diviseur, produit la grandeur qu'il faut diviser; par conséquent bc étant proposé pour être divisé par c, il est manifeste que le quotient sera b : car b multipliant le diviseur c, fait la somme bc, qui avait été divisée. La division défait ce qu'avait fait la multiplication. On donne donc cette Règle générale pour faire les divisions, qu'il faut effacer des Grandeurs à diviser, les lettres qui se trouvent dans le diviseur. Suivant cette Règle, pour divisèr bcd par cd, il faut effacer de bcd les lettres c et d qui se trouvent dans le diviseur cd et dans la Grandeur à diviser bcd. Le quotient sera donc b, comme il est évident, puisque multipliant par ce quotient b le diviseur cd, cela fait bcd, qui est la grandeur qui a été proposée pour être divisée.

Lorsqu'il y a des chiffres, on les divise comme il a été enseigné dans la division des nombres. Pour diviser $6bb$ par $3b$, on divise bb par b, le quotient est b; et 6 par 3, le quotient est 2 : ainsi le quotient de $6bb$ divisé par $3b$, est $2b$. Car $2b$ multipliant $3b$, produit $6bb$.

EXEMPLES DE DIVISIONS.

Il faut diviser ab par a	*b quot.*	b / b	1	a^3 / a	a^2	abc / a	bc	a^3b / a^2b	a	$6ab$ / $3b$	$2a$

Dans toutes ces divisions, pour être assuré que l'opération est bonne, il ne faut que multiplier le quotient par le diviseur; si le produit est égal au dividende, selon ce qu'on a dit touchant la preuve des divisions avec les chiffres, cette division par lettres sera bonne.

Il est évident qu'en divisant une grandeur par elle-même, le quotient est 1 : divisant b par b, le quotient est 1; car une grandeur est contenue une fois en elle-même.

CHAPITRE III.

Opérations de l'Arithmétique sur les Grandeurs complexes ou composées.

L'ADDITION des Grandeurs complexes ou composées, n'a pas plus de difficulté que celle des Grandeurs incomplexes; il faut seulement joindre par le signe + les Grandeurs que l'on veut ajouter les unes aux autres. Par exemple, pour ajouter $b+c$ avec $f+g$, il faut joindre ces deux Grandeurs complexes par le signe +, en cette manière : $b+c+f+g$ Pour ajouter $b+c$ avec $d-f$, il faut écrire $b+c+d-f$.

Pour abréger, lorsqu'à une grandeur on ajoute la même grandeur, on met un chiffre qui marque combien de fois on suppose que cette grandeur est ajoutée à elle-même, comme on a fait ci-dessus.

Ainsi, ayant à ajouter $c+d$ avec $c+d$, au lieu de $c+d+c+d$, on fait cette addition en cette sorte, $2c+2d$. Si les Grandeurs données sont $c-d$ et $c-d$, on fait l'additon de la même manière, $2c-2d$.

Lorsque les Grandeurs qu'on doit ajouter sont les mêmes, et qu'elles ont des signes contraires, il faut retrancher les lettres qui se trouvent d'une part avec le signe $+$, et de l'autre part avec le signe $-$: comme s'il fallait ajouter $3b+2d$ à $2b-2d$; puisque dans la première grandeur il se trouve $+2d$, et dans l'autre $-2d$, je retranche $2d$, qui se trouve d'une part avec $+$, et de l'autre avec $-$; ainsi la somme de cette addition est $5b$. La raison pourquoi on supprime entièrement $2d$ est manifeste : car si le signe $-$ détruit ce que fait le signe $+$, ainsi il ne reste rien. Plus $2d$ et moins $2d$ ne font rien. En ôtant tout ce qu'on avait mis, il ne reste rien.

Nous en avons fait un Axiome qu'il faut avoir présent à l'esprit, pour abréger ces opérations, en rendre les expressions plus nettes, et pour juger des apérations que d'autres ont fait. Car il arrive souvent qu'on ne conçoit pas la vérité d'une opération, parce qu'on n'y voit point de certaines lettres qu'on juge y devoir paraître, lorsqu'on n'apperçoit pas que se trouvant avec des signes contraires, on a dû les supprimer.

Par exemple, ajoutant $4f+6g$ à $3f-4g$, l'addition sera $7f+2g$; car $+6g$ est égal à $+4g+2g$: or, selon ce qu'on vient de dire, pour ajouter $+4g+2g$ avec $-4g$, il faut entièrement supprimer $4g$; ainsi il ne reste rien que $+2g$.

Exemples d'Additions.

A	$a+3b$	$2a-b$	$aa-5a+6$
ajouter	$a+2b$	$3a-3b$	$aa+a-6$
Somme	$2a+5b$	$5a-4b$	$2aa-4a.$

A	$a+d$	$aa+2a-3$	$2a^2+b^2+3$
ajouter	$a+4d$	$aa+a-6$	a^2+b^2-2
Somme	$2a+5d$	$2aa+3a-9$	$3a^2+2b^2+1$

De la Soustraction.

Il faut ici, comme dans la Soustraction des Grandeurs incomplexes, se servir du signe de la Soustraction, joignant par le signe — la grandeur qu'on veut soustraire avec celle de laquelle on la veut soustraire. Pour ôter $b+d$ de $c+f$, il faut premièrement écrire $c+f-b$; et parce que ce n'est pas seulement b qu'il faut retrancher, mais encore $+d$, on doit marquer ces deux soustractions par deux signes de soustraction en cette manière: $c+f-b-d$.

On l'a déjà remarqué, et il est aisé de voir que par la soustraction on change les grandeurs qu'on retranche, et que de positives qu'elles étaient, on fait qu'elles deviennent négatives. C'est pourquoi on donne cette Règle générale, qu'il faut changer les signes de la grandeur qu'on veut soustraire. Vous vous souvenez que nous avons dit que devant une grandeur qui n'est précédée d'aucun signe, celui-ci $+$ y peut être sous-entendu. Suivant cette Règle, pour soustraire $b+d$, ou $+b+d$ de $c+f$, il faut changer les deux signes de $+b+d$ en cette manière, $c+f-b-d$, comme il a été dit.

Cette Règle se trouve toujours véritable : car lorsque le signe — se rencontre dans la grandeur qu'on veut soustraire ; comme ici, si on veut soustraire $b-d$, ou $+b-d$ de $c+f$, il faut changer ces signes $+b-d$ en des signes contraires, de cette sorte, $c+f-b+d$. Quand on soustrait $b-d$ de $c+f$, on ne veut pas ôter entièrement la grandeur b, il s'en faut la grandeur d : ainsi ayant mis $c+f-b$, on retranche de $c+f$ plus qu'il ne faut retrancher, savoir la grandeur d ; c'est pourquoi on l'ajoute, lui donnant le signe $+$, en cette manière $c+f-b+d$. Selon cette Règle, ayant soustrait $b-d$ de $c-f$, le reste est $c-f-b+d$.

On peut abréger les expressions d'une soustraction, en observant deux choses dont nous avons déjà parlé. 1.° Lorsqu'il faut ajouter des grandeurs exprimées par les mêmes lettres, il suffit de mettre devant une de ces lettres un chiffre qui marque combien elle est ajoutée de fois à elle-même ; comme au lieu de $b+b+b+2b$, on peut mettre $5b$. 2.° Puisque $+$ une grandeur — la même grandeur, cela ne fait rien : $+b-b$ égal à zéro ; on peut, sans diminuer la valeur d'une expression, supprimer les lettres qui se trouvent avec le signe $+$ et avec le signe $-$; par conséquent ôtant $+c+f$ de $c+d+f$, comme cela fait $c+d+f-c-f$, en retranchant les lettres c et f qui ont des signes contraires, le reste de cette soustraction est $+d$.

Si l'on soustrait $a-b$ de $3a+b$, selon la Règle, générale, après la soustraction il reste $3a+b-a+b$. Or, on peut abréger cette expression, car $3a-a$ ne font que $2a$, et $+b+b$ valent $2b$; ainsi $2a+2b$ valent autant que $3a+b-a+b$.

En retranchant $a+3b$ de $3a+2b$, selon la Règle, le reste sera $3a+2b-a-3b$. Mais puisque $3a-a$ est égal à $2a$, et que $+2b-3b$ est égal à $-b$; il est évident que $3a+2b-a-3b$, font $2a-b$.

Pour soustraire $3a-3b$ de $5a-4b$, selon la Règle générale, le reste sera $5a-4b-3a+3b$. Or, 1.° $5a-3a$ est égal à $2a$; 2.° d'une part on ôte $4b$, et de l'autre on ajoute $3b$, comme vous le voyez dans l'opération $5a-4b-3a+3b$: ainsi il faut supprimer $3b$, et n'en marquer qu'un avec le signe $-$, pour abréger cette expression, qui sera réduite à celle-ci $2a-b$ Soit donné $5a+2b$ dont il faut soustraire $4a+6b$; je retranche premièrement $4a$ de $5a$, et il reste un a. Ensuite pour retrancher $6b$ de $2b$, comme on ne peut pas ôter d'une grandeur ce qu'elle n'a pas, après avoir supprimé $2b$, pour retrancher les $4b$ qui restent, je les retranche de la grandeur a, en les liant avec cette lettre en cette manière, $a-4b$.

EXEMPLES DE SOUSTRACTIONS.

D'où il faut soustraire	$2a+5b$ $a+b$	$5a-4b$ $3a-3b$	$3a+2b$ $a+3b$
Reste	$a+4b$	$2a-b$	$2a-b$

D'où il faut soustraire	$2a+b$ $a-b$	$3a+d$ $2a+5d$	$2aa+2a+9$ $aa+a+3$
Reste	$a+2b$	$a-4d$	$aa+a+6$

Si dans ces dernières opérations vous n'appercevez pas comment ces soustractions donnent de tels restes, faites les opérations tout au long, et vous découvrirez sans peine comment en abrégeant une expression selon qu'il a été enseigné, ces soustractions ont les restes qui sont marqués dans les Exemples proposés.

L'Addition et la Soustraction se servent de preuves.

T 5

Pour m'assurer qu'ayant retranché $a+6b$ de $5a+2b$, le reste est $4a-4b$; j'ajoute $4a-4b$ avec $a+6b$; et trouvant que la somme est $5a+2b$, je suis assuré que l'opération est bonne. Au contraire, pour m'assurer que $5a+2b$ est la somme de $4a-4b$ et $a+6b$, je retranche l'une de $5a+2b$; si le reste de la soustraction donne l'autre somme, l'addition a été bien faite, comme on l'a enseigné ci dessus.

Disons encore que pour ajouter ensemble deux grandeurs complexes, il n'y a qu'à les écrire l'une après l'autre avec leurs mêmes signes ; et que pour soustraire une grandeur complexe d'une grandeur aussi complexe, il faut écrire la grandeur à soustraire après l'autre, en changeant tous les signes de celle que l'on soustrait ; et réduire le tout dans l'une et l'autre opération à la plus simple expression. Par exemple, si l'on veut ajouter $3a+4c-5b+8$ *avec* $4a-2c-2b+4$, *l'on écrira* $3a+4c-5b+8+4a-2c-2b+4$; *ce qui se réduit à* $7a+2c-7b+12$.

De même, si l'on veut soustraire $3a+4c-5b+8$ *de* $4a-2c-2b+4$. *l'on écrira tout de suite* $4a-2c-2b+4-3a-4c+5b-8$; *ce qui se réduit à* $a-6c+3b-4$. *Il n'est point nécessaire en ces opérations d'écrire les termes semblables sous les semblables ; si nous l'avons fait, ce n'était que pour représenter aux yeux ces Opérations.*

De la Multiplication.

La Multiplication des grandeurs complexes se fait presque de la même manière que la multiplication des nombres qui ont plusieurs chiffres. Comme dans les nombres on multiplie tous les chiffres du nombre à multiplier par chaque chiffre du multipliant, en sorte qu'il y a autant de multiplications partielles qu'il y a de chiffres dans le multipliant; aussi dans les grandeurs composées, on multiplie toutes les parties de la grandeur à multiplier

par chaque partie de la grandeur qui est la multipliante.

Soit donné $b+d$, pour être multiplié par x : il faut multiplier b et d, qui sont les parties de la grandeur donnée, par x, ce qui produit $xb+xd$.

Soit donné $b+d$ pour être multiplié par $x+z$: il faut faire quatre multiplications partielles, qui seront $xb+xd+zb+zd$ On peut comprendre dans trois Règles tous les cas différens de cette opération.

Première Règle.

Lorsque les deux grandeurs données ont le signe $+$, leur produit doit avoir le même signe : ainsi multipliant $b+d$ par $x+z$, le produit est, comme nous avons vu, $xb+xd+zb+zd$.

Seconde Règle.

Plus par moins, ou moins par plus, donne un produit qui doit avoir le signe $-$.

C'est-à-dire, que si l'une des deux grandeurs a le signe $-$; par exemple, si l'on avait donné $b-c$ pour être multiplié par $+a$, le produit de leur multiplication doit être $ab-ac$, dont la raison est évidente. Quand on multiplie $b-c$ par a, on ne veut multiplier qu'une partie de b Ainsi ayant multiplié tout b par a, comme on a trop fait, ayant aussi multiplié c qui doit être retranché de b ; pour y remédier, on ôte autant de fois c qu'on l'avait trop pris de fois. Le produit ab étant plus grand que celui qui est le véritable, de toute la grandeur ac ; on en retranche donc cette grandeur, en la joignant avec ab par le signe de la soustraction qui est $-$, en cette manière $ab-ac$.

Soit donné $b+d$ pour être multiplié par $x-z$, le produit sera $xb+xd-zb-zd$ Quand on multiplie $b+d$ par $x-z$, on ne multiplie pas cette grandeur

par toute la grandeur x, il s'en faut la partie z : ainsi ayant multiplié la grandeur $b+d$ par toute la grandeur x, le produit $xb+xd$ est plus grand que le véritable produit qu'on cherche, de la grandeur b multipliée par z, et de d multiplié par z, c'est-à-dire de $zb+zd$; ainsi il faut retrancher ce produit $zb+zd$, de la manière qu'il a été enseigné dans la soustraction, écrivant $xb+xd-zb-zd$.

Troisième Règle.

Moins par moins donne plus.

C'est-à-dire, que si les deux grandeurs qu'on multiplie ont le signe —, le produit de la multiplication de l'une par l'autre aura le signe +. Par exemple $b-d$ étant multiplié par $x-z$, le produit sera $xb-xd-zb+zd$. Et afin qu'on comprenne cela, voici comment se fait l'opération. Je multiplie d'abord $b-d$ par x, et premièrement b, ce qui me donne xb pour première multiplication partielle. Et comme je ne voulais pas multiplier toute la grandeur b par la grandeur x, qu'il s'en fallait la grandeur d ; le produit xb est trop grand, savoir de xd. Je retranche donc xd de xb par le signe de la soustraction, en cette sorte $xb-xd$; et ainsi j'ai déjà le produit des deux grandeurs à multiplier par une des grandeurs du multipliant, savoir de $b-d$ par x. Reste encore à connaître le produit de $b-d$ par z. Mais si vous avez bien pris garde, en multipliant $b-d$ par x, vous l'avez aussi multiplié par z, ce qu'il ne fallait pas faire ; car vous n'aviez pas à multiplier $b-d$ par toute la grandeur x, il s'en fallait la grandeur z : partant le produit de $b-d$ par x est trop grand, savoir, du produit de $b-d$ par z qui est $zb-zd$; c'est pourquoi aussi je le retranche de $xb-xd$, en changeant les signes, suivant qu'il a été enseigné dans la soustraction. Ce qui me donne pour total et véritable produit, $xb-xd-zb+zd$.

Ainsi pour comprendre la raison de cette Règle de multiplication, moins en moins donne plus, *il n'y a qu'à se former une juste idée de la Multiplication, et se souvenir de ce qui a été dit dans la Soustraction* s. n. 32, *sans y chercher d'autre mystère : car avec ce signe* plus, *on ajoute seulement ce qu'on avait ôté de trop.*

Voici une autre preuve que + *par* — *donne* —, *et que* — *par* — *donne* + *On la peut passer dans la première lecture de cet Ouvrage ; elle s'entendra plus facilement, quand on sera exercé à ce calcul.*

Soit à multiplier a—b *par* +c, *je dis que le produit sera* ac—bc : *car soit* a—b=d; *donc* a=d+b. *Ce qui étant multiplié par* +c *donne* ac=dc+bc : *donc* ac—bc=dc, *et* ac—bc *est le produit de* a—b *par* +c ; *ce qu'il fallait démontrer.*

Soit encore a—b *à multiplier par* —c. *Il faut prouver que le produit est* —ac+bc. *L'on fait comme devant* a—b=d, *ou* a=d+b : *puisque par la démonstration précédente* + *par* — *donne* —, *en multipliant* a=d+b *par* —c, *on aura* —ac=dc—bc, *ou* —ac+bc=—dc. *Ainsi* a—b *multiplié par* —c, *donne le produit* —ac+bc ; *ce qu'il fallait démontrer.*

PREMIER EXEMPLE POUR LA MULTIPLICATION.

	$4a+12b+8f$
par	$5a-3b+4f$
	$20aa+60ab+40af-36bb-24bf+32ff$
	$-12ab+16af+48bf$
	$20aa+48ab+56af-36bb+24bf+32ff$

AUTRE EXEMPLE.

$$\begin{array}{ll} & 8m-4n-20x \\ \text{par} & 4m-2n-40x \\ \hline & 32mm-16mn-\ \ 80mx+8nn+\ \ 40nx+800xx \\ & \qquad\ -16mn-320mx \qquad\quad +160nx \\ \hline & 32mm-32mn-400mx+8nn+200nx-800xx \\ \hline \end{array}$$

Comment on peut rendre les expressions de ces multiplications plus nettes.

Lorsque les grandeurs qu'on multiplie les unes par les autres, ont les mêmes lettres, on peut abréger l'expression de leur produit. Le produit de $a+b$ par $a-b$, est sélon la Règle $aa+ab-ab-bb$: or, puisque $+ab-ab$ ne fait rien, donc $aa-bb$ est égal à $aa+ab-ab-bb$. Le produit de $a-b$ par $a-b$ est $aa-ab-ab+bb$; puisque $-ab-ab$ est la même chose que $-2ab$, je mets donc $aa-2ab+bb$ pour $aa-ab-ab+bb$.

Le produit de $3d+e$ par $3d+e$ est $9dd+6de+ee$. Celui de $3d+e$ par $3d-e$, est $9dd-ee$ Celui-ci de $3d-e$ par $3d-e$, est $9dd-6de+ee$. Lorsque les grandeurs sont fort composées, et que leurs produits seraient trop étendus, pour marquer seulement qu'il faut multiplier ces grandeurs composées l'une par l'autre, on les joint, mettant entre deux cette petite croix de Saint-André $\times$, comme on l'a dit; et les couvrant chacune d'une ligne, ainsi

$$\overline{4a+3aa-2a+1}\times\overline{aa-5a+6}.$$

De la Division.

La Division, comme nous avons déjà remarqué, défait ce que la multiplication avait composé : ainsi pour diviser, il faut se ressouvenir des Règles précédentes de la multiplication.

Nous avons vu que la division et la multiplication se servent de preuves. On ne se peut pas tromper dans la division, pourvu qu'on observe si le quotient, en multipliant le diviseur, fait un produit égal à la grandeur qu'on a divisée : car, comme on l'a vu, s. n. 21, si cela arrive, ce quotient est le véritable. Ainsi $x+z$ multiplié par $b+d$, faisant le produit $xb+xd+zb+zd$, il est certain que $b+d$ est le quotient de $xb+xd+z+zd$ divisé par $x+z$. Il ne faut donc que suivre les trois Règles que nous venons de donner pour la multiplication.

1.° Puisque plus en plus donne plus, si la grandeur qui doit être divisée a le signe $+$, et que le diviseur ait le signe $+$, c'est une marque que le quotient doit avoir $+$: ainsi la grandeur $xb+xd+zb+zd$ étant donnée pour être divisée par $x+z$, il est manifeste que le quotient est $b+d$.

2.° Si la grandeur à diviser a le signe $-$, et que le diviseur ait le signe $+$, le quotient aura le signe $-$; et si le diviseur a le signe $-$, le quotient aura le signe $+$ Ainsi divisant $xb+xd-zb-zd$, par $x-z$, le quotient sera $b-d$; car $b-d$ multipliant $x-z$, fait la grandeur donnée $xb+xd-zb-zd$.

3.° Si la grandeur donnée à diviser a le signe $+$, et le diviseur le signe $-$, le quotient aura ce même signe $-$. Divisant $xb-xd-zb+zd$, par $x-z$, le quotient sera $b-d$.

Lorsque l'expression d'une opération a été abrégée pour en appercevoir le quotient, où quels sont les termes supprimés dans les produits à diviser, et les rétablir ; voici ce que l'on fait.

Soit $mm-nn$ à diviser par $m-n$, il faut écrire le diviseur à la gauche du dividende, comme vous le voyez.

Produit à diviser.

Diviseur, $m-n$	$\left\{ \begin{array}{c} mm-nn \\ -mm+mn \end{array} \right\}$	Quotient, $m+n$
	$o+mn-nn$ $-mn+nn$	

Je dis mm divisé par $+m$ donne $+m$ que j'écris au quotient. Or, $m-n$ du diviseur multiplié par m du quotient donné $+mm-mn$, que j'écris au-dessous de toute la grandeur à diviser, avec des signes contraires $-mm+mn$, comme vous voyez ; et réduisant $mm-nn-mm+mn$, l'on a $o+mn-nn$, qu'il faut encore diviser par $m-n$. Je dis donc encore $+mn$ divisé par m donne $+n$, que j'écris au quotient ; et $m-n$ multiplié par n, donne $mn-nn$, qui étant détruit avec des signes contraires, détruit entièrement le produit à diviser $o+mn-nn$. Ainsi je suis assuré que $m+n$ est le quotient de $mm-nn$, divisé par $m-n$. Lorsque dans la grandeur à diviser on ne trouve aucune des lettres du diviseur, c'est une marque qu'on ne peut faire cette division qu'en plaçant au-dessus d'une petite barre la grandeur à diviser, et le diviseur au-dessous : ainsi divisant $bd+pq$ par $r+s$ le quotient sera $\frac{bd+pq}{r+s}$

Je ne donne pas davantage d'exemples de toutes ces opérations, parce que je veux que mon Ouvrage soit court Je ne mets que des exemples faciles, écrivant pour ceux qui commencent, et qui peut-être n'auront point de Maître pour les aider.

PLUSIEURS QUESTIONS

SUR DIFFÉRENS SUJETS.

Et premièrement sur la Règle de Compagnie.

Trois hommes ont fait une compagnie, et ont mis chacun une certaine somme. Le premier a mis 32 livres, le second a mis le tiers de la somme totale, le troisième a mis le quart de la même somme totale; on demande la somme de chacun, et ce qu'ils doivent avoir pour leur part du gain qui est cent livres.

. Considérez que 32 livres, mise du premier, est le résidu d'un certain nombre dont le $\frac{1}{3}$ et le $\frac{1}{4}$ sont ôtés.

Supposé que ce nombre soit 12, qui représente la mise de tous trois, si on en ôte le tiers et le quart, le reste sera 5 pour la mise du premier, et doit être 32; maintenant dites :

Si 5 sont restés de 12, de combien resteront 32?

R. de 76 $\frac{4}{5}$.

Pour preuve, je dis que si vous ôtez le $\frac{1}{3}$ de 76 $\frac{4}{5}$, qui est 25 $\frac{3}{5}$, et le quart des mêmes 76 $\frac{4}{5}$, qui est 19 $\frac{1}{5}$, le reste sera 32 pour la mise du premier, comme il a été proposé; la mise du second sera 25 $\frac{3}{5}$, et la mise du troisième 19 $\frac{1}{5}$.

Il reste maintenant à donner à chacun sa part du gain, qui est 100 liv. Pour faire cela, suivez l'ordre de la Règle de Compagnie, et vous trouverez que le premier

qui a mis	32 liv. aura	41 liv.	13 s.	4 den.
mise du second	25 $\frac{3}{5}$	33	6	8
mise du troisièm.	19 $\frac{1}{5}$	25		
mises	76 $\frac{4}{5}$	de gain 100; et c'est la preuve.		

Seconde Question.

Trois hommes ont fait compagnie et bourse commune ; le premier a mis 35 liv., le second 20 liv. : on demande ce que doit mettre le troisième pour avoir la moitié du gain, qui est 1000 liv., et ce que doit avoir de profit chacun des deux autres.

Il faut considérer, que puisque le troisième doit avoir la moitié du gain, il doit mettre autant que les deux autres. Faites donc addition des mises des deux premiers, qui sont 35 et 20, il viendra 55, et c'est ce que doit mettre le troisième pour avoir la moitié du gain, comme veut la question.

Ajoutez donc 55, somme de la mise des deux premiers, avec 55, mise du troisième, il viendra 110 pour mise totale ; puis opérez selon la Règle de Compagnie, disant : Si 110, mise totale, ont gagné 1000 liv, combien chaque mise en particulier? Faisant la Règle, on trouvera le gain de chacun.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises part.	gains partic.
Si 110 liv.	1000 liv.	35 liv.	318 $\frac{2}{11}$
		20 Resp.	181 $\frac{9}{11}$
		55	500
Preuve : mises		110	gain 1000 l.

Troisième Question.

Trois Marchands se sont associés ; le premier a mis 1500 liv., le deuxième 1800 liv., le troisième 1200 livres; et ayant besoin de quelqu'un pour agir dans leur société, ils ont associé un Facteur avec eux, qui a mis 600 liv. lequel doit tirer profit de son argent en même raison que les trois Marchands, et en outre se sont accordés avec lui, qûe pour sa peine il participera au gain total à raison de 6 pour cent : ils ont gagné 2500 livres, savoir combien chaque Associé aura pour sa part du profit.

Il faut premièrement voir combien se monte le gain de 2500 liv. à 6 pour 100 ; on trouve que c'est 150 liv. qu'il faut soustraire de 2500 liv. gain total ; il reste 2350 liv. qu'il faut distribuer proportionnellement aux quatre Associés, parce que le Facteur tient rang d'Associé à cause de 600 liv. qu'il a mis : on assemblera donc les mises, et la somme totale sera 5100 liv. ; puis faisant la Règle de Compagnie à l'ordinaire, on trouvera la part de chacun, comme il se voit ci-dessous.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises partic.	gains partic.
Si 5100	2350	1500 liv.	691 $\frac{17}{51}$
		1800 Resp.	829 $\frac{11}{51}$
		1200	552 $\frac{48}{51}$
		600	276 $\frac{24}{51}$
mise totale		5100 liv.	2350 l.

Quatrième Question.

Trois Marchands ont fait Compagnie ; le premier a mis une somme, le deuxième a mis 7 liv. plus que le premier, et le troisième a mis 18 liv. plus que le second ; et la mise du premier étant multipliée par celle du troisième, fait 1650 : ils ont gagné 100 liv. on demande le gain de chacun.

Considérez la différence qu'il y a de la mise du premier à celle du troisième, et l'on trouvera être 25 : maintenant il faut quarrer 25, il vient 625, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, qui est 1650, il viendra 6600 lesquelles jointes avec 625, la somme sera 7225, dont la racine quarrée est 85 : et si de cette racine on en ôte la différence susdite, savoir 25, le reste sera 60, dont la moitié qui est 30, sera la mise du premier ; et pour avoir la mise du troisième, on ajoutera la différence 25 avec la racine 85, la somme sera 110, dont la moitié qui

est 55, sera sa mise ; et si on ajoute 7 à 30, mise du premier, il viendra 37 pour la mise du second : cela fait, ayant les trois mises 30, 37 et 55, on fera la Règle de Compagnie à l'ordinaire, et on trouvera le gain de chacun.

Opération.

Mise totale,	gain total,	mises partic.		gains partic.
Si 122 liv.	100 liv.	comb. 30		$24 \frac{36}{61}$
		37	Resp.	$30 \frac{20}{61}$
		55		$45 \frac{5}{61}$
mise totale		122	gain	100 l.

Cinquième Question.

Trois autres ont mis en compagnie 14 Δ, et on ne sait point la mise d'aucun en particulier; on demande la mise de chacun sans s'enquérir d'aucun gain, en supposant seulement que l'argent du premier ait demeuré 5 mois, celui du second 22 mois, et celui du troisième 39 mois.

Assemblez les 5 mois, 29 mois et 39 mois, la somme est 66 ; puis dites pour le premier :

Si 66 mois donnent 14 Δ de mise, qui est la mise de tous les trois, combien 5 mois, combien 22 mois, et combien 39 mois ? Et faisant la Règle, on trouvera la mise de chacun, comme il se voit ci-après.

Opération.

			Mise.
	5 mois		Δ $1 \frac{2}{33}$
Si 66 mois 14 Δ combien	22	Resp.	Δ $4 \frac{22}{33}$
	39		Δ $8 \frac{9}{33}$
mois	66	mise	14 Δ

Sixième Question.

Deux Marchands ont fait compagnie ensemble ; le premier a mis le premier jour de Janvier 1280 liv. ; le deuxième ne peut rien mettre jusqu'au premier jour d'Avril : l'on demande combien il doit mettre, afin qu'il ait une moitié du gain.

Multipliez 1280, mise du premier, par 12 mois que son argent a demeuré en la compagnie, le produit sera 15360 pour sa mise, et autant doit être la mise du second, à cause qu'il doit avoir la moitié du gain ; mais parce qu'il ne met rien jusqu'au premier jour d'Avril, son argent n'y sera donc que 9 mois : divisez 15360 par 9, et ce qui viendra au quotient sera ce que doit mettre le deuxième Associé le premier jour d'Avril, savoir 1706 $\frac{2}{3}$; et s'il est question de partager entr'eux 1000 liv. qu'ils ont gagnées, ils auront chacun 500 liv. selon la condition accordée entr'eux.

Pour trouver l'égalité de leur mise, si vous multipliez la mise du second pour 9 mois, le produit sera égal à la mise du premier multipliée par 12 mois.

Septième Question.

Un Particulier voulant récompenser ses Domestiques, a fait son testament comme il suit.

Je donne et lègue à mes trois Domestiques, qui seront à mon service lors de mon décès, la somme de 3000 livres de rente leur vie durant, à condition qu'ils partageront lesdites 3000 livres à proportion de leur âge, et du temps qu'ils auront été à mon service.

Le premier est âgé de 75 ans, il a 48 ans de service.

Le second est âgé de 66 ans 8 mois, il a 45 ans de service.

Le troisième est âgé de 60 ans, il a 40 ans de service. On demande ce que chacun doit avoir pour sa part desdites 3000 livres.

Voyez l'explication de la Règle de Compagnie par temps, pages 275 et 276; vous trouverez que le premier doit avoir 1200 livres, le second 1000 liv. et le troisième 800 livres.

Huitième Question.

Trois Particuliers ont fait un fossé de 100 toises cubes, pour la somme de 285 livres. Le premier y a travaillé 10 heures par jour pendant 50 jours, le deuxième y a travaillé 12 heures par jour pendant 30 jours, et le troisième 14 heures par jour pendant 20 jours; on demande le gain de chaque Particulier.

Voyez la Règle de Compagnie par temps, pages 275 et 276; vous trouverez que le premier doit avoir 125 livres, le second 90 livres, et le troisième 70 livres.

Pour preuve que la Règle est bien faite, divisez 125 livres, gain du premier, par 500 heures qu'il a travaillé, il viendra au quotient 5 sols par heure; divisez 90 livres, gain du second, par 360 heures qu'il a travaillé, il viendra aussi 5 sols au quotient; enfin divisez 70 livres, gain du troisième, par 280 heures qu'il a travaillé, il viendra encore 5 sols au quotient : c'est-à-dire, que chaque Particulier a gagné 5 sols par heure; et c'est la preuve que la Règle est bien faite.

Si on applique cette méthode à toutes les Règles de Compagnie, tant à temps égal qu'à temps inégal, il viendra une même réponse à tous les quotiens.

Neuvième Question.

Cinq Marchands ont fait compagnie; on ne sait point la mise de chacun en particulier, elle est seulement connue de deux en deux.

La mise du cinquième et du premier est 672 livres.

La mise du cinquième et du quatrième font ensemble 864 livres.

La mise du quatrième et du troisième ensemble est 684 livres.

Et la mise du deuxième et du premier jointes ensemble 436 livres.

Et l'argent du troisième avec celui du deuxième fait 584. Ils ont gagné 1509 liv.; on demande combien chacun doit avoir pour sa part à proportion de sa mise. Le premier a mis 172.

Dixième Question.

Quatre Marchands ont mis 140 Δ en bourse commune, et ont gagné 400 livres; mais l'argent que chacun a donné pour sa part est inconnu : toutefois on sait bien que le premier a donné 22 Δ moins que le troisième, et le second 36 Δ moins que le quatrième, et que les écus du premier et ceux du quatrième étant multipliés l'un par l'autre, produisent 1020 Δ : on demande la mise et le gain de chacun.

Considérez que l'excès du premier au troisième est 22, et l'excès du deuxième au quatrième est 36; leur différence est 14, qu'il faut ajouter à 140 mise totale, la somme sera 154 Δ, dont la moitié 77 est la mise du premier et du quatrième ensemble.

Et parce que leurs écus étant multipliés ensemble font 1020, il n'y a plus qu'à trouver deux nombres qui ajoutés ensemble fassent 77, et multipliés l'un par l'autre, fassent 1020; ce qui étant observé, on trouvera que le premier Associé a mis 17 Δ, le quatrième a mis 60 Δ; la mise des deux autres est facile à trouver.

Onzième Question.

Deux Marchands ont fait société ensemble; le premier, avec une somme qu'il a mise, a gagné 8 liv.; le second, avec 6 livres qu'il a mises, a gagné une autre somme; de sorte que les mises et les gains de l'un et de l'autre ensemble font 40 liv. : on demande la mise du premier, et le gain du deuxième.

Je pose que la mise du premier soit 1 ℞., laquelle jointe avec son gain, fait 1 ℞. P 8, qu'il faut ajouter avec 6 liv. mise du deuxième, la somme sera 14 P 1 ℞. qu'il faut soustraire de 40, il reste 26 M 1 ℞. pour le gain du deuxième; maintenant il faut dire par Règle de Trois :

Si 1 ℞. mise du premier lui a gagné 8 livres, combien gagneront 6 livres mise du deuxième? il viendra $\frac{48}{℞}$ pour le gain du deuxième; mais il avait déjà été trouvé par raisonnement être 26 M 1 ℞., il y aura donc égalité entre $\frac{48}{℞}$ de racine, et 26 M 1 ℞., et par Multiplication en croix il viendra encore égalité entre 1 Q et 26 ℞. M 48. Cela fait, quarrez la moitié des ℞. 13, il viendra 169, dont il faut ôter l'absolu, puisquil a le signe de M, et la ℞. du reste 121 sera 11, qu'il faut ôter de la moitié de ladite moitié des ℞. 13, le reste 2 est la mise du premier. Et si vous ajoutez 13 à la ℞. 11, la somme 24 sera le gain du second, comme veut la question.

Douzième Question.

Quatre autres ont fait compagnie; le premier a mis une somme; le second 10 liv. plus que le premier; le troisième autant que le deuxième moins 2 liv., et le quatrième a mis 10 liv. plus que le troisième; puis multipliant la mise du premier par celle du quatrième, il vient 40 : on demande combien ils auront chacun de 100 liv. qu'ils ont gagnées.

Pour

Pour faire cette Règle et toutes autres semblables, il faut premièrement trouver les mises de chacun.

Pour faire cela, considérez la différence de la mise du premier à celle du quatrième, elle est de 18; quarrez donc 18, son quarré est 324, auquel il faut ajouter le quadruple du produit, ce sera 484, dont la racine est 22; et si vous ajoutez la différence 18 avec 22, il viendra 40, dont la moitié, qui est 20, sera la mise du quatrième; et si vous ôtez 18 de 22, le reste sera 4, dont la moitié qui est 2, sera la mise du premier : le second a donc mis 12 livres, et le troisième 10 liv. Cela fait, pour trouver le gain de chacun, il faut faire la Règle de Compagnie à l'ordinaire.

Mises.
2
12
10
20

Si 44 ont gagné 100 liv., combien 2 liv. etc. Et faisant les 4 Règles de Trois, on trouvera le gain de chacun,

SAVOIR :

pour le premier	4 liv. $\frac{6}{11}$
pour le second	27 $\frac{3}{11}$
pour le troisième	22 $\frac{8}{11}$
pour le quatrième	45 $\frac{5}{11}$
Somme	100 livres.

Questions sur les Fractions.

Quelqu'un dit que s'il avait distribué les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ des $\frac{5}{6}$ de l'argent qu'il a, il aurait donné 84 liv.; on demande combien il avait d'argent.

Je suppose que 72 soit la somme qu'il avait, de laquelle les parties ci-dessus étant prises, se montent à 162 liv.

Après quoi on dira, par Règle de Trois, si 162 viennent de 72, d'où viendront 4 l ℞. 37 $\frac{1}{3}$ ou $\frac{3}{9}$, dont les $\frac{2}{3}$ les $\frac{3}{4}$ et les $\frac{5}{6}$ font 84, comme il se voit par les opérations ci-après.

```
Si . 162 . . . 72 . . .   84 l
                   par    72
 2/3 3/4 5/6            ─────
────────────             168
    72 dénom.            588
───────────            ─────
 2/3 48                 6048
 3/4 54                    5
 5/6 60                 1184
───────────             6048
   162                 ─────   ( 37 1/3 ou 3/9
                        1622
                         16
                         37 3/9
                       ─────
                         24 2/9
                         28
                         31 1/9
                       ─────
Preuve                   84
```

Autre Question.

Trouver un nombre, duquel en ayant ôté le tiers et le quart, le reste soit 48.

Je suppose que ce nombre soit 96, duquel le tiers et le quart sont 56, lesquels ôtés de 96, le reste est 40, et devait rester 48; ensuite il faut dire, par Règle de Trois :

Si 40 viennent de 96, d'où viendront 48?

		96
	$115 \frac{1}{5}$	288
+	$67 \frac{1}{5}$ à ôter	432
Reste	48 qui est la preuve.	4608
	$\frac{1}{40}$ R.	$115 \frac{1}{5}$ nombre requis.
		$\frac{1}{3}$ $38 \frac{2}{5}$
		$\frac{1}{4}$ $28 \frac{4}{5}$
		+ $67 \frac{1}{5}$

Autres Questions.

Trouver deux nombres, tels qu'étant ajoutés ensemble, leur somme soit $31 \frac{7}{12}$, et divisant le grand nombre par le moindre, le quotient soit 8.

Pour faire cela, ajoutez 1 au quotient requis 8, ce seront 9 pour diviseur de $31 \frac{7}{12}$, et le quotient sera $3 \frac{55}{108}$ pour le petit nombre, lesquels ôtés de $31 \frac{7}{12}$, le reste sera $28 \frac{8}{108}$ pour le plus grand nombre.

Divers Théorèmes avec leur application.

Trouver deux nombres tels que les $\frac{4}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, et que leur différence soit $5 \frac{1}{2}$.

Multipliez en croix $\frac{4}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 25 et 28, les $\frac{4}{5}$ de 25 sont 20, et les $\frac{5}{7}$ de 28 sont aussi 20 ; mais leur différence n'est que 3, et devait être $5 \frac{1}{2}$: donc 25 et 28 ne sont pas les deux nombres que l'on cherche.

Pour les trouver, il faut diviser 5 $\frac{1}{2}$ que l'on cherche par les 3 qui sont venus, il viendra 1 $\frac{5}{6}$; cela fait, il faut multiplier 28 par 1 $\frac{5}{6}$, il viendra 51 $\frac{1}{3}$; il faut aussi multiplier 25 par 1 $\frac{5}{6}$, il viendra 45 $\frac{5}{9}$; partant je dis que $\frac{1}{3}$ et 45 $\frac{5}{6}$ sont les deux nombres que l'on cherche.

Pour preuve, on voit que la différence de 51 $\frac{1}{3}$ à 5 $\frac{5}{6}$ est 5 $\frac{1}{2}$.

Et de plus, que les $\frac{4}{5}$ de 45 $\frac{5}{6}$ sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de 51 $\frac{1}{3}$

Application.

Un Marchand a deux pièces d'étoffe; le $\frac{4}{5}$ de l'une sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, et leur différence est 5 aunes $\frac{1}{2}$: on demande la longueur de chacune. ℞. 45 $\frac{5}{6}$ pour l'une, et 51 $\frac{1}{3}$ pour l'autre.

Deuxième Théorème sur le même sujet.

Trouver deux nombres, desquels la différence soit 1, et que les $\frac{3}{5}$ de l'un soient égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre.

Multipliez en croix $\frac{3}{5}$ par $\frac{5}{7}$, il viendra 21 et 25; puis divisez 1, qui devait venir, par la différence de 25 à 21 qui est 4, il viendra $\frac{1}{4}$ pour quotient.

Cela fait, multipliez 21 par $\frac{1}{4}$, il viendra 5 $\frac{1}{4}$; multipliez aussi 25 par $\frac{1}{4}$, il viendra 6 $\frac{1}{4}$: par-là on voit que 5 $\frac{1}{4}$ et 6 $\frac{1}{4}$ sont les deux nombres requis.

Preuve.

Pour preuve, tirez les $\frac{3}{5}$ de 3 $\frac{1}{4}$, il viendra 3 $\frac{3}{4}$; tirez aussi les $\frac{5}{7}$ de 5 $\frac{1}{4}$, il viendra aussi 3 $\frac{3}{4}$, qui est l'égalité.

Pour autre seconde preuve, on voit que la différence de 5 $\frac{1}{4}$ à 6 $\frac{1}{4}$ est 1, comme il est requis.

Application.

Un Marchand a deux pièces d'étoffe ; les $\frac{3}{5}$ de l'une sont égaux aux $\frac{5}{7}$ de l'autre, et leur différence est 1 aune : on demande la longueur de chacune. ℞. $5\frac{1}{4}$ et $6\frac{1}{4}$.

Théorème III.

Trouver deux nombres en proportion quadruple, lesquels fassent autant ajoutés que multipliés.

Ayant pris deux nombres à plaisir, qui soient en proportion quadruple, comme 4 à 16, on divisera leur somme qui est 20, par chacun d'iceux, savoir, par 4 et par 16, et leurs quotiens feront autant ajoutés que multipliés.

Divisant donc 20 par 4, il viendra 5; divisant aussi 20 par 16, il viendra $1\frac{1}{4}$: donc 5 et $1\frac{1}{4}$ sont les nombres requis.

Pour preuve, si on ajoute 5 avec $1\frac{1}{4}$, la somme sera $6\frac{1}{4}$; et si on multiplie les mêmes 5 par $1\frac{1}{4}$, le produit sera aussi $6\frac{1}{4}$.

Et pour seconde preuve, on voit que ces deux nombres $1\frac{1}{4}$ et 5 sont en proportion quadruple, comme veut la question.

Théorème IV.

Trouver un nombre qui étant multiplié par 48, et ajoutant à son produit 160, fasse autant que le même nombre multiplié par 56, après en avoir ôté 400.

Pour faire cela, il faut ajoutant le plus et le moins, savoir, 160 et 400, la somme sera 560 qu'il faut diviser par 8, qui est la différence de 48 à 56, et il viendra 70 pour le nombre que l'on cherche.

Pour preuve, il faut multiplier 70 par 48, il viendra 3360, auxquels ajoutant 160, la somme sera 3520.

Multipliez aussi les mêmes 70 par 56, le produit sera 3920, duquel ôtant les 400 proposés, le reste sera 3520, comme ci-dessus.

Autre Théorème.

On veut séparer 25 en deux parties, telles que divisant la grande par la petite, le quotient soit $25\frac{1}{4}$.

Ajoutez 1 à $25\frac{1}{4}$, la somme sera $26\frac{1}{4}$, et ce sera le dénominateur des 25, nombre à diviser; la somme sera $\frac{100}{107}$ pour la moindre partie, laquelle étant soustraite de 25, il restera $24\frac{7}{107}$ pour la grande partie.

Pour preuve, divisez $24\frac{7}{107}$ par la moindre partie, qui est $\frac{100}{107}$, le quotient sera $25\frac{1}{4}$, comme veut la question.

Autre Question sur le même sujet.

Trois Marchands ont 1000 livres à partager; le premier en doit prendre une partie; le second en doit prendre deux fois autant, plus 7; et le troisième en doit avoir autant que les deux premiers, moins 5: savoir combien chacun aura pour sa part.

Considérez l'opération ci-dessous, et vous trouverez la part du premier être 165 liv. $\frac{1}{6}$, et la part des autres ensuite.

Opération.

	33	
	991	
1		($165\frac{1}{6}$ part du premier.
2 P 7	666	$337\frac{2}{6}$ part du second.
3 P 7 M 5		$497\frac{3}{6}$ part du troisième.
6 P 9 ég. à 1000.		1000
6 égal à 991 à diviser par 6.		

Autre question sur le même sujet.

Trouver deux nombre, lesquels multipliés l'un par l'autre, fassent au produit 12, et divisant le grand par le petit, le quotient soit 1 $\frac{1}{2}$.

Pour l'opération, divisez 12 par 1 $\frac{1}{2}$ il viendra 8 pour le petit nombre, et 12 sera le grand nombre.

Grand nombre	12 ou $\frac{24}{2}$	
Petit nombre	8	
Quotient	1 $\frac{1}{2}$	$\frac{24}{3}$ (8

Ayant trouvé que le grand nombre est 12, et le petit nombre 8, si on divise 12 par 8, il viendra au quotient 1 $\frac{1}{2}$; si on multiplie 8 par 1 $\frac{1}{2}$, il viendra 12, comme le veut la question.

Questions sur les deux fausses Positions.

Question première.

Quel est le nombre, lequel étant multiplié par 3, et qu'à la moitié du produit on y eût ajouté $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{8}$ plus 25, le tout fasse 250.

Pour faire cela, il faut suivre l'ordre de la Règle de deux fausses positions, prenant premièrement un nombre à plaisir, comme 16, lequel étant multiplié par 3, le produit est 48, dont la moitié est 24; et si on ajoute le tiers, le quart, le sixième, le huitième de 24 avec les mêmes 24, et 25 de plus, la somme sera 70, et devait être 250; on a donc erré par moins de 180.

Pour seconde hypothèse, on prendra 32, et poursuivant avec iceux comme ci-dessus, on trouvera

115, et devait être 250 ; il y a donc encore erreur par moins de 135. Cela étant trouvé, le reste est facile ; et achevant l'opération, on trouvera le nombre que l'on cherche.

Question seconde.

Un homme faisant testament, a laissé 500 liv. à son fils et à sa fille, à la charge qu'il veut que la cinquième partie de la part du fils surpasse la quatrième partie de la part de la fille de 8 : on demande ce qu'ils auront chacun.

Je pose que la part de la fille soit 12, son quart est 5, et ajoutant 8 avec 3, la somme est 11 ; donc 11 est la cinquième partie de ce que doit avoir le fils, et multipliant 11 par 5, le produit est 55 pour la part du fils, qui ajoutés avec 12, part de la fille, fait 67, et devait faire 500 ; ôtant 67 de 500, le reste sera 433, qu'il faut poser en cette sorte : 12 M 433.

Ensuite on prendra un autre nombre à plaisir, savoir 16 pour la fille, son quart est 4, lesquels ajoutés avec 8 font 22 ; donc 12 est la cinquième partie du fils ; et multipliez 12 par 5, il viendra 60 pour sa part entière, qui ajoutés avec 16, part de la fille, feront 76, et il devait venir 500. Si on ôte 76 de 500, le reste sera 424, qu'il faut poser sous la première hypothèse, en cette sorte : 16 M 425 ; puis opérant selon le précepte de la Règle des deux fausses positions, on trouvera $295\frac{5}{9}$ pour la part du fils, et $204\frac{4}{9}$ pour la part de la fille.

Pour preuve, ajoutez ces deux portions, il viendra juste 500 liv. ; et pour seconde preuve, tirez la cinquième partie de la part du fils, y ajoutez 8, il viendra $51\frac{1}{9}$, lesquels multipliés par 4, il viendra $204\frac{4}{9}$ pour la part de la fille, comme veut la question.

Question troisième.

Un Architecte a pris un Tailleur de pierres pour 60 jours, auquel il a donné 32 sols par jour les jours qu'il a travaillé, et les jours qu'il a chômé il a restitué à l'Architecte 6 sols par jour, et au bout de 60 jours ils comptent ensemble, par lequel compte le Tailleur de pierres a reçu 37 liv. 6 sols; on demande combien il a travaillé de jours.

Je pose qu'il ait travaillé 20 jours à 32 sols, ce sont 32 liv., et qu'il ait chômé 40 jours à 6 sols, font 12 liv. à rabattre de 32 liv., il reste 20 liv. qu'il a reçues, et devait recevoir 37 liv. 6 sols; il y a donc erreur par moins de 17 $\frac{3}{10}$ qu'il faut poser en cette sorte : 20 M 17 $\frac{3}{10}$.

Je pose qu'il ait travaillé 30 jours à 32 sols, ce sont 48 liv., et chômé 30 jours à 6 sols, ce sont 9 liv. à rabattre de 48 liv., il reste 39 liv. qu'il a reçues, et ne devait recevoir que 37 liv. 6 sols; il y a donc erreur par plus de 1 $\frac{7}{10}$ qu'il faut poser en cette sorte : 30 P 1 $\frac{7}{10}$.

Opération.

	20 M	17 $\frac{3}{10}$	17 $\frac{3}{10}$
	30 P	1 $\frac{7}{10}$	1 $\frac{7}{10}$
par	17 $\frac{3}{10}$	20	19 divis.
	510	20	
	9	14	
	34	34	
	553		

172
553
—— (29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé.
199 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chômé.
1

Pour preuve, si vous multipliez les 29 $\frac{2}{19}$ de jour qu'il a travaillé, par 32 sols, il viendra 46 livres 11 sols 4 den. $\frac{12}{19}$ qu'il aurait dû recevoir.

Si aussi vous multipliez les 30 $\frac{17}{19}$ de jour qu'il a chômé, il viendra 9 liv. 5 sols 4 den. $\frac{8}{19}$ qu'il faut soustraire, et ce sera 37 liv. 6 sols, comme veut la question.

Question quatrième.

Un Marchand a acheté 12 pièces de marchandises qui coûtent 96 liv.; la deuxième coûte 1 liv. plus que la première, et la troisième 1 liv. plus que la deuxième, et toujours en augmentant d'une livre jusqu'à la dernière : on demande combien a coûté la première et toutes les autres ensuite.

Je pose que la première ait coûté 1 liv., la deuxième coûtera 2 liv., la tsoisième coûtera 3 liv., et ainsi de suite jusqu'à la douzième qui coûtera 12 l. : puis ajoutant selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 78, et devait être 96; il y a donc erreur par M de 18, que l'on posera en cette sorte : 1 M 18.

Pour seconde position, je pose que la première ait coûté 2 liv., la seconde coûtera 3 liv. la troisième coûtera 4 liv., et ainsi jusqu'à la douzième qui coûtera 13 liv. : puis faisant addition des 12 pièces, la somme sera 90 ; il y a donc erreur par M de 6, que l'on posera en cette sorte : 2 M 6, le tout comme il se voit ci-après par l'opération; on trouvera que la première coûtera 2 $\frac{1}{2}$, la seconde 3 $\frac{1}{2}$, et ainsi jusqu'à la douzième, qui coûtera 13 $\frac{1}{2}$; puis ajoutant selon l'addition de la progression arithmétique, la somme sera 96, comme veut la question.

Opération.

Prem. position. Seconde position.

1	7	2	8
2	8	3	9
3	9	4	10
4	10	5	11
5	11	6	12
6	12	7	13

1 moins	18	36
2 moins	6	6
	12	30

6
30
12 ($2\frac{1}{2}$ Prem. pièce.

$3\frac{1}{2}$	$8\frac{1}{2}$
$4\frac{1}{2}$	$9\frac{1}{2}$
$5\frac{1}{2}$	$10\frac{1}{2}$
$6\frac{1}{2}$	$11\frac{1}{2}$
$7\frac{1}{2}$	$12\frac{1}{2}$
	$13\frac{1}{2}$

12 13
plus 1 plus 2
font 13 font 15
par 6 par 6
78 90

$13\frac{1}{2}$
plus $2\frac{1}{2}$
16
par 6
96 comme il est requis.

Question cinquième.

Un Seigneur a acheté six bassins d'argent qui lui ont coûté 1015 livres 10 sols; le second lui a coûté 1 livre plus que le premier, le troisième 1 livre plus que le second, et ainsi des autres jusqu'au dernier : on demande combien coûte le premier, et les autres ensuite.

Pour la résolution de cette question, suivez l'ordre de l'explication de la question ci-devant, et vous

trouverez que le premier bassin coûtera 166 liv. 15 sols. La valeur des autres est facile à trouver.

Question sixième.

Deux Marchands ont du vin à faire venir d'Orléans par la voie du canal de Briare, l'un desquels en a 20 muids, et l'autre 64 muids; et pour le passage dudit canal, ils ont été obligés de payer le péage. Celui qui avait 20 muids de vin a donné 2 muids de vin, et on lui a rendu 4 liv.; l'autre qui en avait 64 muids, a donné 5 muids de vin, 4 liv. davantage de son argent : on demande combien ils ont payé pour chaque muid.

Construction de la Règle.

Je pose que le muid de vin valût 6 liv.; les deux muids que le premier a donnés en vaudront 12, et on lui rend 4 liv., il reste donc 8 livres qu'il a payées pour ses 20 muids de vin. Maintenant il faut dire :

Si 20 muids coûtent 8 liv. combien 64 ? R 25 $\frac{3}{4}$.

```
   1̸                      8
  812                   ─────
 ─────── ( 25 3/5        512
  2̸0̸0̸
   2̸
```

Or, il a donné cinq muids de vin qui valent 30 liv. à 6 liv. pièce, et 4 liv. qu'il a données de plus, ce sont 34, et ne devait être que 25 $\frac{3}{5}$, la différence est donc 8 $\frac{2}{5}$ qu'il faut poser en cette sorte : 6 plus 8 $\frac{2}{5}$.

Je pose que le muid vaut 10 liv., les deux vaudront 20 liv., et on lui rend 4 liv., il reste 16 liv. pour son péage de 20 muids; puis il faut dire :

Si 20...16...64? Rép. 51 $\frac{1}{5}$.

```
     64
   ----
    384          1024
     64          ----- (51 1/5.
   ----          200
   1024          2
```

Or, il a donné 5 muids qui valent 50 liv. et 4 l. de son argent sont 54, et ne devait faire que 51 $\frac{1}{5}$; il y a donc plus de 2 $\frac{4}{5}$, qu'il faut poser en cette sorte : 10 plus 2 $\frac{4}{5}$.

Pour le surplus de l'opération, suivez le précepte de la Règle des deux fausses positions.

```
 6 plus 8 2/5                            8 2/5
10 plus 2 4/5                            2 4/5
--------------                          ------
   84                     Reste          5 3/5 diviseur.
   16 4/5                               ------
  -------                                 28
reste 67 1/5 à diviser par  5 3/5
      336                  ------
                             28
        5
       336
      ----- (12
       288
        2
```

Rép. 12 liv. pour la valeur du muid de vin, et les deux muids valent 24 liv. dont on lui a rendu 4 liv.; partant il reste 20 liv. pour les 20 muids, qui est une liv. pour le péage de chaque muid.

Et le second a donné 5 muids, à raison de 12 liv. et 4 liv. d'argent, le tout fait 64 liv. qui est aussi 1 liv. pour chaque muid.

Questions sur la Racine quarrée.

Théorème premier.

La différence de deux nombres est $4 \frac{1}{2}$, et leur produit 405; qui sont-ils?

Application.

Une pièce de terre contient en sa superficie 405 arpens, et la différence de la longueur et de la largeur est $4 \frac{1}{2}$; on demande combien la longueur et combien la largeur.

Construction.

Quarrez la différence $4 \frac{1}{2}$, il vient $20 \frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du rectangle ou 405; il vient $1640 \frac{1}{4}$, desquels la racine quarrée est $\frac{81}{2}$ ou $40 \frac{1}{2}$, auxquels ajoutant la différence $4 \frac{1}{2}$ il viendra 45, desquels la moitié $22 \frac{1}{2}$ est la longueur de ladite pièce : Et au contraire ôtant la différence $4 \frac{1}{2}$ de $40 \frac{1}{2}$, il reste 36, dont la $\frac{1}{2}$ est 18 pour la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 18 à $22 \frac{1}{2}$ est $4 \frac{1}{2}$.

Et de plus, multipliant 18 par $22 \frac{1}{2}$, il viendra 405 comme il est requis.

Théorème second.

La différence de deux nombres est $8 \frac{1}{2}$, et leur produit est $412 \frac{1}{2}$; qui sont-ils?

Application.

Une pièce de terre rectangulaire contient en sa superficie 412 arpens $\frac{1}{2}$, la longueur excède la

largeur de 8 arpens $\frac{1}{2}$; on demande quelle est la longueur et aussi la largeur.

Il faut quarrer la différence 8 $\frac{1}{2}$, il viendra 72 $\frac{1}{4}$, qu'il faut ajouter au quadruple du produit, il viendra 1722 $\frac{1}{4}$, dont il faut extraire la racine quarrée, il viendra $\frac{83}{2}$ ou 41 $\frac{1}{2}$, auxquels il faut ajouter la différence 8 $\frac{1}{2}$, la somme est 50, dont la moitié 25 est la longueur de ladite pièce de terre : Et si on ôte la même différence de 41 $\frac{1}{2}$, le reste sera 33, dont la moitié 16 $\frac{1}{2}$ est la largeur.

Pour preuve, on voit que la différence de 25 à 16 $\frac{1}{2}$ est 8 $\frac{1}{2}$, et de plus que multipliant 25 par 16 $\frac{1}{2}$, il viendra 412 $\frac{1}{2}$, comme il a été proposé.

Autre Question.

La somme de deux nombres est 16, et la somme de leurs quarrés est 130 ; qui sont-ils ?

Quarrez 16, il viendra 256, qu'il faut ôter de 260 double de la somme des quarrés, le reste sera 4, dont la racine quarrée est 2 ; ajoutant la racine 2 à 16, qui est la somme des nombres proposés, il viendra 18, dont la moitié qui est 9, sera le grand nombre ; ensuite ôtant le même 2 des mêmes 16, il restera 14, la moitié qui est 7 est l'autre nombre.

Pour preuve, ajoutez ces deux nombres 9 et 7, il viendra 16, qui est la somme d'iceux ; puis quarrez les mêmes 9 et 7, il viendra 81 et 49, lesquels étant ajoutés font 130, qui est la somme des quarrés de ces deux nombres que l'on cherchait.

Autre Question.

Deviner deux nombres que quelqu'un aura pensés.

Je pose que ces deux nombres soient 3 et 7, la différence de 3 à 7 est 4, il faut multiplier 7 par 3,

il vient 21; cela fait, il faut quarrer la différence 4, il vient 16, puis quadrupler 21, il vient 84; ensuite il faut ajouter 16 à 84, il vient 100, dont la racine quarrée est 10, et y ajoutant la différence 4, il vient 14, dont la moitié est 7 pour le grand nombre, et ôtant la différence de 10, le reste est 6, dont la moitié 3 est le petit nombre; et partant je conclus que 7 et 3 sont les deux nombres pensés.

Autre Question.

Un Capitaine a 2738 Soldats, lesquels il veut mettre en bataillon rectangulaire en proportion double, comme de 2 à 4; on demande combien il y aura d'hommes en la longueur, comme aussi en la largeur.

Pour le savoir, divisez 2738 par 2 à cause de la proportion double, il viendra 1369, desquels la racine quarrée est 37 qui est le flanc; puis doublant 37, il viendra 74 pour le front.

Pour preuve, multipliez 74 par 37, le produit sera 2738, comme veut la question.

Autre Question.

On veut former un bataillon en forme de Trapèze par le moyen de 4418 hommes; on entend que le premier rang soit de 30 hommes, le second de 33, le troisième de 36, etc. : on demande combien il y aura de rangs, combien contiendra le dernier rang, et combien il y aura d'hommes en tout pour former ledit bataillon.

Il faut considérer que si le premier rang du bataillon est 30, si de ce nombre on prend le tiers, il viendra 10, et partant ce seront 9 termes qu'il faut augmenter audit nombre, dont le neuvième fera 27, et le premier 3.

Et pour avoir la quantité des 9 termes, si on ajoute le premier terme 3 avec 27 neuvième terme, il viendra 30, qu'il faut multiplier par $4 \frac{1}{2}$, il vienda 135, qu'il faut ajouter à 4418, et la somme sera 4553.

Pour faire la Règle, prenez le tiers de 4553, il viendra 1517, et 2 de reste; maintenant doublez 1517, il viendra 3034, dont la racine quarrée est 54, et reste 118, et ne devait rester que 54, il y a donc 64 de trop; et d'autant que le nombre 1517 a été doublé pour en tirer la racine, les 64 ne valent que 32, qu'il faut multiplier par 3, à cause que la progression est en raison triple, il viendra 96, auxquels ajoutez les 2 restés de la division, le tout fait 98. Or, je dis que 98 sont les hommes qui se trouvent surnuméraires.

Maintenant pour savoir combien il y a de rangs, ôtez 9 termes de la racine 54, parce qu'ils ne sont pas compris, et que l'on ne commence à compter que par le deuxième terme, le reste 45 est le nombre des rangs; et pour savoir combien il y a d'hommes au dernier rang, il faut tripler la racine 54, il viendra 162 pour les hommes du dernier rang.

Et pour savoir combien il y a d'hommes en tout, ajoutez le premier terme 30 avec 162, il viendra 192, qu'il faut multiplier par $22 \frac{1}{2}$ moitié du nombre des rangs, il viendra 4320, et ajoutant les surnuméraires, le tout fera 4418, comme veut la question.

Autre Question.

On veut former un bataillon en proportion, comme de 2 à 7, par le moyen de 345 hommes.

Il faut diviser 345 par 2 multipliés par 7, c'est-à-dire par 14, il viendra 24, et reste 9; puis tirant la racine quarrée de 24, il vient 4, et reste 8; ensuite multipliant la racine 4 par 2 et par 7, il viendra 8 et 28, qui sont en proportion comme 2 à 7.

Pour preuve, multipliez les deux côtés l'un par l'autre, savoir 28 par 8, il vient 224; et d'autant qu'il est resté 6 hommes de l'extraction, il faut les compter pour 8 fois 14, qui font 112, auxquels ajoutez les 9 restés de la division, le tout ensemble fait 121, lesquels ajoutés à 224, le tout fait 345 pour le nombre proposé, et c'est la preuve.

```
 7              69          8
 2              345         24
 ——                ( 24          4 racine  4 racine
14 diviseur     144         42              7
                1          ———            ———
                             8              28
   Reste        8 de l'extraction            8
 par            14                         ———
               ———                          224
 fait           112                         121
                9 restés de la division    ———
         ———                                345
          121
```

Questions sur la Racine cubique.

Question première.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits en forme ronde, trouver le solide de la maçonnerie à raison de 7 toises 3 pieds de profondeur.

Supposé que le grand diamètre soit 21 pieds, dites par Règle de Trois :

Si 7 de diamètre donnent 22 de circonférence, combien 21? ℞. 66 pour la circonférence.

Ensuite supposé que le petit diamètre soit 14 pieds, dites encore :

Si 7 de diamètre donnent 22, combien 14? ℞. 44 pour la circonférence. Ayant trouvé que la grande

circonférence est 66, et la petite 44, il les faut ajouter ensemble : la somme est 110, qu'il faut multiplier par $3 \frac{1}{2}$, le produit donnera 385, desquels la moitié est $192 \frac{1}{2}$, qu'il faut multiplier par 7 toises 2 pieds, ou par 45 pieds, le produit donnera $8662 \frac{1}{2}$ pieds, lesquels divisés par 216, valeur de la toise cube, il viendra 40 toises et $22 \frac{1}{2}$ pieds cubes pour la solidité de toute la maçonnerie.

Question seconde.

Etant donné à toiser la maçonnerie d'un puits qui est en ovale, trouver le solide de ladite maçonnerie à raison de $4 \frac{1}{2}$ toises de profondeur.

Je suppose que le grand diamètre de l'ovale, c'est-à-dire de dehors en dehors de la maçonnerie, contient 2 toises 4 pieds, ou 16 pieds, et le petit diamètre de la même ovale de dehors en dehors aussi contient 2 toises ou 12 pieds.

Maintenant il faut connaître le contenu de l'ovale en sa superficie; pour faire cela, il faut multiplier la longueur de l'ovale qui est 16 pieds par 12 qui est la largeur, il viendra 192; dites après, par Règle de proportion :

Si 14...11...192? ℟. 150 pieds $\frac{6}{7}$ pour la superficie entière de l'ovale.

Or, pour avoir le contenu de la maçonnerie, il faut savoir combien elle contient en dedans œuvre, c'est-à-dire, de dedans en dedans Pour faire cela, supposé que le grand diamètre contienne 2 toises, et le petit $1 \frac{1}{2}$ toise, il les faut multiplier l'un par l'autre, savoir, 12 pieds par 9 pieds, il viendra 108 pieds; cela fait, dites par la Règle de Trois, comme ci-dessus :

Si 14...11...108? ℟. 84 pieds $\frac{6}{7}$ pour la superficie du dedans, qu'il faut soustraire de $150 \frac{6}{7}$, restera 66 pieds pour la superficie de la maçonnerie. Et pour

avoir le solide de ladite maçonnerie, il faut multiplier les 66 par les 27 pieds de la profondeur, et il viendra 1782 pieds cubes, qu'il faut diviser par 216 pour avoir des toises cubes, il viendra 8 toises, reste 54 pieds ou $\frac{1}{4}$ de toise cube.

Question troisième.

Il y a une Terrasse rectangulaire solide, qui contient 5,832,000,000 pieds cubes, de laquelle la longueur contient 6 fois la hauteur, et la hauteur 6 fois l'épaisseur; on demande combien contient la longueur, la hauteur et l'épaisseur.

Je pose que l'épaisseur soit 1 pied, et selon la Règle des rectangles, la hauteur sera 6 pieds, et la longueur 36, lesquels multipliés l'un par l'autre, le produit donnera 216 pieds cubes, et on devait trouver 5,832,000,000; c'est pourquoi la position est fausse : mais si je divise le tout par 216, le quotient donnera 27,000,000, desquels la racine cubique est 300 pieds pour l'épaisseur, lesquels multipliés par 6 le produit sera 1800 pour la hauteur, qu'il faut encore multiplier par 6, et on aura au produit 10800. Pour preuve, si vous multipliez ces trois produits l'un par l'autre, le dernier produit donnera 5,832,000,000 pieds cubes, comme veut la Règle.

Question quatrième.

Un Seigneur veut faire faire un Fort qui soit de 486 toises cubes, et il entend que la largeur soit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, et l'épaisseur la moitié de la largeur : on demande la longueur, largeur et épaisseur dudit Fort.

Construction.

Je pose que la longueur soit 1 ℞., sa largeur sera donc $\frac{3}{4}$ ℞. et l'épaisseur $\frac{3}{8}$ ℞.; cela supposé, il faut

multiplier l'un par l'autre, savoir, 1 ℞. par $\frac{3}{4}$ ℞., il vient $\frac{3}{4}$ Q, qu'il faut multiplier par $\frac{3}{8}$ ℞., il vient $\frac{9}{32}$ cubes égaux à 486 toises cubes.

Maintenant divisez 486 par $\frac{9}{32}$, il viendra au quotien 1728, dont la racine cubique, qui est 12, est la longueur dudit fort, sa largeur sera 9, et l'épaisseur sera 4 $\frac{1}{2}$ toises, comme veut la Règle.

Opération.

1 ℞. par $\frac{3}{4}$ ℞. fait $\frac{3}{4}$ Q par $\frac{3}{8}$ font $\frac{9}{32}$ cubes.

$$\frac{1}{86} \times \frac{9}{32} \qquad \frac{\begin{array}{c}627\\15552\end{array}}{9999}\ (1728 \qquad\qquad \frac{1\ 728}{\begin{array}{c}1\ 8\\728\end{array}}\ (12$$

Cinquième Question sur le même sujet.

Un Seigneur veut faire vider 2592 toises cubes de terre pour faire un fossé, mais il entend que la largeur soit les $\frac{3}{4}$ de la longueur, et la profondeur le tiers de la largeur; on demande qu'elle sera la largeur, longueur, et aussi la profondeur.

Pour l'opération, il faut garder le même ordre que ci-dessus, et vous trouverez 24 pour la longueur. Le reste est facile à trouver.

TRAITÉ
DE
L'ARITHMÉTIQUE
PAR LES JETONS.

CETTE Arithmétique est aussi utile que celle qui se fait avec la plume; puisqu'avec des Jetons on fait toutes les Règles dont on a besoin dans tous les calculs qui servent dans le Commerce. Cette manière de calculer est plus pratiquée par les femmes que par les hommes; cependant plusieurs personnes qui sont employées dans les Finances et dans toutes les Juridictions, s'en servent avec beaucoup de succès. Les Maximes dont on se sert dans cette façon de calculer, sont semblables à celles qui se pratiquent avec la plume, car la Numeration, la Position, l'Addition, la Soustraction, la Multiplication et la Division, seront définies comme elles l'ont été dans le Traité précédent, où on aura recours, si on en a besoin.

Dans sa pratique, on emploie des caractères qui conviennent au jet, et dont les Financiers se servent ordinairement, qui sont représentés ci-après.

Ceux à qui ils ne conviendront pas, se serviront des chiffres de l'Arithmétique à la plume, s'ils le jugent à propos.

Chiffres de Finances.

j	un.	xxiv	vingt-quatre.
ij	deux	xxv	vingt-cinq.
iij	trois.	xxvj	vingt-six.
iiij	quatre.	xxvij	vingt-sept.
v	cinq.	xxviij	vingt-huit.
vj	six.	xxix	vingt-neuf.
vij	sept.	xxx	trente.
viij	huit.	xl	quarante.
ix	neuf.	l	cinquante.
x	dix.	lx	soixante.
xj	onze.	lxx	soixante-dix.
xij	douze.	lxxx	quatre-vingts.
xiij	treize.	xc	quatre-vingt-dix.
xiiij	quatorze.	c	cent.
xv	quinze.	iic	deux cents.
xvj	seize.	iiic	trois cents.
xvij	dix-sept.	iiiic	quatre cents.
xviij	dix-huit.	vc	cinq cents.
xix	dix-neuf.	m	mille.
xx	vingt.	iim	deux mille.
xxj	vingt-un.	iiim	trois mille, ainsi des autres.
xxij	vingt-deux.		
xxiij	vingt-trois.		

De la Position et de la Numération.

La Position est un certain arrangement d'un, de deux, ou de plusieurs Jetons disposés de manière que, suivant l'idée de son Auteur, ils signifient quelque chose qu'il a voulu expliquer; mais parce que cet ordre dépend de la puissance des nombres et de l'ordre qu'on a de compter, il faut observer que

pour établir cette position, on place ordinairement le Jeton en ligne droite, commençant par en bas, et remontant vers le haut, observant de laisser entre chaque Jeton une distance égale; et ses Jetons ainsi posés, sont nommés l'Arbre du grand Jet, et ils montrent l'ordre et les degrés de la Numération. Le plus bas est appelé Nombre, c'est-à-dire, qu'il s'exprime par soi-même; le second en montant est appelé Dixaine, le troisième Centaine; le quatrième Mille; le cinquième Dix mille; le sixième Cent mille, et ainsi des autres, de dix en dix : de sorte que tous les Jetons qui seront posés vis-à-vis de chacun des degrés de l'Arbre de numération; à la droite ou à la gauche horizontalement, vaudront autant de fois la chose que l'on voudra exprimer, qu'il y aura de Jetons multipliés sur chaque degré. Par exemple, si devant le troisième degré il y a quatre Jetons, ils signifieront quatre cents, soit hommes, soit livres, soit écus, etc. Si devant le quatrième degré il y en a deux, ils signifieront deux mille; c'est-à-dire, qu'il faudra exprimer la valeur des Jetons par leur nombre, en leur donnant la dénomination du degré de l'arbre, vis-à-vis duquel ils sont rangés. Pour faire comprendre la chose plus clairement, il n'y a qu'à regarder l'exemple de la I. Figure ci-après.

Exemples

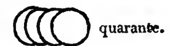
Exemple. *I. Figure.*

Echelle de Numération.

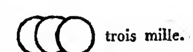



trois cents.

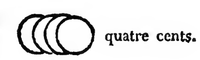



quarante.




trois mille.




quatre cents.




cinquante




trois.

Dans les opérations qui seront faites dans toutes les Règles de ce Traité, on ne posera que les Jetons de l'échelle simplement, c'est-à-dire sans aucune inscription dedans, et même sans échelle, qui cependant auront une dénomination semblable à ceux de l'échelle de l'exemple de la première Figure; et cette dénomination doit être par conséquent expliquée par Nombre, Dixaine, Centaine, etc. comme il a été dit ci-dessus. Ainsi, pour nombrer la somme de l'exemple de ladite I. Figure, suivant sa disposition, le produit donnera trois cent quarante-trois mille quatre cent cinquante-trois.

Vous vous ressouviendrez que dans cet exemple les grands Jetons ne servent qu'à représenter l'échelle de la Numération, et l'ordre qu'ils doivent avoir; et que les Jetons qui seront posés entre les degrés de l'échelle, vaudront cinq fois autant que ceux du degré inférieur, ou la moitié du supérieur: et pour distinguer les Jetons qui ne vaudront que cinq en abrégé, dans les opérations où il sera nécessaire d'en mettre, ils seront décrits plus petits que les autres, ce qu'il sera facile de reconnaître dans les Règles suivantes.

Ceux qui auront bien compris la valeur des Jetons, suivant les degrés de l'échelle de numération, n'auront point de difficulté à poser tel nombre proposé qu'on leur donnera, et de l'exprimer selon l'ordre de ladite échelle. Par exemple, si on veut poser soixante-deux mille sept cent quatre-vingt-neuf, il faudra ranger les Jetons comme vous les voyez dans l'exemple de la II. Figure ci-après.

On peut retrancher, si on veut, plusieurs Jetons dans cet exemple et dans les autres qui suivent, et cette manière de retrancher les Jetons est sans contredit beaucoup plus commode et moins embarrassante, quand on le sait bien pratiquer. Il faut remarquer qu'on peut lever les Jetons à tous les rangs

Exemple. *II. Figure.*

Dixaine de mille.		Soixante.
Mille.		Deux mille.
Centaine.		Sept cents.
Dixaine.		Quatre-vingts.
Nombre.		Neuf.

de chaque position, dès qu'il y en a plus de cinq, ce qui va être expliqué dans l'exemple de la Figure III. Premièrement, commençant par le premier rang d'en haut où sont les dixaines de mille, et où il y a six Jetons qui valent soixante mille; si vous en levez cinq, et que des cinq vous en posiez un entre le rang des centaines de mille et des dixaines

de mille, ce Jeton, suivant la position, vaudra, comme il a été dit ci-devant, cinquante mille; si vous le joignez avec celui qui est dessous, qui vaut dix mille, ils vaudront ensemble soixante mille, ce que les six Jetons valent à l'exemple de la Figure II. On peut faire la même chose aux sept Jetons qui sont posés vis-à-vis les centaines, qui valent sept cents; il n'y aura qu'à en ôter cinq, et en poser un entre les mille et les centaines, qui vaudra cinq cents; si on le joint avec les deux de dessous, qui sont vis-à-vis les centaines, qui valent deux cents, les deux ensemble vaudront pareillement sept cents. On peut encore faire de même aux Jetons posés devant le Nombre. Il y en a neuf dont on en peut lever cinq, il en reste quatre, qui est leur propre valeur, et en poser un entre les dixaines et les nombres, qui vaudra cinq; si on le joint avec les quatre qui sont posés dessous, ils feront ensemble neuf.

Vous observerez la même chose dans toutes les autres positions; remarquant que tous les Jetons que l'on posera dans les intervalles de quelque dégré que ce soit, vaudront toujours cinq fois la valeur d'un de ceux qui seront au-dessous, et la moitié d'un de ceux qui seront au-dessus, comme il a été dit ci-devant; et que chaque Jeton qui sera posé dans un intervalle, étant compté pour cinq, doit toujours être ajouté au nombre de dessous, et prendre le titre du Jeton de l'échelle vis-à-vis duquel les Jetons qui seront au-dessous du même, seront posés, comme vous le pouvez remarquer dans l'exemple de la Figure III, où il y a un Jeton posé entre cent et mille, ce Jeton vaut cinq, savoir, cinq centaines, parce qu'il est posé entre mille et cent; les deux Jetons qui sont posés dessous et vis-à-vis du rang des centaines, ne valent que des centaines, par conséquent le Jeton qui vaut cinq, qui est posé dans

Exemple.	*III. Figure.*	
Centaine de mille.		
Dixaine de mille.	50 10	Soixante.
Mille.	Deux mille.	
Centaine.	500 200	Sept cents.
Dixaine.	50 30	Quatre-vingts.
Nombre.	5 4	Neuf.

l'intervalle, joint avec les deux qui sont vis-à-vis des centaines, font sept cents; ainsi des autres.

Cet ordre doit être régulièrement observé dans toutes les opérations de l'Arithmétique aux Jetons, tant dans l'Addition, la Soustraction, la Multiplication, que dans la Division.

DE L'ADDITION.

Première Règle.

Définition. Ajouter, c'est mettre plusieurs nombres ou sommes de même espèce ensemble, et en trouver la somme totale.

Exemples d'Addition en nombres entiers.

On propose d'ajouter les quatre sommes suivantes, pour en faire un total, savoir :

Deux cent quarante-cinq livres, ou	IICXLV livres.
Trois cent vingt-huit livres, ou	IIICXXVIII livres.
Cinquante-neuf livres, ou	LIX livres.
Quatre-vingt-trois livres, ou	LXXXIII livres.
La somme totale monte à	VIICXV livres.

Pour faire cette Règle, il faut observer ce qui a été dit ci-devant pour l'ordre de l'échelle et pour la position des Jetons, et poser d'abord pour la première des sommes, qui est deux cent quarante-cinq livres, deux Jetons pour les deux cents livres, vis-à-vis du degré de l'échelle qui marque les centaines; pour les quarante livres, on posera quatre Jetons vis-à-vis du dégré qui marque les dixaines; et pour les cinq livres, on posera cinq Jetons vis-à-vis du degré de l'échelle qui marque les nombres simples, comme vous voyez à la IV. Figure.

Exemple. *IV. Figure.*

Centaine. Deux cents.

Dixaine. Quarante.

Nombre. Cinq.

Première Opération de l'exemple.

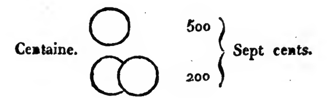
Pour les trois autres sommes, il faut les ajouter l'une après l'autre à la première, observant le même ordre qu'on y a gardé en la faisant; ce qui étant fait, on trouvera que lesdites quatre sommes ajoutées ensemble, feront celle de sept cent quinze livres, comme le montre la V. Figure.

On écrira cette somme totale de sept cent quinze livres, en chiffres de Finance, de cette manière vnicxv liv., ou en chiffres ordinaires, ainsi 715 liv., qui feront les uns ou les autres la même somme.

Quand on saura bien faire l'Addition en nombres entiers, il ne sera pas difficile de la faire avec des livres, des sols et des deniers; ce qui va être enseigné le plus clairement qu'il sera possible dans l'exemple de la VI. Figure, page 490

Exemple. *V. Figure.*

Mille.



Dixaine. 10 }
Quinze liv.
Nombre. 5 }

Exemple d'Addition par livres, sols et deniers.

Pour faire l'Addition avec des livres, sols et deniers; il faut observer de poser les sommes des livres, comme elles l'ont été aux deux précédens exemples des Figures IV et V, y ajouter la marque qu'on met aux livres; et à l'égard des sols et des deniers, il faut les poser vis-a-vis les livres, le nombre des sols devant le nombre de l'échelle, et les dixaines de sols devant les dixaines de l'échelle, y ajoutant la marque des sols, qui est une s : les deniers doivent être aussi posés vis-à-vis les sols ;

et comme chaque sol vaut douze deniers, quand on voudra poser six deniers en moins de Jetons, on en posera un sous le rang des sols; alors il vaudra simplement six deniers, y ajoutant aussi la marque qu'on met ordinairement au-dessus des deniers, comme ils sont marqués à l'exemple de la VI. Figure, vis-à-vis le degré des Nombres.

Quand on fera une Addition, et qu'on aura douze deniers qui valent un sol, il faudra poser un Jeton au rang des sols; quand il y aura vingt sols, qui valent une livre, il faudra poser un Jeton au rang des livres, comme vous le pouvez voir à la VI. Figure, où les livres, les sols et les deniers ont chacun la marque qu'on leur met ordinairement pour les distinguer les uns des autres.

Il vous est proposé de faire une addition des quatre sommes qui suivent, pour savoir à quoi elles montent.

La première est de IIII livres IX sols VII den.
La seconde est de XXXII livres XII sols VII den.
La troisième est de XLIII livres XVII sols IX den.
Et la quatrième de ICXXXVII livres XV sols VIII d.

Il faut commencer à poser la première somme, qui est quatre livres neuf sols sept deniers, et placer les quatre livres vis-à-vis le rang des nombres; sur le même rang vous placerez le nombre des sols simples, observant de laisser un intervalle entre les livres et les sols, afin de ne les pas mêler ensemble; il y en a neuf qu'on peut mettre tout de suite, si l'on veut; mais comme cela emploîrait beaucoup de Jetons, on peut en mettre quatre, afin d'abréger, et au-dessus desdits sols mettre un Jeton, qui dans ce rang, qui est entre la dixaine et le nombre, vaudra cinq, et vous aurez par ce moyen posé vos neuf sols : pour les sept deniers, il les faut mettre

Exemple. *VI. Figure.*

Centaine.

Dixaine.

Nombre.

tt S S

Quatre livres neuf sols sept deniers.

vis-à-vis le rang du nombre, et après les sols, y laissant un petit intervalle entr'eux. Ils se peuvent mettre tout de suite; mais pour abréger, on posera seulement un Jeton après les 3 sols, qui ne vaudra simplement qu'un denier, et dessous les sols un autre Jeton, qui, à cause de cette position, vaudra six deniers, comme vous le pouvez remarquer à la VI. Figure.

Après avoir posé la première somme, il faudra y ajouter la seconde, qui est trente-deux livres douze sols septs deniers, observant de poser les livres, les sols et les deniers, chacun au rang où ils doivent être mis; le produit des deux sommes ajoutées ensemble sera de trente-sept livres deux sols deux deniers. *Voyez la VII. Figure.*

Exemple. *VII. Figure.*

Centaine.

Dixaine. Trente.

Nombre.

Sept livres deux sols deux deniers.

VIII. Figure.

Centaine.

Dixaine. Quatre-vingts livres.

Nombre.

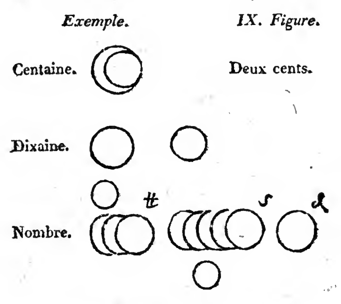
dix-neuf sols onze deniers.

Il faut encore ajouter à la première et seconde

somme qui a produit trente-sept livres deux sols deux deniers, la troisième qui est de quarante-trois livres dix-sept sols neuf deniers, observant toujours de poser les livres, les sols et les deniers, chacun à leur rang, comme il a été pratiqué aux deux précédentes Règles de la VI. et VII. Figure; les trois sommes ajoutées ensemble produiront celle de quatre-vingts livres dix-neuf sols onze deniers. *Voyez la huitième Figure.*

Enfin il faut encore ajouter la quatrième et dernière somme, qui est de cent trente-sept livres quinze sols huit deniers, aux trois précédentes qui ont produit quatre-vingts livres dix-neuf sols onze deniers.

Exemple. *IX. Figure.*



huit livres quinze sols sept deniers.

Pratiquant les Règles prescrites aux trois Additions qui viennent d'être faites ci-devant, vous aurez au

produit la somme de deux cent dix-huit livres quinze sols sept deniers, qui est la somme totale qui vous a été proposée de calculer aux Jetons, comme vous le pouvez remarquer à la somme de la IX. Figure.

DE LA SOUSTRACTION.

Seconde Règle.

Définition. Soustraire est ôter une petite somme d'une grande, et en donner le reste.

On veut ôter d'une somme qui contient vingt-quatre, celle de quatorze ; la Soustraction étant faite, il restera dix, qui est la somme ou le reste qu'on demande : si on ajoute le reste dix, avec les quatorze, les deux sommes feront ensemble celle de vingt-quatre, qui est la preuve.

Pour faire cette Règle, il faut commencer d'abord à poser l'échelle de Numération, comme il l'a été à la Règle d'Addition, qui fera connaître tous les degrés de ladite échelle, qui sont toujours les mêmes dans toutes les Règles de l'Arithmétique aux Jetons.

On commence à poser la somme qui est due à main gauche et près de l'échelle de Numération ; la somme qui a été payée se pose auprès, et la somme qui reste à payer est posée à main droite, comme la X. Figure le démontre.

On suppose qu'il est dû à une personne la somme de sept mille huit cent quatre-vingt-dix-sept livres ; sur cette somme on lui a payé trois mille six cent soixante et seize livres : on demande combien il reste à lui payer.

Pour soustraire la somme qu'on a payée de la somme qui était due, on commence à ôter par le

Exemple. *X. Figure.*

Dixaine de mille

	Dette.	*Paye.*	*Reste.*
Mille.			
Centaine.			
Dixaine.			
Nombre.			

Quatre mille deux cent vingt une liv.

haut de l'échelle à main gauche ; et on dit, qui de sept mile en paye trois, reste quatre qu'on pose à main droite, sur le degré des mille; puis on dit, qui de huit cents en paye six, reste deux, qu'on pose encore à main droite, sur le degré des centaines : enfin, on dit, qui de sept en paye six, reste un, que l'on pose à main droite sur le degré des nombres,

Après avoir fait cette Soustraction, il reste la somme de quatre mille deux cent vingt-une livres.

Preuve.

Pour prouver que la Soustraction est bien faite, il n'y a qu'à additionner la somme qui reste à payer avec celle qu'on a payée; si les deux sommes ensemble sont égales à celle qui était due, la Règle est bonne. Il faut remarquer que ce qu'on soustrait, doit être toujours de même espèce, car si vous vouliez soustraire des écus de livres, cela ne se pourrait pas faire, à moins qu'on ne réduisît les écus en livres, avant que de faire la Soustraction.

Dans la Règle de Soustraction, il n'y a ordinairement que deux sommes, savoir, la dette et la paye : quand il y a des sols et des deniers à soustraire de ces sommes, ils ne se trouvent qu'au rang du Nombre; et comme il est nécessaire d'expliquer la manière de faire cette Soustraction, vous n'avez qu'à jeter la vue sur l'article suivant.

A l'égard des sols, quand il s'en trouve dans les sommes dues, il les faut poser auprès des livres; s'il y a des deniers, il les faut poser auprès des sols sur le même rang du nombre, à main gauche. Quand il y a des sols dans les sommes payées, il les faut poser auprès des livres; et s'il y a des deniers, il faut les poser auprès des sols sur le même rang du nombre, à main droite. Après avoir soustrait de la somme payée, le reste est la somme qui est encore due.

Quand on fera la Soustraction de quelque somme, si le nombre des livres de la paye est plus grand que celui de la dette, il faudra emprunter une dixaine du degré supérieur de la dette, et après faire la Soustraction.

Si les sols de la dette sont moindres que ceux de la paye, il faudra emprunter une livre sur les livres

de la dette; comme cette livre vaut vingt sols, il faut les ajouter avec les sols de la dette, et ensuite faire la Soustraction.

Enfin si les deniers de la dette sont moindres que ceux de la paye, il faudra emprunter un sol sur les sols de la dette; comme ce sol vaut douze deniers, il faut les ajouter avec les deniers de la dette, et ensuite faire la Soustraction, comme on l'a fait aux livres et aux sols.

DE LA MULTIPLICATION.

Définition. Multiplier est trouver un nombre qui contienne autant de fois le nombre multiplié qu'il y a d'unités au multiplicateur.

Si on veut multiplier deux nombres, savoir, six et quatre, l'un par l'autre; l'on suppose que le nombre quatre est le multiplicateur : il est certain que le produit de cette multiplication donnera vingt-quatre; dans ce nombre vingt-quatre, il y quatre fois six, par conséquent autant de fois six qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre.

Pour faire cette Règle, il faut premièrement placer l'échelle de Numération, comme on a fait aux Règles précédentes. Ensuite poser le nombre à multiplier à la main gauche de ladite échelle, et proposer un nombre tel qu'il vous plaira pour multiplicateur, on suppose que ce soit quatre; il faut donc retenir ce nombre dans sa mémoire, ou l'écrire sur du papier, ou en tel autre endroit qu'il vous plaira, afin de s'en servir pour faire la multiplication.

Le nombre à multiplier de cette Règle, soit soixante-sept, qu'on veut multiplier par le multiplicateur

Exemple. *XI. Figure.*

Centaine.

Dixaine.

Nombre.

Deux cent soixante huit.

quatre; il faut donc commencer à multiplier les sept Jetons qui sont posés devant le degré des Nombres à gauche, par le multiplicateur quatre, et dire : Quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, il faut les poser à la droite de l'échelle, devant le degré des dixaines, et les huit restans devant le degré des Nombres. Après cela, il faut aller aux six Jetons qui sont posés à gauche au rang des dixaines, et les multiplier par le même multiplicateur quatre, et dire; quatre fois six font vingt-quatre, dans ces vingt-quatre il y a vingt-quatre dixaines qui valent deux cent quarante; il faut poser deux Jetons devant le rang des centaines pour les deux cents, et pour les quarante restans qui valent quatre dixaines, il faut poser quatre Jetons devant le rang des dixaines, et la Règle sera faite.

Il a été mis une petite distance entre les dixaines des deux multiplications, afin de les mieux distinguer, et remarquer que la première a produit vingt-huit, et la seconde vingt-quatre. Pour savoir ce que ces deux multiplications-là doivent produire au total, il faut prendre garde aux rangs où sont placés les Jetons de la Règle, et comme il y a deux Jetons devant le rang des centaines, on dira deux cents; devant le rang des dixaines, où il y en a six, on dira soixante; et devant le rang des nombres, où il y en a huit, on dira huit : Par conséquent il y a dans le total de cette multiplication, deux cent soixante-huit, comme vous le voyez à la XI. Figure; parce que le nombre soixante-sept a été multiplié par quatre, qui fait connaître que dans le nombre deux cent soixante-huit, il y a autant de fois soixante-sept qu'il y a d'unités au multiplicateur quatre; ce qu'il fallait démontrer.

Toutes les multiplications qui se feront par une seule figure, n'auront point d'autres préceptes que ceux qui viennent d'être enseignés dans cette Règle de Multiplication.

Autre Règle de Multiplication, où il y a deux figures au Multiplicateur.

Le nombre proposé à multiplier, soit quarante-sept, qu'on veut multiplier par trente-quatre, qui est composé de deux figures. Pour faire cette Règle, il faut premièrement multiplier le nombre quarante-sept par le quart du nombre trente-quatre, et dire : quatre fois sept font vingt-huit, dans ces vingt-huit il y a deux dixaines, qu'il faut poser vis-à-vis le rang des dixaines, et les huit restans vis-à-vis le rang des nombres ; il faut multiplier aussi les quarante, qui valent quatre dixaines, par le même

Exemple. *XII. Figure.*

Mille.

Centaine.

Dixaine.

Nombre.

Mille cinq cent quatre-vingt dix-huit.

quatre, disant : quatre fois quatre font seize, qui sont autant de dixaines, qui valent cent soixante, il faut poser un Jeton, qui vaudra dix dixaines ou cent, vis-à-vis le rang des centaines, et pour les soixante restans, qui valent six dixaines, poser six Jetons vis-à-vis le rang des dixaines. Cette multiplication par le quatre de trente-quatre étant faite, il faut faire celle de la seconde figure, qui est trois; et commme ce trois vaut trente, parce que par le rang qu'il tient, il est placé au rang des dixaines, il faut dire : Trois fois sept font vingt-un, qui produisent par cette raison vingt-une dixaines, qui valent deux cent dix; il faut donc poser deux Jetons vis-à-vis le rang des centaines, et la dixaine restante vis-à-vis le rang des dixaines; ensuite il faut multiplier le quatre de quarante par le même trois dont on vient de

se servir, et dire : Trois fois quatre font douze, qui valent par la même raison qui vient d'être expliquée ci-dessus, mille deux cents, il faut poser un Jeton vis-à-vis le rang des mille, et les deux cents restans vis-à-vis le rang des centaines : la Règle étant faite, on trouvera pour la somme totale celle de quinze cent quatre-vingt-dix-huit, comme la XII. Figure le fait voir.

S'il y avait trois ou quatre figures au multiplicateur, il faudrait toujours élever le produit de degré en degré, allant du rang des mille au rang des dix mille, du rang des dix mille au rang des cent mille, et de suite aux autres rangs plus hauts, si la somme de la multiplication le demande.

Les deux manières ci-dessus bien comprises peuvent suffisamment conduire à de plus grandes Règles.

AVERTISSEMENT.

Quant à la Multiplication des sols, pour avoir des livres et des sols en même temps, s'il est nécessaire, il faudra se servir des Règles qui sont enseignées dans mon Arithmétique à la plume, pour les parties aliquotes de la livre de vingt sols, que l'on peut voir dans la Table à la page 98, que je décris ci-après, afin de n'avoir pas la peine de l'aller chercher à l'endroit que je viens d'indiquer.

TABLE.

Pour	dix sols	il faut prendre	la moitié.
	cinq		le quart.
	quatre		le cinquième.
	deux		le dixième.
	un		le vingtième.

Si on veut évaluer une certaine quantité d'aunes de marchandises, à raison de dix sols l'aune ou la pièce, il est évident, par la Table ci-dessus, que dix sols sont la moitié de vingt sols que contient la livre; par cette raison, il faudra prendre la moitié de la quantité des aunes de cette marchandise, et cette moitié sera prise pour les livres; mais si le nombre est impair, le surplus de ce nombre sera pris pour une moitié, qui vaudra dix sols.

Par exemple, on veut savoir combien valent vingt-cinq aunes d'étoffe à quatre livres dix sols; il faut multiplier les vingt-cinq aunes par les quatre livres, et ensuite il faut prendre pour les dix sols la moitié de vingt-cinq, qui est douze livres dix sols, qu'il faut joindre avec le produit des livres, et vous aurez au produit total la somme de cent douze livres dix sols, pour lesdites vingt-cinq aunes, à quatre livres dix sols.

Quand il faudra multiplier par cinq sols, on prendra le quart de la somme à multiplier; si c'est par quatre sols, on prendra la cinquième, et le reste comme à la Table ci-devant.

Table des parties aliquotes de 24 et 12 deniers.

Pour les six deniers, il faut prendre le quart du dixième du nombre à multiplier, et la moitié du reste.

Pour quatre deniers, il faut prendre le sixième, et le tiers du reste.

Pour trois deniers, il faut prendre le huitième du dixième, et le quart du reste.

Pour deux deniers, il faut faire comme pour quatre deniers, et du produit en prendre la moitié.

Pour un denier, il faudra faire comme pour quatre deniers, et du produit en prendre le quart.

Vous remarquerez que quand on dit qu'il faut prendre le quart pour six deniers, et le sixième pour

quatre, c'est abaisser le produit de la Multiplication d'un degré à l'égard du degré d'où ce produit est tiré, qui est la même chose que ce que nous appelons dans notre Arithmétique à la plume, retrancher une figure du nombre à multiplier pour en avoir le dixième : et cette partie aliquote de quart ou de sixième étant tirée du dixième, à l'égard de vingt-quatre deniers pour avoir des livres, il faudra tirer du reste la moitié ou le tiers, etc. à l'égard de douze deniers pour avoir des sols et des deniers.

Pour les parties aliquantes de vingt sols, comme quand il se trouve dix-sept sols, etc. ou pour celles de douze deniers, comme quand il se trouve neuf deniers, etc. il faut toujours les séparer en parties aliquotes; par exemple : dix-sept sols doivent être séparés en premier lieu par dix sols, ensuite par cinq sols, et enfin par deux sols; et neuf deniers doivent être aussi séparés d'abord en six, et ensuite en trois; et si toutes ces parties aliquotes, après avoir été séparées, sont rejointes ensemble, elles doivent faire un produit total, semblable à celui qu'elles avaient avant leur séparation.

Ceux qui auront besoin d'une plus ample explication de ces Tables, auront recours à notre Arithmétique, avec laquelle ils opéreront par les Jetons comme avec la plume.

Utilité de la Multiplication.

L'utilité qu'on retire de cette Règle est, qu'on réduit, quand il est nécessaire, une grande espèce en une petite. Par exemple : si on veut réduire des livres en sols il faut les multiplier par vingt sols, ou bien poser deux fois le nombre des sols à réduire, et y ajouter un Jeton au bas de l'échelle, et la somme que cela produira sera réduite en sols.

Si ce sont des sols qu'il faut réduire en deniers, il faut les multiplier par 12 deniers, et leur produit donnera des deniers, ou bien poser deux fois le nombre des sols à réduire sur le même degré, et de plus poser encore une fois ce même nombre sur un degré plus haut; et ensuite faisant la numération, on aura la somme des deniers qu'on désire avoir.

Toutes les autres réductions qu'il faudra faire par augmentation ou par multiplication, se feront de la même manière, qui vient d'être expliquée dans l'article précédent.

Si on veut savoir combien valent trente-huit pistoles d'Italie, à neuf livres douze sols chacune, il faut se servir de la Multiplication, et multiplier lesdites trente-huit pistoles par neuf livres douze sols; le produit de la multiplication donnera la somme de trois cent soixante-quatre livres seize sols.

Il faudra faire la même chose, si ce sont des aunes de marchandises, au lieu de pistoles; ainsi des autres.

Cette Règle de Multiplication sert encore pour tirer le sol pour livre, plus ou moins. Par exemple, si on veut prendre 1 sol huit deniers pour livre sur cinq mille six cent soixante-dix-huit, il faut multiplier cette somme par un sol huit deniers, suivant toujours l'ordre de multiplier, comme il vient d'être enseigné.

Enfin, cette Règle sert à toutes sortes d'évaluations tant pour les pièces de monnaie que pour les poids et mesures, etc.

DE LA DIVISION.

Quatrième Règle.

Définition. Diviser un nombre, c'est le séparer en autant de parties égales qu'il y a d'unités au diviseur.

On propose de diviser un nombre par un autre, savoir, 72 par 6; le quotient de cette Division donnera 12, qui fait connaître que dans le nombre 72, il y a 6 fois 12, et par conséquent autant de fois 12 qu'il y a d'unités dans le diviseur 6.

Pour faire cette Règle avec les Jetons, il faut placer l'échelle de Numération comme il a été pratiqué aux Règles précédentes, et mettre le nombre à diviser à main gauche; suivant le rang qu'il doit tenir selon l'ordre de ladite échelle, et proposer le diviseur, qu'on écrira à part, ou qu'on retiendra dans sa mémoire.

On mettra toujours le produit de la Division qu'on nomme quotient, à la main droite de l'échelle.

Par exemple, on veut diviser MM IXC XX, il faut les poser comme vous voyez à l'exemple de la Figure XIII.

La position étant faite, il faut commencer à diviser par les Jetons qui sont posés au plus haut degré de l'échelle, qui expriment le nombre proposé.

Dans la pratique de cette Règle, il faut remarquer, pour principe général, que tous les Jetons, sur quelque degré de l'échelle qu'ils soient posés, excepté sur celui du nombre qui n'a plus de degré au-dessous de lui, sont autant de dixaines à l'égard des Nombres ou Jetons qui sont le plus près et au-dessous d'eux, comme cela se peut remarquer à la

Exemple.

Exemple. *XIII. Figure.*

IIIM IXC XX. à diviser par XXXV.

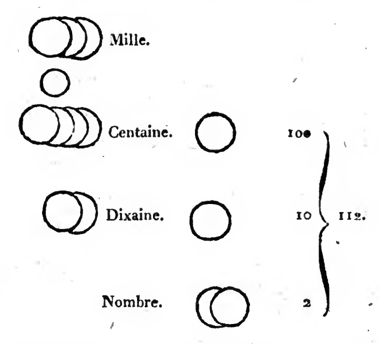


Figure XII, où les trois Jetons qui sont posés sur le rang des mille, valent par cette raison trois dixaines ou trente, qu'on lève d'abord, et ensuite le Jeton qui est dessous lesdits trois Jetons, qui vaut cinq, cela fait donc ensemble trente-cinq, qu'il faut diviser par trente-cinq. On dira: en trente-cinq combien de fois est contenu le diviseur trente-cinq? on remarque qu'il n'y est qu'une fois; il faut poser à main droite un Jeton pour quotient au degré inférieur où les cinq Jetons qu'on vient de lever étaient, c'est-à-dire sur le rang des centaines. Il faut ensuite

venir aux quatre Jetons qui sont sur le degré des centaines, qui valent quarante, par rapport à son degré inférieur, qu'il faut diviser par le diviseur trente-cinq, en disant : En quarante il y a une fois trente-cinq, et cinq de plus ; on lève donc les quatre Jetons, ou quarante, et on pose un Jeton au quotient à main droite, un degré plus bas que les quatre Jetons qui étaient posés qu'on vient de lever, c'est-à-dire, sur le degré des dixaines.

Enfin pour les cinq qui restent des quarante, qui valent cinq dixaines, par rapport à leur supériorité, qu'ils ont aux deux dixaines, il les faut joindre avec les deux Jetons qui sont sur le degré des dixaines du nombre à diviser, qui font ensemble sept dixaines, qu'il faut diviser par trente-cinq. On dit donc : En soixante et dix combien y a-t-il de fois trente-cinq ? Ils y sont deux fois ; il faut lever les deux Jetons et les cinq restans retenus du reste des quarante, et poser deux Jetons au quotient sur le degré des nombres : la Règle étant faite, on trouve au quotient cent douze ; de telles espèces qu'il vous plaira, hommes, livres, pistoles, écus, etc.

On trouvera beaucoup de facilité à faire cette Règle, quand on aura bien compris la valeur des Jetons, comme il vient d'être expliqué dans la Règle précédente. La principale chose qu'il faut faire, c'est de lever votre diviseur, du nombre à diviser autant de fois qu'il pourra l'être, et de poser ce nombre de fois sur le degré du dernier caractère du diviseur, comme vous voyez à la Règle ci-dessus. Ce qu'il faudra observer dans toutes les autres opérations pour la position du quotient à l'égard du diviseur.

Il reste assez souvent à la fin des Divisions quelque nombre des livres, qu'il faut réduire en sols, en se servant des Règles de réduction qui ont été données ci-devant, et ce nombre de sols restans doit être divisé par le même diviseur qui a divisé les livres, et le quotient donnera des sols.

Et s'il reste des sols, à la fin de la Division des sols, il faudra les réduire en deniers, en les multipliant par douze, et leur produit le diviser par le même diviseur qui a divisé les livres. Si après cette réduction, il reste encore quelque nombre de deniers qui ne se puisse diviser, ce sera une fraction, cela est expliqué fort clairement dans l'Arithmétique à la plume.

Utilité de la Division.

Par cette Règle, on peut connaître quelle quantité il faut d'une petite espèce pour en faire une plus grande : c'est ce qui est nommé réduction. Par exemple, on veut réduire deux cent cinquante-deux deniers en sols, il faut les diviser par douze deniers, le quotient donnera vingt-un sols.

Cela peut se faire encore autrement : il n'y a qu'à prendre le tiers du quart desdits deux cent cinquante-deux derniers, et on aura pareillement vingt-un sols.

Si on veut réduire des sols en livres, il faut prendre la moitié du total des sols, à la réserve de ce qui est devant le Jeton de l'Arbre qui représente le nombre des livres, selon le lieu auquel elles se rencontreront, et à ces livres il faudra joindre les sols qui seront vis-à-vis du Jeton de l'Arbre qui représente le nombre.

Il faudra faire la même chose, quand on voudra réduire de petites espèces en de plus grandes ; comme si on veut réduire des pouces en pieds, il faudra diviser par douze ; des pieds en toises, par six, etc.

Pour ce qui concerne toutes les autres Règles d'Arithmétique, comme la Règle de Trois simple ou composée, la Règle de Société, et quelques autres qui dépendent de l'Addition, Soustraction, Multiplication et Division, elles se feront par le moyen de toutes les Règles qui ont été enseignées ci-devant.

Par exemple, dans une Règle de Trois, si on disait : Si trente-deux hommes gagnent soixante-huit livres, on veut savoir combien quatre-vingts en gagneront ; il faudra multiplier les quatre-vingts par soixante-huit, le produit donnera cinq mille quatre cent quarante, qui étant divisés par trente-deux, il viendra cent soixante-dix pour le gain des quatre-vingts hommes ; ainsi des autres.

Si dans le premier terme il y avait une fraction, comme au nombre trente-deux, s'il y avait un demi, il faudrait doubler les trente-deux et y ajouter un, le tout ferait soixante-cinq demi ; il faudrait aussi doubler les quatre-vingts, qui feront cent soixante, ensuite de quoi faire la Règle comme elle l'a été ci-dessus.

Enfin, il est bon de remarquer que dans toutes les matières dont on s'est servi pour faire les Règles d'Addition, Soustraction, Multiplication et Division avec les Jetons, il y a une parfaite conformité avec celles qui se font avec la plume, comme on le peut voir dans le Traité d'Arithmétique qui précède celui des Jetons, où toutes les maximes y sont semblables, et dont on peut facilement s'éclaircir, en cas de doute ; et je dirai, en finissant ce Traité, que quoiqu'il paraisse succinct et abrégé, il n'a pas donné moins de peine à le mettre dans l'état où vous le voyez, que s'il avait été plus ample, parce que dans son raccourci j'y ai mis toutes les explications qui auraient été nécessaires dans le contenu d'un plus grand volume.

ARITHMÉTIQUE DÉCIMALE.

TABLE des divisions et valeurs des nouveaux poids, mesures et monnaies.

Mesures linéaires.

LE mètre, de 3 pieds 11 lignes 44 centièmes.
Le décimètre, de . . . 44 lignes 1 huitième.
Le centimètre, de . . . 4 lignes 4 neuvièmes.
Le décamètre, de 30 pieds 9 pouces.
Hectomètre, de 100 mètres, de 308 pieds 9 pouces et demi.
Kilomètre, de 1000 mètres ou 514 toises.
Myriamètre, de 10,000 mètres, de 5140 toises.

2.° *Mesures de superficie et agraires.*

Are, de 25 toises carrées environ.
Le déciare, égal à 10 mètres carrés.
Le centiare, égal à un mètre carré.

L'hectare, superficie de 100 ares, est un peu moins que le double du grand arpent de 100 perches carrées, la perche étant de 22 pieds.

Myriare, mesure de 10,000 ares, qui équivalent à un carré d'un kilomètre de côté, propre pour la mesure d'un territoire un peu considérable.

3.° *Mesures de capacité.*

Litre, mesure pour les liquides et pour les matières sèches : sa capacité est celle d'un décimètre cube; c'est-à-dire, de 50 pouces 6 treizièmes cubes; il tient la place du litron et de la pinte.

Le décilitre, à-peu-près l'équivalent d'un gobelet ordinaire.

Centilitre, à-peu-près la mesure d'un petit verre d'eau-de-vie ou de liqueur.

Décalitre et double décalitre, peuvent tenir lieu du boisseau pour la mesure du blé ; le demi-décalitre remplacera le picotin.

Hectolitre, 100 livres pour les matières sèches, comme graine, sel, plâtre, chaux, charbon ; le demi et le double hectolitre pour les vins.

Kilolitre, 1,000 litres, capacité égal au mètre cube ; c'est à-peu-près un tonneau de mer d'aujourd'hui.

Stère, mesure pour le bois à brûler, qui consiste en une membrure carrée, dont le côté est un mètre. Cette mesure fera environ la demi-voie, et le double, la voie de bois.

4.° *Des Poids.*

Le Gramme est de 18 grains 84 centièmes du poids actuel ; ce poids est propre à peser les matières précieuses avec ses sous-divisions, qui sont les *décimes*, d'un grain et demi et un peu plus ; les *centimes*, de 188 millièmes de grain.

Décagramme, de 10 grammes, ou 2 gros 616 millièmes ; sa moitié, d'un gros 318 millièmes, peut représenter notre ancien gros.

Hectogramme, poids de 100 grammes.

Kilogramme, poids de 1000 grammes. Ce poids sera pour les marchandises les plus communes ; il répond à 32 onces 5 gros 49 grains ; sa moitié excède notre livre actuelle de 5 gros environ.

Myriagramme, poids de 10,000 grammes, un peu plus petit que vingt livres et demie actuelles. Son double formera le plus gros poids.

5.° *Des Monnaies.*

Le franc est l'unité principale de notre monnaie,

qui est le même que notre livre tournois, dont il prend la place. Le franc se divisera en décifrancs et centifrancs.

Le franc doit peser un décagramme, et à l'alliage d'un dixième, c'est-à-dire, au titre de 9 dixièmes; l'or aura le même titre.

Nota. Le nouveau titre de l'argent ne diffère de l'ancien que de 5 huitièmes pour cent au plus, et celui de l'or que de 4 huitièmes pour cent.

Cent aunes anciennes font 119 mètres 6 10.^{e}

Cent toises font. . . . . 97 mètres 45 100.^{e}

Cent pintes font . . . . 95 litres 121 1000.^{e}

Une livre poids de marc fait 489 grammes 92 157.e ou 4 hectogrammes 8 décagrammes et 9 grammes 27 157.^{e}

Un marc fait . . . . 244 grammes 92 157.^{e}

Cent livres font. . . 43917 grammes 31 137.^{e}

DE L'ADDITION.

L'Addition est l'assemblage de plusieurs parties du même genre pour en faire un tout.

Pour ajouter ensemble ces quantités 4852 livres 791; 4 liv. 007; 2 liv. 7; 0 liv. 094; il faut écrire en colonne les nombres entiers suivant leur valeur et comme à l'ordinaire, en sorte que les virgules soient en colonnes : il faut écrire de suite leurs fractions, et les compter comme les entiers, en observant que la virgule se trouve au total dans la même colonne.

Premier exemple.	*Deuxième exemple.*
Francs ou Livres.	Mètres.
4852, 791	94, 795
4, 007	76, 096
2, 7	7, 509
0, 094	8, 706
Total 4859, 592	187, 106

Troisième exemple.

Kilog.	Hectog.	Décag.	Gram.	Décig.	Centig.
34	5	9	8	9	8
54	2	3	7	4	6
2	3	9	4	6	9
94	8	8	5	6	8
186	1	1	6	8	1.

Le total de ce troisième exemple est de 186 kilogrammes, 1 hectogramme, 1 décagramme, 6 grammes, 8 décigrammes, 1 centigramme.

DE LA SOUSTRACTION.

Soustraire, signifie *retrancher*, *ôter*, *déduire*.

La soustraction se fait en arrangeant les quantités données de la même manière, et on opère comme sur les entiers.

	1. *exemple.*	2. *exemple.*	3. *exemple.*
De . .	94, 5	461,	64, 04
Oter . .	17, 4	90, 346	13, 72
Reste. .	77, 1	370, 654	50, 32
Preuve .	94, 5	461, 000	64, 04

Dans le second exemple on a supposé des zéros à la place des décimales dans le nombre d'en haut.

La preuve de l'addition et de la soustraction se fait comme aux nombres entiers.

Quatrième exemple.

De 49 francs 8 centifrancs, ôtez 16 francs 8 décifrancs et 9 centifrancs, il restera 32 francs 1 décifranc et 9 centifrancs, comme on le voit ci-après :

De . .	49, 08
Oter . .	16, 89
Reste. .	32, 19

DE LA MULTIPLICATION.

Multiplier, c'est ajouter un nombre (qu'on appelle *multiplicande* (à lui-même, autant de fois que l'unité est contenue dans un autre qu'on appelle *multiplicateur*.

La multiplication se fait précisément comme celle des nombres entiers, sans prendre garde d'abord à la position des virgules; lorsqu'on a pris la somme de leurs produits, il faut séparer du produit total, par une virgule, autant de chiffres sur la droite, qu'il y a de décimales au multiplicande et au multiplicateur.

1. *exemple.*	2. *exemple.*	3. *exemple.*
3,7 *par* 4,12	5,024 *par* 2,23	,042 *par* 018.
4,12	5,024	,042
3,7	2,23	,018
2884	9072	336
1236	6048	42
15,244	6048	,000756
	6,74352	

Dans ce troisième exemple, j'ai multiplié les trois décimales 042, par les trois autres 018, ce qui me doit donner six décimales au produit; c'est pourquoi j'ai été obligé d'ajouter trois zéros au produit 756, afin d'en avoir six au produit, comme il en devait contenir.

Première question.

Si le mètre de drap vaut 34 francs 9 décifrancs, savoir le prix de 24 mètres 6 décimètres et 5 centimètres. On trouvera 860 francs et 28 centifrancs; on a négligé la troisième décimale.

```
   24,65
    34,9
--------
   22185
   9860
  7395
--------
  860,285
```

Nota. Comme le multiplicande contient deux décimales, et le multiplicateur une, le produit en contient trois.

Deuxième question.

Si le décagramme d'argent vaut 12 francs 5 décifrancs 8 centifrancs, combien 9 décagrammes 9 grammes 6 décigrammes et 5 centigrammes ?

Opération.

```
     12,58
     9,965
----------
      6290
     7548
   11322
  11322
----------
  125,35970
```

Nota. Le multiplicande et le multiplicateur contenant à eux 5 décimales, il faudra en retrancher 5 du produit, et on aura 125 francs et 36 centifrancs.

La réponse est 125 francs et 35 centifrancs, ou 125 francs 36 centifrancs pour les 97 cent millièmes négligés.

Troisième question.

Si le litre (pinte ou litron vaut 2 francs 3 décifrancs, combien 45 décalitres 9 litres et 8 décilitres ?

Nota. Le décalitre vaut 10 litres ; ainsi les 45 font 450 litres, neuf font 459 litres 8 décilitres à multiplier par 15 francs.

```
   45,98
     1,5
--------
   22990
  4598
--------
  68,970
```

Le produit donne 68,970, ce qui fait 68 fr. et 97 centifrancs pour la valeur des 45 décalitres 9 litres et 8 décilitres.

DE LA DIVISION.

Diviser, c'est retrancher un nombre qu'on appelle *diviseur*, autant de fois qu'il le peut être, d'un autre qu'on nomme *dividende ;* ou bien c'est chercher combien le dividende contient de fois le *diviseur ;* ou autrement, combien le diviseur est contenu dans le dividende. Le soustraire du dividende, ou combien de fois le dividende contient le diviseur, se nomme *quotient*.

La division des fractions décimales est aussi la même que celles des entiers ; mais après avoir trouvé le quotient, il en faut séparer par une virgule autant de chiffres sur la droite qu'il y a plus de décimales dans le dividende que dans le diviseur. Ainsi, dans le premier exemple, où l'on a divisé 8 445 par 3,22 comme aux nombres entiers, il est venu 26 pour le quotient, dont on a séparé par une virgule le dernier chiffre 6, parce qu'il n'y a qu'une décimale de plus dans le dividende que dans le diviseur. Cette règle général fournit quatre observations.

Premier Exemple.

8445	{	322
2005		2,6
73		

Première Observation.

Lorsque le dividende contient autant de décimales que le diviseur, le quotient n'a alors que des entiers, comme dans les exemples ci-après.

Deuxième Exemple.

54,48	{	4,54
908		12

Troisième Exemple.

146,997	{	16,333
000,000		9



Mais dans ce premier cas, si après avoir trouvé les entiers, il y avait un reste comme au quatrième exemple ci-après, il faudrait ajouter à ce reste autant de zéros que l'on souhaiterait avoir de décimales au quotient, comme on peut le voir dans les exemples ci-après.

Quatrième Exemple.

47,51	7,31
3,650	6,499
7260	
6810	
231	

Cinquième Exemple.

14,553	3,234
1,6170	4,5
0000	

J'ai ajouté dans le quatrième exemple ci-dessus au reste 365 trois zéros successivement, afin d'avoir trois décimales au quotient. Si on voulait en avoir au quatrième, il faudrait ajouter encore un zéro au dernier reste 231, ce qui donnerait 2310 à diviser par 7,31, il viendra au quotient une quatrième décimale. Pour le cinquième exemple, je n'ai ajouté qu'un zéro au reste 1617, parce qu'il n'est rien resté après ce reste.

Deuxième Observation.

Lorsque le dividende contient plus de décimales que le diviseur, alors le quotient contient autant de décimale que le dividende en a de plus que le diviseur, comme dans les exemples ci-après.

Premier Exemple.

14,9385	4,33
1,948	3,45
2165	
000	

Deuxième Exemple.

246,16	3,4
8 1	7,24
1,36	
00	

Troisième Exemple.

3,5145	4,5
364	,781
45	
0	

Dans le premier exemple ci-dessus, le dividende 14,9385 contient quatre décimales, et le diviseur 4,33 n'en contient que deux: donc le quotient 3,45 en doit contenir deux. Dans le deuxième exemple le dividende 246,16 contient deux décimales, et le diviseur 34 n'en contient point; donc le quotient 7,24 doit avoir deux décimales. Dans le troisième exemple, le dividende 3,5145 contient quatre décimales, et le diviseur 4,5 n'en contient qu'une; donc le quotient 781 doit contenir trois décimales.

Troisième Observation.

Quand après la division il n'y a point au quotient autant de figures qu'il doit y avoir de décimales, conformément à la règle générale, il faut ajouter à main gauche autant de zéros qu'il faut pour compléter le nombre des décimales, comme dans les exemples ci-après :

Premier Exemple.		*Deuxième Exemple.*	
4,515	64,5	17,296	4324
000	07	0,000	,004

Dans le premier exemple ci-dessus, le dividende 4,515 contient trois décimales, et le diviseur 64,5 n'en contient qu'une; donc le quotient doit en contenir deux suivant la règle générale; donc il est nécessaire d'ajouter un zéro au quotient 7, et le mettre devant le 7, et non après. Dans le deuxième exemple le dividende 17,296 contient trois décimales, et le diviseur 4324 n'en contient point; donc le quotient doit contenir trois décimales; donc il fallait ajouter au quotient 4 deux zéros à sa gauche, afin qu'il eût trois décimales.

Quatrième Observation.

Quand le dividende ne contient pas autant de décimales que le diviseur, il faut alors joindre au dividende autant de zéros qu'il est nécessaire, afin que

le nombre des décimales du dividende égale celui du diviseur ; le quotient alors ne contiendra que des entiers, comme dans le premier cas. Mais si l'on voulait avoir des décimales au quotient, comme une, deux, ou trois, il faudrait, après avoir complété les décimales du dividende égales à celles du diviseur, il faudrait, dis-je, ajouter un, deux, ou trois zéros de plus, comme on le voit par le deuxième exemple ci-après :

Premier Exemple.		*Deuxième Exemple.*	
Soit 6496 l. à div. par, 88.		Soit 784 l. à div. par, 61.	
6496,00	,88	784,00000	, 61
536	7381	174	1205,245
72,0		52,0	
1,60		3,20	
72		150	
		280	
		360	
		55	

Dans le premier exemple, où j'avais 6496 entiers à diviser par les deux décimales 88, j'ai ajouté deux zéros au dividende, afin qu'il contînt deux décimales comme le diviseur : il vint alors des entiers au quotient comme dans le premier cas. Dans le second exemple j'avais 784 à diviser par 61. Comme mon but était d'avoir trois décimales au quotient, j'ai ajouté d'abord deux zéros, afin que le dividende 784 contînt autant de décimales que le diviseur en contenait, et j'y ai ajouté en outre trois zéros, afin d'avoir trois décimales au quotient.

Si l'on veut avoir encore égard aux restes de ces sortes de divisions, il faut leur ajouter autant de zéros que l'on voudra ; et les quotiens qu'on en tirera, en continuant la division par le même diviseur, seront autant de décimales. Ainsi, dans le premier exemple, ajoutant trois zéros au reste 72, on

aura le quotient 7381,818, avec un autre reste de 16 qu'on peut négliger.

La preuve se fait comme celles des nombres entiers, c'est-à-dire, en multipliant le quotient par le diviseur.

Les notions et démonstrations ci-dessus étant une fois bien conçues, on peut passer de l'application que l'on peut faire des décimales, au commerce, à la banque et à la finance. On trouvera ci-après ce qui concerne l'arithmétique décimale et le moyen de l'appliquer par quelques questions.

Première question.

Si 14 mètres 6 décimètres et 5 centimètres ont coûté 376,025 francs, savoir le prix du mètre.

376,025	24,65
129 52	15,2
6 275	
1 345	

Le dividende contient trois décimales, et le diviseur deux, donc le quotient n'en doit contenir qu'une; donc le quotient étant 15,2. C'est pour la réponse 15 francs et 2 décifrancs pour la valeur du mètre.

Deuxième question.

Si 45 décalitres 9 litres et 8 décilitres ont coûté 68 fr. 9 décifrancs et 7 centifrancs, savoir le prix du litre.

68,97	45,98
22,990	1,5
0,000	

Le dividende et le diviseur contenant autant de décimales, il m'est venu 1 pour entier, et j'ai ajouté un zéro au reste 2299, et il m'est venu juste 5 décifrancs sans reste; donc le litre coûte 1 franc et 5 décifrancs, ainsi qu'il se voit à la troisième question de la multiplication ci-devant.

Troisième question.

19 décagrammes 9 grammes 6 décigrammes et 5

centigrammes ont coûté 125 fr. 55,970, savoir le prix du décagramme.

125,35,970	19,965
53,99,7	6,28 francs.
1,60,670	
,950	

L'on voit que le gramme vaut 12 francs et 58 centifrancs, comme on peut le voir à la deuxième question de la multiplication, ci-devant, page 514.

Quatrième question.

Paul a 7564 francs 5 décifrancs et 9 centifrancs de rente, qu'a-t-il par jour ?

7564,59	365
264,5	20,724 francs.
9,09	
1,790	
330	

L'on voit que Paul a 20 francs 7 décifrancs 2 centifrancs et quatre millifrancs par jour; on néglige le reste; mais si l'on voulait en faire la preuve par la multiplication, on ajouterait ce reste, comme on le voit ci-après.

Preuve de la quatrième question.

```
      365
   20,724
---------
  103,620
 1243,44
6217,2
      330
---------
 7564,590
```

Le produit est 6564,59 francs, qui est ce que Paul a par an.

FIN.